

AFDELINGEN FOR  
BÆRENDE KONSTRUKTIONER  
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE



STRUCTURAL RESEARCH LABORATORY  
TECHNICAL UNIVERSITY OF DENMARK

Claus Philipsen

INTERFERENSHOLOGRAFISK  
BESTEMMELSE AF LEGEMERS  
FORM OG FLYTNINGSFELT

RAPPORT NR. R 46 1974

## Forord.

I denne rapport beskrives nogle interferensholografiske målemetoder. Grundlaget for den holografiske billeddannelse forklares, og det hertil nødvendige materiel samt de krav, dette må opfylde, gennemgås. Holografisk flytnings- og deformationsmåling skildres, og den praktiske anvendelighed vurderes. Metoder til bestemmelse af legemers form (konturering) omtales, og en enkelt formel, der samtidig beskriver tre kontureringsmetoder samt metoden til holografisk flytnings- og deformationsmåling, opstilles. Ligeledes er en generel formel til bestemmelse af tidsmiddelbilledet af et svingende legeme udledt; der tages her hensyn til såvel ændringer i den stedafhængige fase som til frekvensændring af lyset (Doppler-effekt).

København, november 1973

Claus Philipsen

<u>Indholdsfortegnelse.</u>	side
Indledning	1
1. Holografiens princip	2
2. Holografisk udstyr	10
Lyskilden	10
Stivhedskrav til opstillingen	14
3. Anvendelser	16
Måling ved hjælp af interferometri	16
Flytningsmåling	17
Konturerering	24
Måling af svingninger	29
Litteraturfortegnelse	33

## Indledning.

Holografi<sup>x)</sup> er en fotografisk-optisk teknik, hvorved et objekt "fotograferes" og senere gengives i tre dimensioner. "Fotografiet" benævnes et hologram. Holografiens princip blev først angivet af D. Gabor (ved British Thomson Houston Company, senere Imperial College i London) i en artikel i Nature (1) i 1948. Gabor kunne også eftervise princippet praktiske duelighed, idet han anvendte lys fra en Hg-lampe til optagelse af hologrammer. Ideen fremkom under Gabor's arbejde med elektronmikroskop, og han foreslog holografi anvendt til forbedring af elektronmikroskopets opløsnings-  
evne.

Holografi fandt dog ingen væsentlig anvendelse før end i 1962, fordi man indtil da ikke rådede over nogen lyskilde med de nødvendige egenskaber (stor intensitet og god koherens, se herom side 2 og 10). Det var E.N. Leith og J. Upatnieks (2) fra University of Michigan, der i 1962 som de første tog laseren i brug til optagelse af hologrammer. Medens det ved Gabor's hologram var nødvendigt (på grund af lyskildens ringe koherens-egenskaber) at lade reference- og objekt-stråle (se herom side 2) være sammenfaldende, hvorved man ved rekonstruktionen af genstanden fik to billeder (et reelt og et virtuelt) samt en kraftig lysstråle til at overlejlre hinanden, lykkedes det Leith og Upatnieks at lave en opstilling, ved hvilken det blev muligt at skille de tre nævnte effekter fra hinanden; ved denne opstilling holdtes reference og objektstråle adskilte, hvilket var blevet muligt takket være laserens gode koherens-egenskaber.

Siden 1962 er interessen for holografien og dens anvendelser vokset kraftigt. Afsnit 3 beskriver metoder, som er anvendelige ved bestemmelse af legemers form, flytninger og tøjninger.

x) Holo (græsk): fuldstændig

## 1. Holografiens princip.

Holografi er en totrins billeddannende proces, hvorved

- 1) Interferensmønsteret mellem to koherente<sup>x)</sup> bølgefronter, en referencebølge og en objektbølge, registreres på en fotografisk plade (se fig. 5 side 8).
- 2) Objektbølgefronten genskabes, evt. i ændret skala, ved at den fotografiske plade bestråles med en rekonstruktionsbølge med lignende fasevariation som referencebølgen (se fig. 7 side 9).

Nævnte proces kan principielt udføres med alle former for koherente bølger.

Interferensmønsteret, der er tidsinvariant, er fuldstændig bestemt, når man kender amplitudfordeling og fasefordeling i rummet. Ifølge Huygens princip (Kirchoff) er feltet fuldstændig bestemt i den del  $V$  af rummet, som ligger uden for en lukket flade  $O$ , der omslutter samtlige primærkilder, når blot man kender feltet på den lukkede flade  $O$ . Vi lader nu en del af denne flade bestå af en plan fotografisk plade. Ved hjælp af den fotografiske plade får vi bevaret en del af informationerne om spredningsfeltet.

---

<sup>x)</sup> Ved beskrivelse af interferens- og diffraktionsfænomener anvendes ofte begreberne fuldstændig koherens og fuldstændig inkoherens. Ved fuldstændig koherens fås den samlede virkning fra flere delfelter ved addition af delfelternes komplekse amplituder, og ved fuldstændig inkoherens ved addition af delfelternes intensiteter. Begreberne fuldstændig koherens og fuldstændig inkoherens er imidlertid matematiske idealiseringer. Man vil i praksis altid have en grad af koherens, der ligger mellem de to ekstremer.

Det er indlysende, at kun monokromatisk lys kan være strengt koherent. I praksis har lys imidlertid altid en endelig båndbredde, selv om man som med laseren kan opnå en meget lille båndbredde. Den effekt, der opstår på grund af den endelige båndbredde, betegnes tidslig koherens. Lyskilders tidslige koherens-egenskaber karakteriseres ofte ved den såkaldte koherenslængde, som er den vejledningsforskel, der ved tostråleinterferens endnu giver skarpe interferensstriber.

En anden faktor, der nedsætter lysets koherens, er lyskildens endelige størrelse. Lys fra en punktkilde (et matematisk begreb) vil altid være koherent, i det mindste inden for et begrænset tidsinterval. Har lyskilden endelig udstrækning nedsættes koherensgraden. Denne effekt kaldes rumlig koherens.

Nu kan man i virkeligheden ikke adskille koherensegenskaberne i to uafhængige funktioner, idet der er en vis sammenhæng mellem tidslig og rumlig koherens. Den samlede effekt af endelig båndbredde og endelig udstrækning af lyskilden beskrives i den klassiske koherensteori ved hjælp af den såkaldte gensidige koherensfunktion (mutual coherence function):

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle V_1(x_1, t+\tau)V_2^*(x_2, t) \rangle$$

hvor  $V_1$  og  $V_2$  er amplituden i punkter med koordinater  $x_1$  og  $x_2$  til tiden  $t+\tau$  henholdsvis til tiden  $t$ . \* angiver en kompleks konjugeret størrelse og  $\langle \rangle$  betegner den tidslige middelværdi.

Den normaliserede form af koherensfunktionen kaldes den komplekse koherensgrad og er defineret ved

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0) \cdot \Gamma_{22}(0)}}, \quad \gamma_{12} \in [0;1]$$

Ved fuldstændig koherens er  $\gamma_{12} = 1$  og ved fuldstændig inkoherens er  $\gamma_{12} = 0$ .

Funktionerne  $\Gamma_{12}(\tau)$  og  $\gamma_{12}(\tau)$  har to nyttige egenskaber, som be-rettiger deres indførelse. For det første opfylder de et sæt af bølgeligninger ligesom lysfeltamplituden. For det andet er de tidsmidlede størrelser og kan derfor måles, i modsætning til lysfeltamplituden, som på grund af dens hurtige variation ikke kan måles.

Betydningen af lysets koherensegenskaber for billedannelsen i holografi er endnu ret uudforsket, f.eks. bør gamma-funktionerne også være funktioner af lysets polarisations-forhold, idet interferens-egenskaberne også afhænger af polarisationen.

Imidlertid, da en fotografisk film er en såkaldt kvadratisk de-  
tektor, d.v.s. sværtningen eller den optiske tæthed af den foto-  
grafiske film er en funktion af lysintensiteten  $I^x$ ) og ikke af den  
komplekse amplitude  $A$ , vil vi ved eksponering med spredningsfeltet  
alene få registreret intensiteten  $I = |A|^2$  og faseinformationen  
("tidsbilledet") vil gå tabt. (For en plan bølge:  $A = a \cdot e^{i(\omega t + \varphi)}$ ,  
 $I = A \cdot A^* = a^2$ , hvor  $a$  er amplituden,  $\omega$  vinkelfrekvensen og  $\varphi$   
fasekonstanten).

For at få både amplitudestørrelse og - fase registreret kan man  
lade spredningsfeltet modulere en bærebølge, i det følgende be-  
tegnet som referencebølgen.

Referencebølgens komplekse amplitude:  $R$ .

Oprindelige bølges komplekse amplitude:  $A$ .

Idet vi lader bølgetogene overlejre hinanden, fås det resultere-  
rende felt  $A + R$ .

Den totale intensitet bliver

$$I = |A+R|^2 = (A+R)(A^*+R^*) = (AA^*+RR^*) + (AR^*+A^*R)$$

\* angiver den kompleks konjugerede.

Idet vi for at kunne registrere  $I$  på en fotografisk film må have,  
at  $I$  er stabil, må vi, jf. koherensfunktionerne side 3, anvende  
en lyskilde, som har de nødvendige koherensegenskaber.

Inden for konventionel fotografi karakteriserer man den fremkaldte  
film ved dens optiske tæthed  $D$  eller dens intensitetstransmission  
 $T_i$ . ( $D = -\log T_i$ ). Tæthedens afhængighed af eksponeringen  $E$   
( $E = I \cdot \tau$ , hvor  $I$  er eksponeringsintensiteten og  $\tau$  er ekspone-  
ringstiden) angives ved en såkaldt karakteristisk kurve, H-D (Hur-  
ter-Driffield) kurve.

---

<sup>x)</sup> Ordet intensitet anvendes her, som betegnelse for energien som  
pr. sec. passerer en enhedsflade lagt vinkelret på udbredelses-  
retningen (og ikke for den fotometriske betegnelse: Lysintensitet  
(lumen/steradian) eller den radiometriske betegnelse: Strålings-  
intensitet (watt/steradian)). Poynting vektoren  $\underline{S} = \frac{c}{4\pi}(\underline{E} \times \underline{H})$ ,  
hvor  $\underline{E}$  og  $\underline{H}$  er bølgebevægelsens henholdsvis elektromagnetiske og  
magnetiske feltvektor, og  $c$  er lysets hastighed, har en retning  
der angiver lysets udbredelsesretning og dens størrelse, er et  
mål for lysets intensitet.

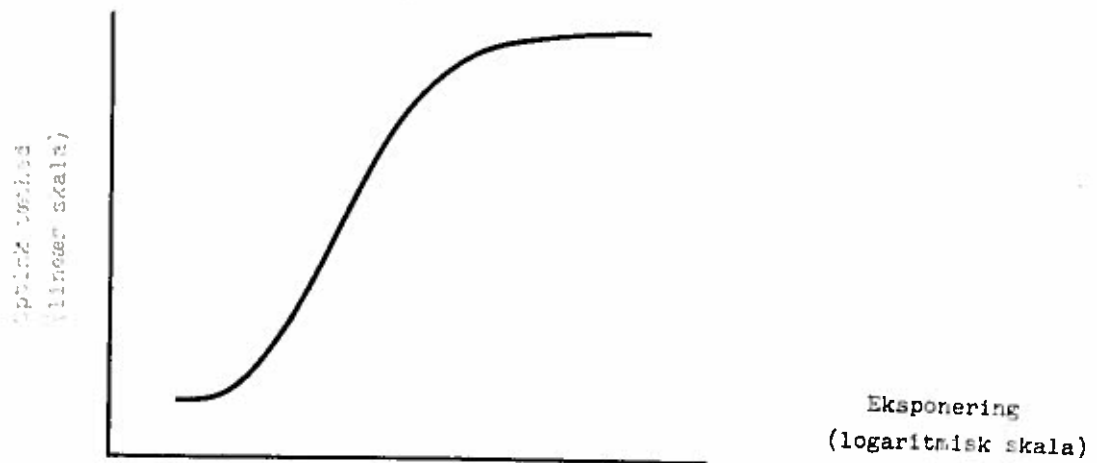
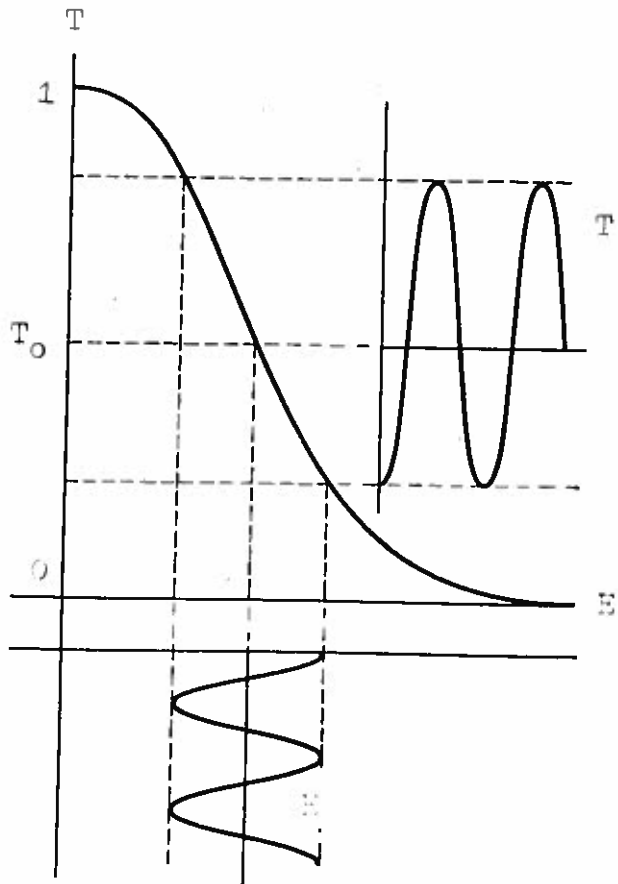


Fig. 1. Den optiske tæthed som funktion af eksponeringen (sværtningskurve).

I holografi er man (da den fotografiske plade gennemlyses) interesseret i afhængigheden mellem amplitudetransmissionen  $T$

( $T = \sqrt{T_i} = 10^{-\frac{D}{2}}$ ) og eksponeringen  $E$ .



$$E = I \cdot \tau = \tau(I_0 + I_R + 2\sqrt{I_0 I_R} \cos \varphi) = E_{dc} + 2\tau\sqrt{I_0 I_R} \cos \varphi$$

jfvr. nederst side 6.

Det fase-uafhængige led

$$E_{dc} = \tau \cdot I_{dc} = \tau(I_0 + I_R)$$

Fig. 1. Amplitudetransmissionskurve.



Idet vi for at undgå forvrængning <sup>x)</sup> afstemmer belysningsforholdene således, at vi befinder os på det retlinede stykke af T-E kurven, fig. 2., kan T(E) med tilnærmelse udtrykkes ved

$$T(E) = T_0 + \beta(E - E_{dc}), \text{ hvor } \beta = \left. \frac{dT}{dE} \right|_{E=E_{dc}}$$

Belyses den fremkaldte fotografiske plade, hologram-pladen, hvor vi har fået oplagret informationer om amplitudetransmissionen T, med referencestrålen R, får den fra hologram-pladen transmitterede bølger den komplekse amplitude

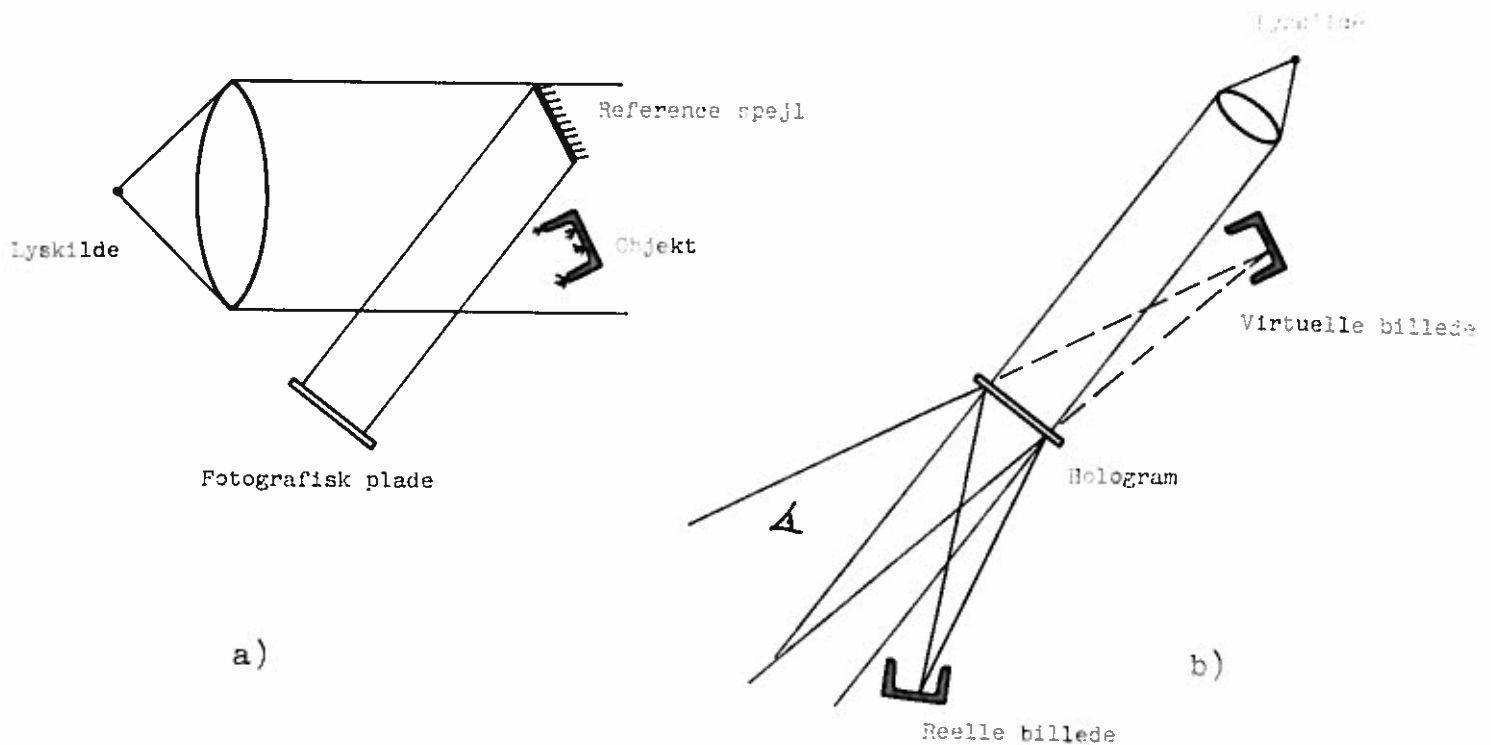
$$\begin{aligned} R \cdot T &= \\ R \cdot (T_0 + \beta(E - E_{dc})) &= \\ R \cdot T_0 + \beta R \tau (I - I_{dc}) &= \\ R \cdot T_0 + \beta \tau R (A R^* + A^* R) &= \\ R T_0 + \beta \tau (A I_R + A^* R^2) &= \\ R T_0 + \beta \tau I_R A + \beta \tau R^2 A^* & \end{aligned}$$

Idet  $T_0 = T(E_{dc})$  er et dc-signal (er uafhængig af faseforskydningen  $\varphi$ ), beskriver det første led et lysfelt, som er lig med en svækket referencestråle.

I andet led er  $\beta \tau I_R$  en konstant (uafhængig af faseforskydningen) og dette led er derfor proportionalt med det oprindelige felt, d.v.s. vi har fået rekonstrueret det oprindelige felt på nær en konstant faktor. Ser vi gennem hologrammet, ser vi derfor den samme situation som før optagelsen. Dette billede betegnes det direkte billede, det primære, og er ofte et indbildt (virtuelt) billede.

<sup>x)</sup> Haves interferens mellem to plane monokromatiske bølger kaldet henholdsvis objektbølge  $A_0 = a_0 e^{i\omega t}$  og referencebølge  $A_R = a_R e^{i(\omega t + \varphi)}$  fås intensiteten  $I = (A_0 + A_R)(A_0^* + A_R^*) = a_0^2 + a_R^2 + 2a_0 a_R \cos \varphi = I_0 + I_R + 2\sqrt{I_0 I_R} \cos \varphi$ , hvoraf det ses, at den største visibilitet ("kontrast") i interferensmønsteret opnås, når de to stråler har samme intensitet. Men for at undgå forvrængning på grund af filmens ulinearitet, afstemmes belysningsforholdene ved den holografiske optagelse således, at  $I_R = 4-5$  gange  $I_0$ , hvorved man opnår at befinde sig på den lineære del af T-E kurven.

Leddene  $\beta\tau R^2 A^*$  beskriver en bølge næsten som den sidst nævnte. Dog har vi nu en faseforskydning, der er modsat den vi havde før. (Haves f.eks. plane bølger, nemlig referencebølgen  $a_r e^{i\omega t}$  og objektbølgen  $a_o e^{i(\omega t + \varphi)}$ , bliver andet led  $\beta\tau I_R A = \beta\tau a_r^2 a_o e^{i(\omega t + \varphi)}$  og tredje led bliver  $\beta\tau R^2 A^* = \beta\tau a_r^2 a_o e^{i(\omega t - \varphi)}$ ). Dette tredje led giver anledning til et sekundært, ofte reelt, men pseudoskopisk billede. Objektpunkter, som var nærmest den fotografiske plade ved optagelsen, vil i det pseudoskopiske billede befinde sig fjernest, og omvendt, således at billedet, som nedenstående figur 3 angiver, "vender vrangen udad".



Holografisk registrering af et 3-D objekt.

- a) Optagelse af hologram
- b) Rekonstruktion

Fig. 3.

De to billeder er hinandens konjugerede, jvfr. udtrykkene  $\beta\tau I_R A$  og  $\beta\tau R^2 A^*$ . Fysisk lader den holografiske billeddannelse sig forklare ved fig. 4.

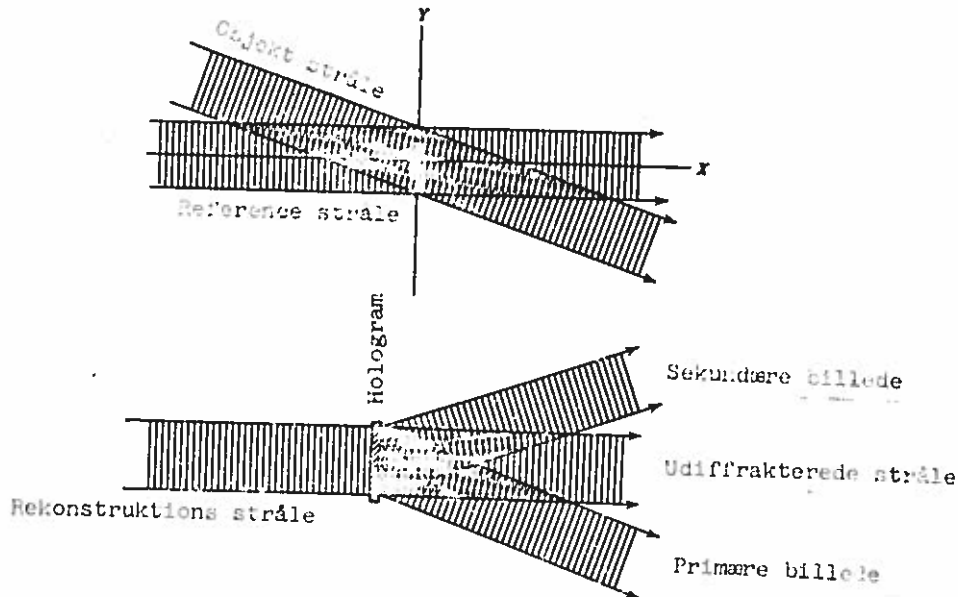


Fig. 4. Frembringelse af et liniegitter og lysets afbøjning ved passage af gitteret.

På fig. 4 interfererer to plane bølger med hinanden, og deres interferensmønster frembringer et liniegitter på den fotografiske plade, som er placeret vinkelret på fig. 4's plan og indeholdende y-aksen. Er lysets bølgelængde  $\lambda$ , vinklen  $\theta$  mellem de to indfaldende bølger, fås en gitterafstand  $\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \varphi}$ , hvor  $\varphi$  er vinklen mellem de to bølgers vinkelhalveringslinie og normalen til den fotografiske plade. Rekonstruktionsstrålen deles i en udiffrakteret stråle og to første ordens diffrakterede stråler, to 2. ordens diffrakterede stråler o.s.v. Første ordens strålerne svarer til det primære og det sekundære (konjugerede) billede .

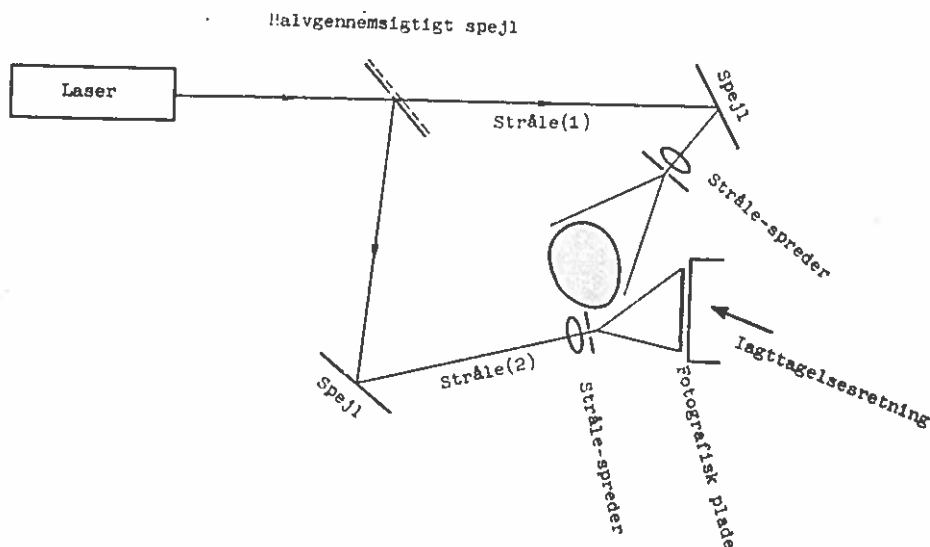


Fig. 5. Eksempel på opstilling til holografisk registrering af et objekt.

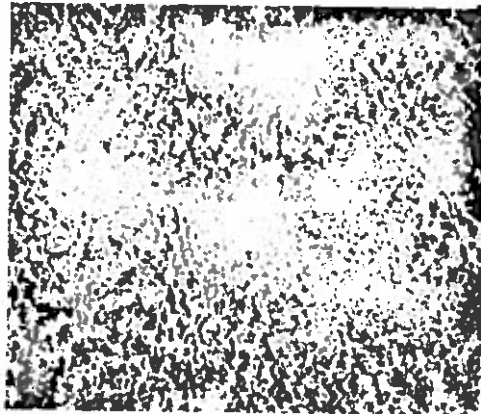


Fig. 6. Billede af en eksponeret og fremkaldt holografisk plade.

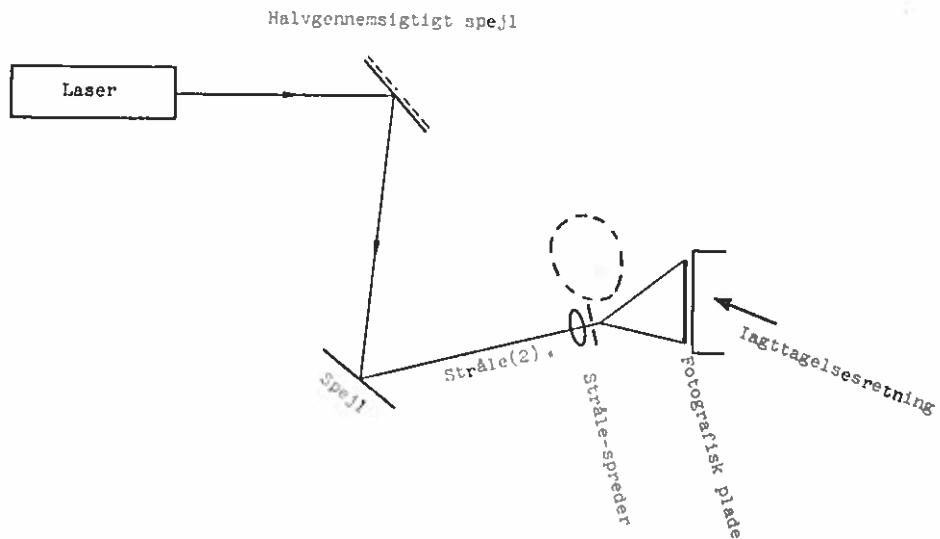


Fig. 7. Rekonstruktion af objektet.

## 2. Holografisk udstyr.

### Lyskilden.

Lyskilden skal have tilstrækkelig lysstyrke således, at eksponeringstiden ikke bliver urimelig lang.

Lyskildens koherens skal være således, at objektstråle og referencestråle kan interferere, jf. side 2.

HE-NE-laseren er en næsten ideel lyskilde til optagelse af hologrammer. Koherenslængden er relativt stor (jf. nedenfor), og den udsendte lysenergi er koncentreret i et meget smalt og kun lidt divergerende (1 milliradian, jf. nedenstående skemaer) strålebundt. HE-NE laseren kan afgive lys på tre bølgelængder, hvoraf kun den ene,  $\lambda = 632,8$  mm (rødt) svarende til frekvensen  $474$  THz<sup>x)</sup>, er i det synlige område. Båndbredden, hvis ringe størrelse fremgår af nedenstående skemaer, er, som det også fremgår, afhængig af resonatorlængden. Som en praktisk alternativ angivelse af båndbredden og dermed den tidslige koherens anvendes betegnelsen koherenslængde. Herved forstås den vejlængdeforskel, som man kan tillade en delt stråles to dele at gennemløbe og alligevel opnå en rimelig god interferens mellem de to stråledele. Ved angivelse af koherenslængde kunne man forledes til fejlagtigt at tro, at den tidslige koherens kan beskrives som en stykkevis konstant funktion afhængig af vejlængdeforskellen, men i virkeligheden aftager den med voksende vejlængdeforskel, og efter at være blevet nul, vokser den igen for derefter igen at aftage o.s.v. (er næsten periodisk med perioden  $2 \times$  længden af laserens resonator. (5).

Koherenslængden har ofte for denne lasertype en størrelse af 20 - 40 cm. Ønskes større koherenslængde, indtil flere meter, kan dette opnås ved hjælp af en ekstra optisk resonator, et Fabry-Pérot interferometer (etalon), hvis virkning som filter gør det muligt at indsnævre båndbredden yderligere.

Adskillige lasere udsender, takket være et indbygget Brewster-vindue, lineært polariseret lys med, som det fremgår af tabel 2, s.11, en feltvektor vinkelret på den ønskede svingningsretning mindre end 1%.

x) (T = terra,  $10^{12}$ )

**SPECIFICATIONS**

Laser Model	195	210	230	233
Power-Uniphase	2 mw	4 mw	7 mw	10 mw
Beam Diameter @ 1/e <sup>2</sup> point	1.5 mm	1.5 mm	1.25 mm	1.25 mm
Beam Divergence full angle in milliradians	0.7 mr	0.7 mr	1.0 mr	1.0 mr
Beam Polarization	linear	linear	linear	linear
Resonator Configuration	linear	linear	linear	linear
Resonator (Cavity) Length	43 cm	43 cm	79 cm	79 cm
Coherence, Spatial	TEM <sup>00</sup>	TEM <sup>00</sup>	TEM <sup>00</sup>	TEM <sup>00</sup>
Coherence, Temporal Axial Mode Spacing c/2L	466 MHz	466 MHz	190 MHz	190 MHz
Plasma Excitation	DC	DC	DC	DC
Amplitude Stability				
a) Warm-up & long-term	10%	5%	5%	5%
b) Ripple <	1%	1%	1%	1%
Weight, Laser Head (lbs.)	7	12	10	10
	(Head and Power Supply Integrated)			
Weight, Power Supply (lbs.)	8		15	15
Dimension, Laser Head, Length Barrel	18.5	18.5	32	32
Head to Power Supply	← 6x8.25x3.5 →			
Head to Power Supply Cable Length	3 ft	3 ft.	3 ft.	3 ft.

Tabel 1 .

	120	120 T	124 A	125 A
Power at 632.8 nm (mW) (Outputs at 3.39 μ and 1.15 μ available)	5	5	15	50
Transverse Mode	TEM <sub>00</sub>	TEM <sub>00</sub>	TEM <sub>00</sub>	TEM <sub>00</sub>
Beam Diameter (1/e <sup>2</sup> ) mm	0.7	0.7	1.1	1.2
Beam Divergence (mradians)	1.0	1.0	0.8	0.7
Polarization	1:1000	1:1000	1:1000	1:1000
Noise (1 KHz—100 KHz), rms %	0.5	0.5	0.3	2.0
Amplitude Ripple (100 Hz), rms %	0.2	0.2	0.2	0.5
Longterm Stability, %	5.0	5.0	5.0	3.0
Power Required	← 50 Hz/220 volts ± 10% → (120 T also operates from 12 V DC battery)			
Weight: Laser, kg.	3.4	4.1	11.4	41.0
Exciter, kg.	3.4	4.5	3.4	15.9
Shipping Weight, kg.	11.4	14.6	18.2	100.0
Dimensions: Laser, cm.	4.6 × 8.3 × 47.0	4.6 × 8.3 × 47.0	4.1 × 8.3 × 81.5	16.1 × 22.8 × 191.0
Exciter, cm.	9.4 × 18.4 × 25.0	18.0 × 28.0 × 18.0	8.9 × 18.4 × 21.2	45.0 × 22.8 × 42.0
Options:	Option 01: for Model 125 A provides 10% increase in power and reduces noise to 0.3% rms.			

Tabel 2

Udover HE-NE lasere findes Argon-lasere, Krypton-lasere og Argon-Krypton-lasere.

Nedenstående skema viser bølgelængder og eksempel på fordeling af effekter på de enkelte bølgelængder.

Wavelength	Gas Fill Options			
	Argon Model 165-00	Krypton Model 165-01	Argon/Krypton Model 165-02	Argon Model 165-03
799.3 nm		30 mW <sup>(1)</sup>		
793.1 nm		10 mW <sup>(1)</sup>		
752.5 nm		100 mW <sup>(1)</sup>		
676.4 nm		120 mW	20 mW	
647.1 nm		500 mW	200 mW <sup>(1)</sup>	
568.2 nm		150 mW	80 mW	
530.9 nm		200 mW	80 mW	
520.8 nm		70 mW	20 mW	
514.5 nm	800 mW		200 mW <sup>(1)</sup>	1400 mW
501.7 nm	140 mW		20 mW	250 mW
498.5 nm	300 mW		50 mW	400 mW
488.0 nm	700 mW		200 mW <sup>(1)</sup>	1300 mW
482.5 nm		30 mW	10 mW	
478.5 nm	300 mW		80 mW	500 mW
478.2 nm		50 mW		
472.7 nm	60 mW			150 mW
465.8 nm	50 mW			100 mW
457.9 nm	150 mW		20 mW	250 mW
454.5 nm				100 mW
351.1 nm + 363.8 nm				20 mW <sup>(1)</sup>
350.7 nm + 356.4 nm		40 mW <sup>(1)</sup>		

Tabel 3

- (1) Special optional optics are required to obtain output power on these wavelengths.  
 (2) Special optional optics are required to achieve these UV output powers. For information on higher power UV options, please contact your nearest Spectra-Physics representative.  
 (3) Multimode power approximately 25% greater.

Ved disse lasertyper er man ved hjælp af et indbygget prisme i stand til at udskille en "enkelt" bølgelængde. Her har den "enkelte" bølgelængde imidlertid så stor en båndbredde, at koherenslængden kun er 2 - 10 cm. Ved hjælp af det før omtalte etalon er det imidlertid muligt at øge koherenslængden til flere meter. Haves desuden en optisk spektral analysator (et elektrisk) regulerbart spherisk Fabry-Pérot interferometer) kan bølgelængden fastlægges og eventuelt yderligere indsnævres; ønskes lys-pulser kan dette opnås ved hjælp af en pockels-celle eller ved anvendelse af ovennævnte spectral analysator.

Ønskes der ved interferens mindre gitterafstand (jf. formlen  $\Delta = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \varphi}$  på side 8) kan dette opnås, såfremt man an-

vender lys med en mindre bølgelængde. Helium-cadmium lasere, der har bølgelængder på 422 nm (blå) og 325 nm (ultra violet) er derfor velegnede, når større følsomhed ved en måling og dermed mindre gitterafstand ønskes. Båndbredden for denne lasertype

(1 GHz) er dog noget større end for HE-NE laseren, svarende til en koherenslængde på 7 cm.

Af andre laser-typer kan nævnes Rubin-laser, Yag-laser, Dye-laser og CO<sub>2</sub>-laser. Her vil kun Dye-laser og Rubin-laser have betydning ved holografisk billeddannelse. (De to andre har henholdsvis bølgelængderne 1,06 μm og 10,6 μm, som dels er i det usynlige område dels er vanskelige at registrere på en fotografisk plade). Rubin-laseren er en puls-laser, der kan yde op til 100 MW i 20 nanosekunder ved bølgelængden 694 nm (rød), frekvens 432 THz, koherenslængde: 1 cm. Ved at anvende en dye-laser, der aktiveres af en lysstråle fra en anden laser, kan man, som nedenstående figur viser, opnå stor valgfrihed i bølgelængder mod en stor nedsættelse af effekten til gengæld.

### Spectraline Dyes

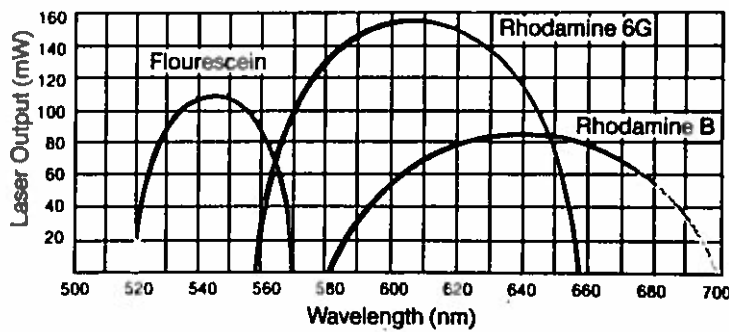


Fig. 8. Dye Laser Output vs. Wavelength

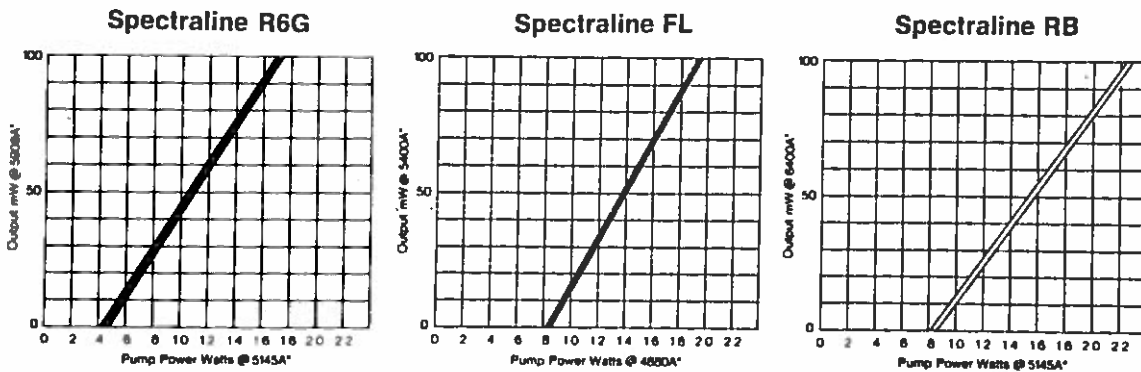


Fig. 9. Dye Laser Power as a Function of Pump Power



### Stivhedskrav til opstillingen.

Ved optagelse af et hologram benyttes interferens mellem en opsplittet stråles to dele. Ændres de to strålers vejlængdeforskelle i tiden (vejlængde: afstand fra opsplittning til filmplade) ødelægges interferensmønstret. I løbet af eksponeringstiden (sekunder til time) kan ikke tolereres en større ændring i vejlængdeforskel end  $1/4$  interferenssribes bredde eller  $1/8$  lysbølgelængde. Ændring af vejlængden fra laser til opsplitter er af mindre betydning.

Alle dele, filmholder, spejle, linser og pinhole skal være stift forbundet til underlagspladen, som f.eks. kan bestå af en tyk granit- eller stålplade isoleret fra gulvet ved (nævnt fra oven) et filtlag, neoprene gummi, krydsfiner og lav-tryks slanger.

J. Azmuth (4) har undersøgt en opstilling som denne og i frekvensområdet 20-20.000 Hz målt en max. overfladeacceleration for pladen på ca.  $1/28$  af gulvets. For at undgå akustiske vibrationer kan komponenterne indkapsles i filtbeklædte kasser. Ligeledes bør luftstrømme undgås.

### Krav til film.

Ved optagelse af et hologram på en fotografisk film skal et interferensmønster med op til 3.000 linier/mm registreres, hvorfor den benyttede film skal have en meget stor opløsningsevne. D.v.s. en meget fintkornet film skal anvendes; en sådan film har imidlertid ofte ringe følsomhed.

Brugbare film	Eksponering Opløsningsgrænse Emulsionstykkelser for $T = 0,5$		
Ilford HE-NE11	5 erg/cm <sup>2</sup>	2.000 l/mm	Plade: 9 $\mu$
Gevaert Scientia 147C70	3 "	1.500 "	Film:5 $\mu$ .Plade 7 $\mu$
" " 10E75	50 "	2.800 "	Film:5 $\mu$ .Plade 7 $\mu$
" " BE70	200 "	3.000 "	Plade: 7 $\mu$
Kodak V 1043D	400 "	3.000 "	
" 649F	800 "	3.000 "	Plade: 17 $\mu$

(Følsomheden er angivet ved den energi, hvormed der skal eksponeres ved HE-NE-laserens bølgelængde, 632,8mm for at give en amplitudetransmission på 0,5).

Nedenstående fig. 10 og 11 viser den spektrale følsomhed af foto-pladerne Scientia 10E75 og 10E56, som er egnet til holografisk billedoptagelse med henholdsvis HE-NE laser og med Argon laser.

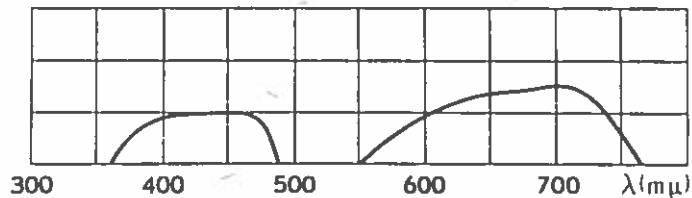


Fig. 10. Den relative spektrale følsomhed af Agfa Scientia 10E 75.

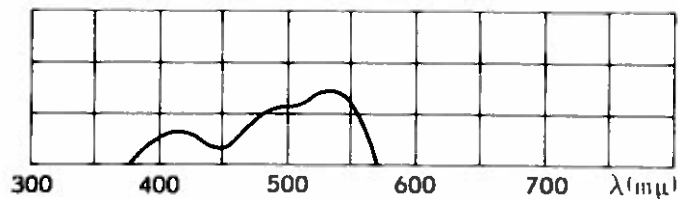


Fig. 11. Den relative spektrale følsomhed af Agfa Scientia 10E 56.

Ved oplagring (med henblik på holografisk billeddannelse) af interferensmønstre på en fotografisk plade kan 3 effekter udnyttes:

- a) En variation i sværtning over pladen. (Er af ringe betydning og kan, hvis pladen er blevet for mørk og dermed hindrer lysgennemgang, afbleges).
- b) Tykkelsesvariation i filmhinden.
- c) Brydnings-indeks-ændring i filmhinde.

Alle 3 effekter kan bidrage til dannelse af gitre som ved rekonstruktion af billedet vil diffraktere referencestrålen og dermed genskabe den oprindelige objektbølge.

3. Anvendelser. (12), (13), (15), (16), (20).

Måling ved hjælp af interferometri.

Da vi med et hologram kan genskabe bølgefronterne, som et objekt har udsendt, er man i stand til at sammenligne den form, som objektet senere måtte antage, med den oprindelige form.

Ved én metode optages et hologram af et objekt, og hologrammet anbringes under rekonstruktionen i nøjagtig samme position som under optagelsen. Er objektet nu udsat for en mekanisk påvirkning eller en temperaturændring og derfor har ændret sin form en lille smule, vil man iagttage en række interferensstriber opstået ved interferens mellem objektet og hologrambilledet. I stedet for at sammenligne hologrambilledet med det oprindelige objekt kan man sammenligne det med en efterligning (kopi) af objektet, (kontrol af tolerancer på en kopi).

Ved en anden metode optages to hologrammer på samme film, nemlig ét af objektet i udgangstilstand og ét af objektet i deformerede tilstand. Ved rekonstruktion vil de to hologrambilleder interferere og man kan igen se interferensstriber. (6), (7), (8), (9).

Specielt kan holografi benyttes til at undersøge udsvingene hos et vibrerende objekt. (10), (11), (17), (18). Optages et hologram af et vibrerende objekt, vil den fotografiske plade registrere samtlige af legemets stillinger og det således, at steder hvor hastigheden har været mindre, vil man få kraftigere "sværning" end de steder, hvor hastigheden har været stor. Ved meget lave frekvenser vil forbedring kunne opnåes ved brug af stroboscopisk belysning.

En overfladedeformation frembringer i et betragtet punkt en interferensstribe af  $p^{te}$  orden, hvis den optiske vejlængdeforskel, opstået ved at punktet har flyttet sig, er  $p$  bølgelængder. Ved den først omtalte metode kan  $p$  bestemmes ved optælling efterhånden som belastning påføres. Overfladedeformationen er ikke hermed fundet, men kun den komponent af flytningsvektoren, som ligger i vinkelhalveringslinien mellem belysningsretning og iagttagelsesretning, se fig. 12.

I tilfælde med dobbelteksponering kan interferensstribe-ordenen bestemmes, hvis  $0^{te}$  orden striber kan lokaliseres. Ved at variere iagttagelsesretningen vil nemlig samtlige interferensstriber flytte sig undtagen den af  $0^{te}$  orden. De øvrige stribers orden kan nu fastlægges ved optælling.

Som en videreudvikling af sidstnævnte metode kan man udføre en multieksposering på fotopladen. Giver vi legemet lige store flytningsændringer mellem hver eksposering, vil vi på det rekonstruerede hologram kunne iagttage striber af samme type som ved et enkelt belastningstilfælde.

Flytningsmåling.

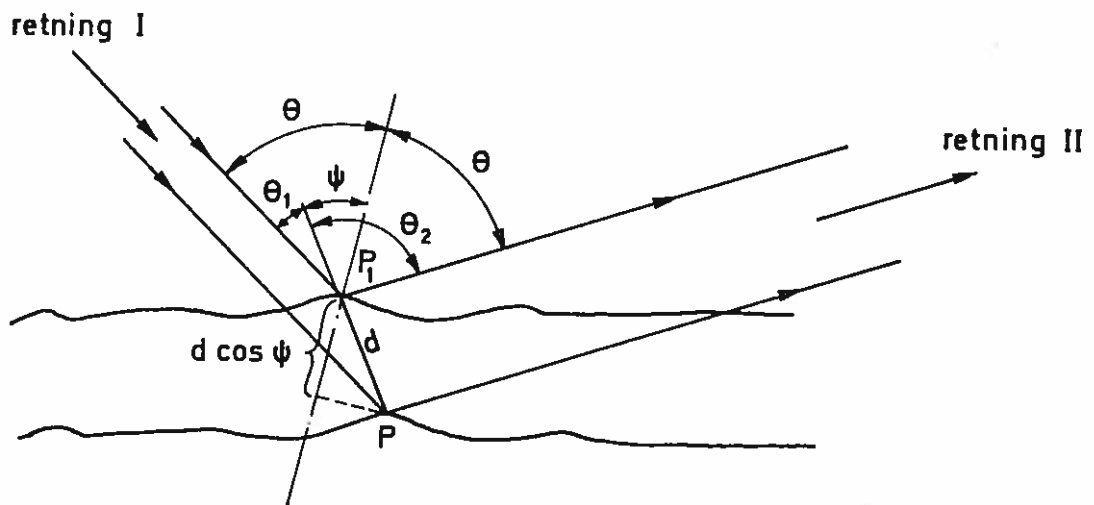


Fig. 12. Bestemmelse af et punkts flytning.

I ovenstående figur er vist overfladen af et legeme, hvor punktet P efter en påtvungen translatorisk deformation indtager positionen P<sub>1</sub> liggende i afstanden d fra P.

Punkt P og P<sub>1</sub> bliver belyst fra retning I og bliver iagttaget fra retning II.

Den optiske vejlængdeforskel for de to stråler bliver

$$\Delta = d(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \quad \text{eller idet } \theta_1 = \theta - \psi \text{ og } \theta_2 = \theta + \psi$$

$$\Delta = d(\cos(\theta - \psi) + \cos(\theta + \psi)) = 2d \cos \theta \cos \psi$$

Er nummeret på en lys stribe p og lysets bølgelængde  $\lambda$  er

$\Delta = p \cdot \lambda$  og heraf fås

$$\Delta = p \cdot \lambda = 2d \cos \theta \cos \psi.$$

De steder, hvor der ingen flytning er sket, er  $d = 0$  og dermed  $p \cdot \lambda = 0$  eller  $p = 0$  uafhængig af  $\theta$  og  $\psi$ . D.v.s. (som tidligere omtalt) 0<sup>te</sup> orden striben flytter sig ikke, når man flytter øjet.

Af  $p \cdot \lambda = 2d \cos \theta \cos \psi$  kan, idet  $p$  kan tælles og  $\theta$  kan måles, størrelsen  $d \cos \psi$  (jf. fig. 12) bestemmes. Vi har altså kun fået bestemt punkt P's flytning i vinkelhalveringsliniens retning.

Er specielt vinkelhalveringslinien normal til fladen i punkt P, haves  $p \cdot \lambda = d \cos \psi \cdot 2 \cos \theta$ , hvorefter flytningen efter normalen  $d \cos \psi = \frac{p\lambda}{2 \cos \theta}$  kan findes. Lader man yderligere retning I og II stå vinkelret på fladen, haves  $d \cos \psi = \frac{1}{2} p\lambda$ , og vi har en forskel i flytning for to punkter liggende på to nabo-striber på  $\frac{1}{2} \lambda$ , eller såfremt lyset hidrører fra en HE-NE laser,  $0,32 \mu\text{m}$ .

Generelt haves for flytningen  $d$ ,

$$d = \frac{p \cdot \lambda}{2 \cos \theta \cos \psi} .$$

Antages ubestemtheden

$$\begin{aligned} s(\psi) &= 5^\circ = 0,08 \text{ radian} \\ s(\theta) &= 5^\circ = 0,08 \text{ " } \\ s(\lambda) &= 0 \\ s(p) &= \frac{1}{4} \text{ x } \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{haves } s(d) &= \sqrt{\left(\frac{\delta d}{\delta \theta} \cdot s(\theta)\right)^2 + \left(\frac{\delta d}{\delta \psi} s(\psi)\right)^2 + \left(\frac{\delta d}{\delta p} s(p)\right)^2} \\ s(d) &= \frac{\frac{1}{2}\lambda}{|\cos \psi \cos \theta|} \sqrt{(p \operatorname{ctg} \theta \cdot s(\theta))^2 + (p \operatorname{ctg} \psi \cdot s(\psi))^2 + s(p)^2} \end{aligned}$$

d.v.s. skal  $s(d)$  være lille, skal  $\psi$  og  $\theta$  være så små som opstillingen tillader.

Er  $\psi = 0$  og  $\theta = \frac{\pi}{4}$  haves

$$p = 0 \Rightarrow s(d) \doteq \underline{\underline{\frac{1}{10} \mu\text{m}}}$$

$$p = 35 \Rightarrow s(d) \doteq \underline{\underline{1 \mu\text{m}}}$$

(dette er ubestemtheden på flytningen af et punkt gennem hvilket der løber en linie).

x) Ubestemtheden på  $p$  er i denne rapport overalt på den sikre side sat til  $1/4$  stribe. Da bidraget på  $p$ 's ubestemthed vejer tungt i det samlede måleresultats ubestemthed, vil en væsentlig bedring af sidstnævnte kunne opnås ved at nedsætte  $s(p)$ . Dette ville f.eks. kunne gøres ved at fastlægge striberne ved en intensitetsmåling.

Haves maksimalt 35 linier, bliver

$$d \doteq 35 \cdot 632,8 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 1\text{mm} = 1,5 \cdot 10^{-2}\text{mm}.$$

D.v.s. måleområde (ved max. 35 linier) : 0 - 1,5 \cdot 10^{-2}\text{mm}.

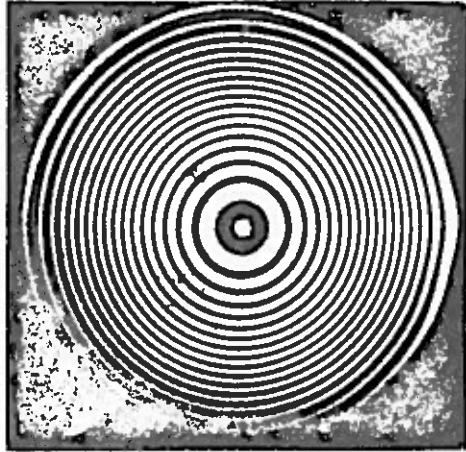


Fig. 13.

Foto af holografisk dobbelt-optagelse af cirkulær indspændt plade dels i ubelastet tilstand dels ensformig belastet. Striberne kan opfattes som niveaukurver for udbøjningsfiguren. Afstand mellem niveaukurver: ca. 0,3  $\mu$ .

Foretages en "differentiation" af flytningen  $d$  med hensyn til stedet karakteriseret ved koordinaten  $x$  i en retning på konstruktionens overflade

$$\alpha = \frac{\delta d}{\delta x} = \frac{d_{n+1} - d_n}{\Delta x} = \frac{\Delta d}{\Delta x}$$

hvor  $\Delta x$  er linieafstanden, fås, når

$$\Delta x = 3 \text{ mm}, s(\Delta x) = 0,5 \text{ mm}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}, \psi = 0$$

en relativ ubestemthed på hældningen  $\frac{s(\alpha)}{\alpha} \doteq 36\%$ , som svarer til en vurdering ud fra 1-2 striber, men benyttes ved bregningen af  $\alpha$  fem striber (hvorved man kun får  $\alpha_{\text{middel}}$  over de 5 striber, hvorfor man her må forudsætte små krumninger over denne strækning), fås  $\frac{s(\alpha)}{\alpha} \doteq 7\%$ .

Dannes de relative andenordens-differenser (krumninger)

$$\kappa = \frac{\alpha_{n+1} - \alpha_n}{\Delta x} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta x} \text{ bliver disse størrelses ubestemthed:}$$
$$s(\kappa) \doteq 0,5 - 3 \cdot 10^{-4} \text{mm}^{-1} \text{ (afhængig af linienummer).}$$

Såfremt tøjningen  $\epsilon$  kan udtrykkes ved  $\epsilon = y \cdot \kappa$  (bøjning) og er  $\Delta\kappa = 0,5 - 3 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$  og  $y = 1 \text{ mm}$  (pladetykkelse 2 mm) bliver ubestemtheden på tøjningsbestemmelsen

$$\Delta(\epsilon) \approx 50 - 300 \text{ } \mu\text{strain.}$$

Skulle man bestemme punkt P's flytning i tangentiell retning, kan man lade retning I og II være sammenfaldende og liggende tangentielt til fladen i punkt P, fig. 14.

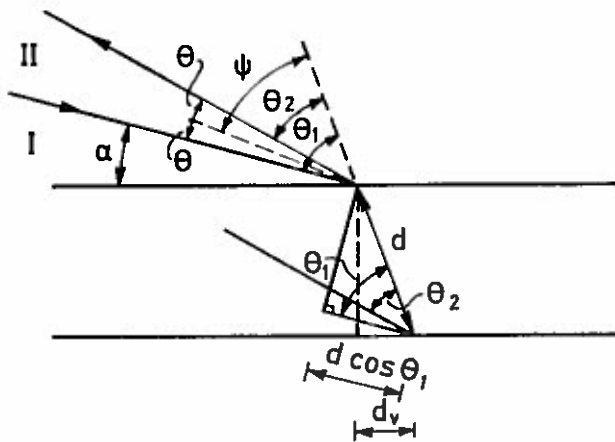


Fig. 14. Bestmmelse af et punkts flytning i tangentiell retning.

Den optiske vejlængdeforskel bliver som før  $\Delta = p\lambda = d(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$   
 $\theta = 0 \wedge \alpha = 0 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2 = \psi \Rightarrow p\lambda = 2d \cos \varphi.$

Ved bestemmelsen af P's tangentielle flytning  $d_v$  er det imidlertid vanskeligt at benytte ovenstående metode, hvor  $\alpha = \theta = 0$ , idet overfladen set fra retning II kun vil få én dimension. Giver  $\alpha$  og  $\theta$  en endelig størrelse, kan tangentielle flytning i en given retning bestemmes ved betragtning fra to retninger (IIa og IIb).

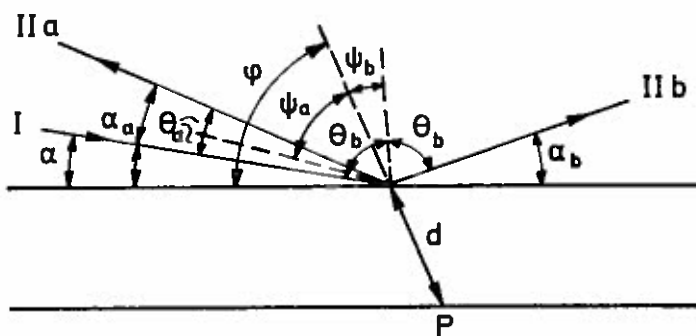


Fig. 14a. Bestemmelse af et punkts flytning i tangentiell retning.

Den optiske vejlængdeforskel bliver ved betragtningsretning IIa

$$\begin{aligned} p_a \cdot \lambda &= 2d \cos \psi_a \cos \theta_a \\ &= 2d \cos\left(\varphi - \frac{\alpha + \alpha_a}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \alpha_a}{2}\right) \end{aligned}$$

Den optiske vejlængdeforskel bliver ved anvendelse af betragtningsretning IIb

$$\begin{aligned} p_b \cdot \lambda &= 2d \cos \psi_b \cos \theta_b \\ &= 2d \sin\left(\varphi + \frac{\alpha_b - \alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha + \alpha_b}{2}\right) \end{aligned}$$

$p_a$  og  $p_b$  : stribe nr. iagttaget efter de to betragtningsretninger.

Måles  $\alpha$ ,  $\alpha_a$  og  $\alpha_b$  kan  $d$  og  $\varphi$  findes af de to udtryk.

Vælges  $\alpha_a = \alpha_b$  fås:

$$(p_a - p_b)\lambda = 2d \cos \alpha_a \cos \varphi.$$

Flytningen i tangentiell retning bliver

$$d \cos \varphi = \frac{(p_a - p_b)\lambda}{2 \cos \alpha_a}$$

Denne flytning er imidlertid kun den tangentielle flytning liggende i planen, hvori retning I, IIa og IIb ligger (papirets plan i ovenstående fig. 14a.). Hvis man ønsker den virkelige tangentielle flytning, må en tredje retning, der ikke ligger i papirets plan, indføres.

Forudsættes  $\alpha_a = \alpha_b = \frac{\pi}{4}$ , og ubestemthederne  $s(p) = \frac{1}{4}$ ,  $s(\lambda) = 0$ ,  $s(\alpha_a) = 5^\circ = 0,08$  radian haves som relativ ubestemthed på den tangentielle flytning

- 1)  $\frac{s(d_t)}{d_t} = 9\%$  ved  $p_a - p_b = 10$  striber
- 2)  $\frac{s(d_t)}{d_t} = 22\%$  ved  $p_a - p_b = 2$  striber.

Beregnes tøjningen ud fra to værdier af  $d_t$  fås  $\epsilon = \frac{d_2 - d_1}{\Delta x}$  og



ubestemtheden herpå bliver i de to tilfælde

$$1) \frac{s(\epsilon)}{\epsilon} = 13\%$$

$$2) \frac{s(\epsilon)}{\epsilon} = 31\%$$

De angivne ubestemtheder kan nedbringes væsentlig ved at udføre målingen således, at overbestemmelse med efterfølgende udjævning (og vurdering) er mulig.

Nedenfor er angivet en særlig enkel metode (d.v.s. et gunstigt valg af belysnings- og af iagttagelsesretning) til bestemmelse af vinkeldrejninger.

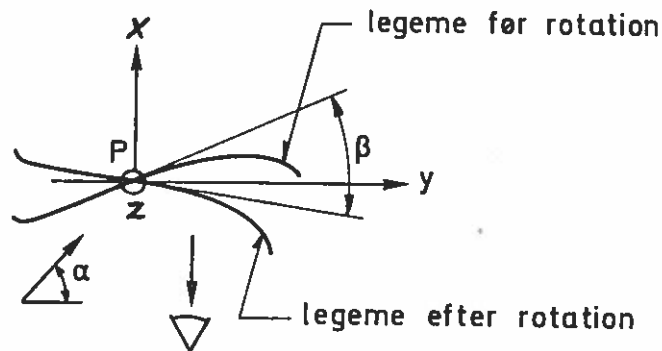


Fig. 15. Bestemmelse af et legemes rotation.

Ovenstående figur viser et legeme drejet vinklen  $\beta$  om z-aksen. Hændelsen iagttages i retning x. Indfaldende lys danner vinklen  $\alpha$  med y-aksen. Vejlængdeforskellen (før og efter drejningen  $\beta$ ) for lyset, der rammer øjet bliver for små værdier af  $\beta$

$$\Delta \doteq \beta(1 + \sin \alpha)y$$

Haves en lys stribe nr. p er

$$p \cdot \lambda = \beta(1 + \sin \alpha)y$$

hvor p som før kan findes ved optælling og  $\beta$  kan udregnes.

Afstanden q mellem striberne i nærheden af punkt P bliver

$$q = y_{n+1} - y_n = \frac{(p+1)\lambda}{\beta(1 + \sin \alpha)} - \frac{p \cdot \lambda}{\beta(1 + \sin \alpha)} = \frac{\lambda}{\beta(1 + \sin \alpha)}$$

D.v.s. kendes  $\alpha$  og måles  $q$ , kan  $\beta$  findes.

Har vi en ren rotation i et punkt, får vi altså parallelle interferensstriber med ækvidistante afstande, og striberne er parallelle med rotationsaksen.

(Overensstemmelse eksisterer mellem udtrykket  $p\lambda = 2d \cos \theta \cos \psi$  for en translation og  $p\lambda = y\beta(1 + \sin \alpha)$  gældende for rotation.

Benyttes udtrykket  $p\lambda = 2d \cos \theta \cos \psi$  på figuren side 22 fås  $\theta = \psi$ ,  $2\theta + \alpha = \frac{\pi}{2}$  og dermed  $p\lambda = 2d \cos^2 \theta = (\cos 2\theta + 1)d = (1 + \sin \alpha)d = (1 + \sin \alpha)y\beta$ , d.v.s. striber i begge tilfælde, når flytningen antager størrelsen  $\frac{p\lambda}{1 + \sin \alpha}$ .

Eksempel på metodens anvendelse:

Ønskes nedbøjningen og momenterne i en plade for en given belastning bestemt, kan dette gøres ved at foretage en holografisk dobbelteksponering af pladen i ubelastet og belastet tilstand. De steder, hvor nedbøjningen har størrelsen  $w = \frac{p\lambda}{1 + \sin \alpha}$ , vil man iagttage en lys stribe. ( $p$  er heltal). Interferensstriberne er altså niveaukurver til nedbøjningsfladen. Momenterne kan da findes af

$$M_x = -D \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

$$M_y = -D \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]$$

$$M_{xy} = -D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \text{hvor } D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$$

Spændingerne bliver

$$\sigma_x = 12 \frac{z}{h^3} M_x$$

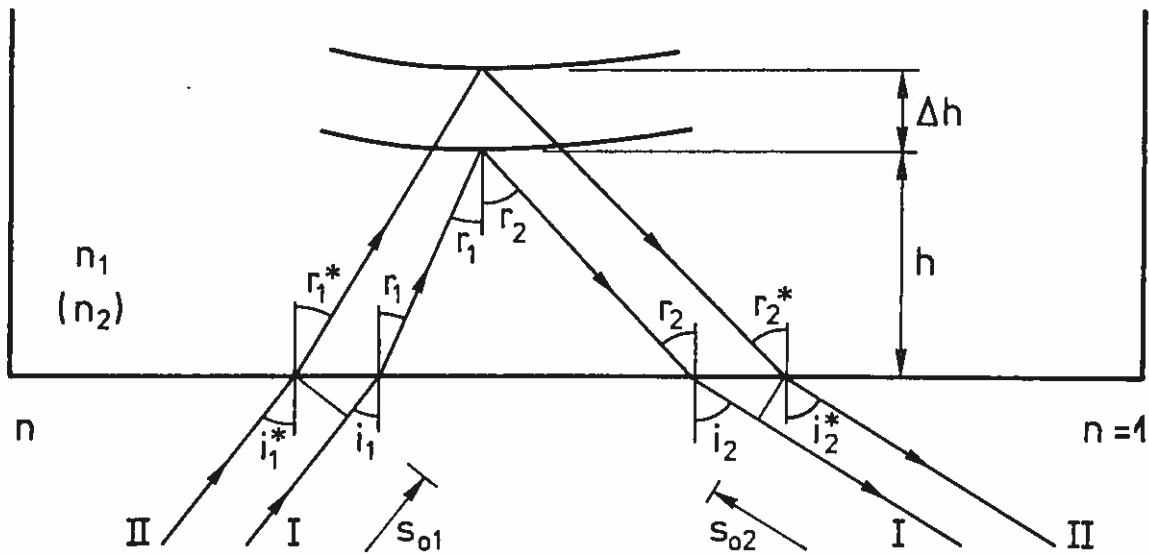
$$\sigma_y = 12 \frac{z}{h^3} M_y$$

$$\tau_{xy} = 12 \frac{z}{h^3} M_{xy} \quad \text{hvor } z \text{ er afstanden fra pladens midterplan.}$$

Konturering.

På de foregående sider har vi udnyttet interferens mellem lys udsendt fra det samme objekt men i to forskellige stillinger. Den skiftevis konstruktive og destruktive interferens (lyse og mørke striber) fremkommer på grund af forskel i antal af bølgelængder langs den optiske vejlængde. En sådan forskel kan imidlertid forekomme ved ren ændring af legemets (punktets) position også fremkomme ved, at man ændrer brydningsindex langs den vej, lyset bevæger sig eller, at man ændrer bølgelængden for lyset.

På fig. 16 ses to strålegange til to forskellige tider. Imellem de to situationer er såvel legemets position, lysets bølgelængde som den vædske (eller luftart), hvori legemet er nedsænket, ændret.



$$i_1 = i_1^* \quad \wedge \quad i_2 = i_2^*$$

$$S_0 = S_{01} + S_{02}$$

brydningsindeks:  $n$

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{n_1}{n} = n_1, \quad \frac{\sin i_1^*}{\sin r_1^*} = n_2$$

$$\sin i_1 = n_1 \sin r_1 = \sin i_1^* = n_2 \sin r_1^*$$

Fig. 16. Konturering.

Udtrykkes at forskel i optisk vejlængde <sup>x)</sup> skal være et helt antal bølgelængder for at man kan få konstruktiv interferens (lys stribe) have:

x) Optisk vejlængde  $s = \int_{s=s_1}^{s=s_2} n ds$ , hvor  $n$  er brydningsindeks.

$$\begin{aligned} & \frac{h + \Delta h}{\cos r_1^*} n_2 + \frac{h + \Delta h}{\cos r_2^*} n_2 - \frac{h}{\cos r_1} n_1 - \frac{h}{\cos r_2} n_1 \\ & - ((h + \Delta h) \operatorname{tgr}_1^* - h \operatorname{tgr}_1) n_1 \sin r_1 \\ & - ((h + \Delta h) \operatorname{tgr}_2^* - h \operatorname{tgr}_2) n_1 \sin r_2 = p\lambda \quad (p \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Ved udnyttelse af brydningslovene fås det generelle udtryk for flytningen  $\Delta h$

$$\Delta h = \frac{p\lambda + h(n_1(\cos r_1 + \cos r_2) - n_2(\cos r_1^* + \cos r_2^*))}{n_2(\cos r_1^* + \cos r_2^*)}$$

Holdes  $n_1 = n_2 = 1$  (og dermed  $r_1^* = r_1 \wedge r_2^* = r_2$ ) have situationen til bestemmelse af flytningen  $\Delta h$  som beskrevet side 17.

Sker der ingen flytninger ( $\Delta h = 0$ ) giver ovenstående formel mulighed for bestemmelse af  $h$  og dermed af overfladeformen (konturering)

$$\Delta h = 0 \Rightarrow h = \frac{p \cdot \lambda}{n_2(\cos r_1^* + \cos r_2^*) - n_1(\cos r_1 + \cos r_2)}$$

Har på fig. 16  $r_1^*$  og  $r_1$  en størrelse i nærheden af  $\frac{\pi}{4}$ , er  $n_1$  og  $n_2$  af størrelsesordenen 1,5 og er iagttagelsesretningen således, at  $i_2 = i_2^* = 0$  fås (idet ubestemthederne

$$s(r_1^*) = s(r_1) = 5^\circ = 0,08 \text{ rad}$$

$$s(n_1) = s(n_2) = 10^{-4}, \text{ (under særlige gunstige omstændigheder, veldef. temp., } 10^{-5}\text{)}$$

$$s(\lambda) = 0 \text{ antages gældende)}$$

den relative ubestemthed på kontureringen

$$\frac{s(\frac{h}{p})}{(\frac{h}{p})} = 12\% \text{ (hvor } s(r) = 0,08 \text{ rad. giver langt det største bidrag).}$$

Måleområde ved anvendelse af to brydningsindeks:  $\frac{h}{p} = \frac{1}{10}$  til  $\frac{1}{100}$  mm som med 35 linier giver  $h = 3,5$  til  $0,3$  mm.

Ved denne kontureringsmetode er en plan glasplade (som vindue) nødvendig. Som det fremgår af det foranstående, måler man ved denne metode afvigelser i form mellem objekt og vindue, hvorfor sidstnævntes form skal være kendt med stor nøjagtighed.

Eksempel: Belyses og ses der vinkelret på glaspladen fås en afstand mellem niveaulinier  $\frac{h}{p} = \frac{\lambda}{2(n_1 - n_2)}$ . Idet en HE-NE laser med  $\lambda = 632,8$  nm anvendes og ønskes en niveaulinieafstand på  $\frac{1}{100}$  mm, skal  $n_1 - n_2 = 3,164 \cdot 10^{-2}$ .

Ønskes niveaulinieafstand  $\frac{1}{10}$  mm, skal  $n_1 - n_2 = 3,164 \cdot 10^{-3}$ .

Af  $\frac{h}{p} = \frac{\lambda}{2(n_1 - n_2)}$  ses, at kræves niveaulinieafstand  $\frac{h}{p}$  stor, skal  $\Delta n = (n_1 - n_2)$  være lille.

Idet  $\frac{\partial(\frac{h}{p})}{\partial(\Delta n)} = \frac{-\lambda}{2(\Delta n)^2} = -\frac{1}{\Delta n} \frac{h}{p}$  fremgår det, at  $\frac{h}{p}$ 's følsomhed overfor uønskede ændringer af  $\Delta n$  er mindst, når  $\Delta n$  er stor, d.v.s. med hensyn til målingens stabilitet er metoden bedst egnet ved store  $\Delta n$ .

I stedet for at ændre brydningsindex kan lysets frekvens ændres.

Tænkes således ved strålegang I benyttet lys med frekvensen  $\nu_r$

( $\lambda_r \nu_r = c$ , hvor  $c$  er lysets hastighed i vacuum og  $\lambda_r$  er bølgelængden i vacuum ( $n = 1$ ) og er bølgelængden i et materiale med brydningsindeks  $n_1$  og lysets hastighed  $v_1$ , da bliver

$\lambda_r(n_1) = \frac{v_1}{\nu_r} = \frac{n_1}{\nu_r} = \frac{\lambda_r}{n_1}$ ) haves antal bølgelængder langs den optiske vej (se fig. 16)

$$\frac{s_o}{\lambda_r} + \frac{h}{\cos r_1} \frac{n_1}{\lambda_r} + \frac{h}{\cos r_2} \frac{n_1}{\lambda_r} + ((h+\Delta h)tgr_1^* - htgr_1)\sin i_1 \frac{n}{\lambda_r} + ((h+\Delta h)tgr_2^* - htgr_2)\sin i_2 \frac{n}{\lambda_r}$$

Benyttes ved strålegang II lys med frekvensen  $\nu_s$  fås

$$\frac{s_o}{\lambda_s} + \frac{h+\Delta h}{\cos r_1^*} \frac{n_2}{\lambda_s} + \frac{h+\Delta h}{\cos r_2^*} \frac{n_2}{\lambda_s}$$

bølgelængder langs den optiske vej.

For at få en lys stribe skal forskellen i antal bølgelængder være et heltal  $p$ .

Betingelsen for en lys stribe:

$$s_o \left( \frac{1}{\lambda_s} - \frac{1}{\lambda_r} \right) + (h+\Delta h)n_2 \left( \frac{1}{\lambda_s} - \frac{1}{\lambda_r} \right) \left( \frac{1}{\cos r_1^*} + \frac{1}{\cos r_2^*} \right) + (h+\Delta h) \frac{n_2}{\lambda_r} (\cos r_1^* + \cos r_2^*) - h \frac{n_1}{\lambda_r} (\cos r_1 + \cos r_2) = p$$

(er  $\lambda_r = \lambda_s$  vil vi få samme formel som på side 25).

Er  $n_1 = n_2 = n$  og undergår legemet ingen deformation,  $\Delta h = 0$ , bliver

$$h = \frac{1}{n} \left( \frac{\lambda_r \cdot \lambda_s}{\lambda_r - \lambda_s} p - s_0 \right) \frac{1}{\frac{1}{\cos r_1} + \frac{1}{\cos r_2}}, \quad (p \in \mathbb{Z})$$

Idet  $n$ ,  $\lambda_r$ ,  $\lambda_s$ ,  $r_1$  og  $r_2$  er kendte, er det muligt at fastlægge  $h$  på nær leddet indeholdende  $s_0$ . Da det imidlertid ved konturering er forskel i  $h$ -værdier, der er af interesse, er det muligt ved hjælp af en dobbelteksponering ( hvor  $\lambda_r$  og  $\lambda_s$  benyttes efter tur, eventuelt samtidigt ) af hologrampladen at foretage en konturering. Ved optagelsen bør dog anvendes en opstilling, hvor forskellen i størrelsesforhold, der fremkommer ved brug af to bølgelængder, elimineres.

Er yderligere  $n = 1$  og er såvel iagttagelsesretning som belyningsretning vinkelret på overfladen (kan opnås ved hjælp af et halvgennemsigtigt spejl) bliver

$$h = \frac{\lambda_r \cdot \lambda_s}{2(\lambda_r - \lambda_s)} p, \quad p \in \mathbb{Z}$$

(Denne formel kan også udledes ved en enkel geometrisk betragtning).

Såfremt størrelsesændringen er overvundet, og såfremt der benyttes bølgelængderne  $\lambda_r = 514,5$  nm og  $\lambda_s = 488,0$  nm fra en argonlaser, og antages  $s(\lambda) = 0,1$  nm, fås en relativ ubestemthed på 0,5%.

Måleområde: Afstand mellem niveaulinier: 0,005 - 0,02 mm som med 35 linier tillader måling af dybden: 0,2 - 0,7 mm.

Sættes i formelen på side 26  $n_1 = n_2 = 1 \wedge \lambda_r = \lambda_s = \lambda$  haves

$$(h+\Delta h) \frac{1}{\lambda} (\cos r_1^* + \cos r_2^*) - h \frac{1}{\lambda} (\cos r_1 + \cos r_2) = p$$

Såfremt  $i_1 = i_1^* \wedge i_2 = i_2^*$  er opfyldt, er (da  $n_1 = n_2 = 1$ )  $r_1 = r_1^* \wedge r_2 = r_2^*$ . Dermed fås  $\Delta h = \frac{\lambda p}{\cos r_1 + \cos r_2}$  som er den velkendte formel, der beskriver flytningsmåling ved dobbelteksponering.

Men ændrer vi vinklerne således, at  $i_1 \neq i_1^*$  eller  $i_2 \neq i_2^*$  og er  $\Delta h = 0$  får man

$$h = \frac{p\lambda}{(\cos i_1^* - \cos i_1) + (\cos i_2^* - \cos i_2)} \quad \text{hvoraf fremgår}$$

at man også kan opnå en bestemmelse af en kontur ved at ændre på belyningsretningen eller retningen, hvorfra hologrammet optages.

Ved at anvende kontureringssteknik ved flere lasttrin og sammenlignende formen, kan man måle flytninger af en højere størrelsesorden end muligt ved en simpel dobbeltekspandering. Sammenligningen kan evt. foretages ved at lade de to sæt kontureringskurver danne et moiré-mønster.

Måling af svingninger.

På de foregående sider er objektet af hensyn til hologrammets optagelse forudsat at være i absolut ro under eksponeringen. Imidlertid er det muligt at optage et "tidsmiddel" hologram af et objekt, hvis overflade er i bevægelse.

Objektets bevægelse antages i det følgende at kunne beskrives ved en funktion  $\Omega(t)$ , og vi vil da have at :

1) Doppler effekten få ændrer den oprindelige bølgelængde

$$\text{for lyset } \lambda_s \text{ til en ny } \lambda = \frac{1 + \frac{v_r}{c}}{(1 - (\frac{v}{c})^2)^{\frac{1}{2}}} \lambda_s$$

hvor  $v$  er objektets hastighed

$v_r$  er objektets hastighed i lysets radiale udbredelsesretning og

$c$  er lysets hastighed.

Idet det antages, at  $v \ll c \wedge v_r = v \cos \theta_2$  (jvfr. fig.12 side 17),

haves

$$\lambda = (1 + \frac{v \cos \theta_2}{c}) \lambda_s$$

og idet lysbølgens vinkelfrekvens  $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = 2\pi\nu_s = \frac{2\pi}{\lambda_s} c$

$$\text{ændres } \omega_s \text{ til } \omega = \frac{2\pi}{\lambda} c = \frac{2\pi}{(1 + \frac{v \cos \theta_2}{c}) \lambda_s} c = \frac{2\pi}{\lambda_s} (1 - \frac{v \cos \theta_2}{c}) c =$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_s} c - \frac{2\pi}{\lambda_s} v \cos \theta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_s} c - \frac{2\pi}{\lambda_s} \frac{d\Omega(t)}{dt} \cos \theta_2.$$

2) Ændringen i legemets position bevirker en ændring af lysets

stedafhængige faseforskydning  $\varphi$ . Har vi, jvfr. fig.12 side 17

en flytning  $d = \Omega(t)$ , forårsager denne en ændring i faseforskyd-

ningen  $\Delta\varphi = \Omega(t)(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \frac{2\pi}{\lambda_s}$  ved modtagestedet eller

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda_s} \Omega(t) \cos \theta \cos \varphi \text{ (jf. fig. 12).}$$

Foretages en holografisk optagelse, bliver den tidslige middelværdi af intensiteten registreret:

$$\langle I \rangle = \langle |A+R|^2 \rangle = |A|^2 + |R|^2 + \langle AR^* \rangle + \langle A^*R \rangle$$

(jvfr. side 4)



Leddene  $\langle AR^* \rangle$  som er af interesse ved en rekonstruktion, jf. side 6, bliver, såfremt vi antager, at vi har plane bølger

objektstråle  $A = ae^{i(\omega t - \varphi)}$  og referencestråle  $R = re^{i\omega_s t}$

hvor  $\omega t - \varphi = (\omega_s - \frac{2\pi}{\lambda_s} \frac{\partial \Omega}{\partial t} \cos \theta_2) t - \varphi + \frac{4\pi}{\lambda_s} \Omega \cos \theta \cos \varphi$

$$\langle AR^* \rangle = ar \frac{1}{T} e^{-i\varphi} \int_0^T e^{i(-\frac{2\pi}{\lambda_s} \frac{\partial \Omega}{\partial t} t \cos \theta_2 + \frac{4\pi}{\lambda_s} \Omega \cos \theta \cos \varphi)} dt$$

hvor  $T$  er eksponeringstiden.

Eksempler:

$$a) \text{ Såfremt } \Omega(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t \in [0; t_1[ \\ d & \text{for } t \in [t_1; T] \end{cases}$$

svarende til den tidligere omtalte situation, hvor der udføres en dobbelteksponering af objektet i to stillinger, fås ved en rekonstruktion bølgen  $\langle AR^* \rangle R$  som har intensiteten

$$|\langle AR^* \rangle R|^2 = a^2 r^4 \left( 2 \frac{t_1}{T} \left( 1 - \frac{t_1}{T} \right) \cos \left( \frac{4\pi d}{\lambda_s} \cos \theta \cos \varphi \right) + \left( \frac{t_1}{T} \right)^2 + \left( 1 - \frac{t_1}{T} \right)^2 \right)$$

Varer eksponeringen i de to stillinger lige længe er  $2t_1 = T$  og

$$|\langle AR^* \rangle R|^2 = a^2 r^4 \cos^2 \left( \frac{2\pi d}{\lambda_s} \cos \theta \cos \varphi \right)$$

d.v.s. vi får en stribeafstand svarende til en flytning på  $\frac{\lambda}{2 \cos \theta \cos \varphi}$ ; dette er netop det tidligere fundne udtryk til brug ved flytningsmåling, når der anvendes dobbelteksponering.

Ovennævnte  $\Omega$ -funktion bestemmer også situationen, såfremt vi anvender stroboscopisk lys. Såfremt der anvendes en dobbelteksponerings-metode, skal lyset pulseres med en frekvens, der er det dobbelte af objektets, medens man ved levende interferens-metoden skal anvende samme frekvens som objektets. For at interferensstriberne skal få en god kontrast, er det nødvendigt at pulsbredden er lille, d.v.s. lysenergien skal sendes

af sted i et meget kort tidsrum. Ved levende interferensmetoden er det muligt at bestemme fasevariationer og resonans, idet frekvensen af det pulserede lys varieres.

- b) Såfremt flytningen  $\Omega$  er en bevægelse med konstant hastighed  $v_0$ , haves  $\Omega = v_0 t$  og signalet som lejres på den fotografiske plade bliver

$$\langle AR^* \rangle = ar \frac{1}{T} e^{-i\varphi} \frac{\lambda_s}{2\pi i v_0} (e^{i \frac{2\pi}{\lambda_s} v_0 T} - 1)$$

( $\theta = \psi = 0$  er forudsat)

Ved rekonstruktionen med en bølge  $R = re^{i\omega t}$  fås en intensitet

$$|\langle AR^* \rangle R|^2 = a^2 r^4 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda_s} v_0 T\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda_s} v_0 T\right)^2}, \text{ d.v.s.}$$

intensitetsfordelingen varierer efter en kvadreret sinc-funktion (fig. 17).

- c) Såfremt flytningen  $\Omega$  er en harmonisk svingning  $\Omega = d \sin \frac{2\pi}{T_1} t$ , hvor  $T_1$  er legemets svingningstid, fås

$$\langle AR^* \rangle = ar \frac{1}{T} e^{-i\varphi} \int_0^T e^{i \frac{4\pi d}{\lambda_s} \left(\frac{-\pi t}{T_1} \cos \frac{2\pi t}{T_1} + \sin \frac{2\pi t}{T_1}\right)} dt$$

Kan Doppler-effekten antages forsvindende haves

$$\langle AR^* \rangle \doteq ar \frac{1}{T} e^{-i\varphi} \int_0^T e^{i \frac{4\pi d}{\lambda_2} \sin \frac{2\pi t}{T_1}} dt.$$

Ved rekonstruktion med en bølge  $R = re^{i\omega t}$  fås en intensitet, som varierer efter en kvadreret Bessel-funktion. (Fig. 17).

På fig. 17 ses endvidere grafen for  $(1 + J_0(x))$  som er intensitetsfordelingen ved interferens mellem et hologram af objektet og det svingende objekt (levende interferens).

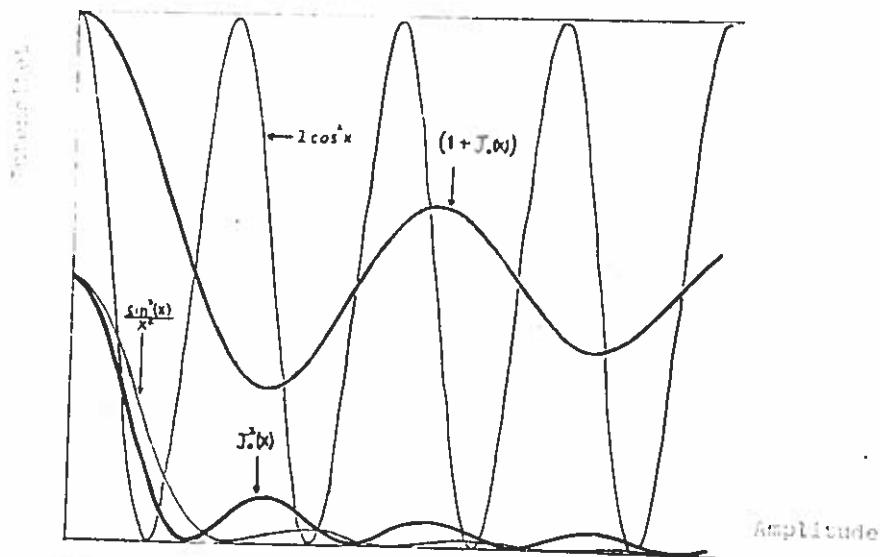


Fig. 17. Intensitetsfordeling i et hologram af et legeme, der udfører svingninger.

Af andre metoder til brug ved svingningsundersøgelse kan nævnes:

Efter at et hologram af objektet (i hvile) er optaget, fremkaldt og genanbragt i sin holder bevæges hologrammet en smule (eller belysningsretningen ændres lidt) således, at man får en række interferensstriber. Når objektet svinger, vil dele af de oprindelige striber stå skarpt, medens andre vil forsvinde i tåge. Metoden er mest velegnet til at afsløre knuder.

Store amplituder kan måles ved at lade reference-strålen reflektere fra et spejl, som (f.eks. ved hjælp af en piezo-elektrisk krystal) svinger med samme frekvens som objektet. Tilsyneladende knude-områder er de steder, der har samme amplitude som spejlet. Idet spejlets amplitude varierer, bliver det muligt at fastlægge objektets amplitudefigur.

Meget små amplituder (1 nm) kan måles, såfremt man kan ændre fasen af referencestrålen, der pulserer med samme frekvens, som objektet svinger. Herved opnås, at man befinder sig på det stejle stykke af  $J_0^2(x)$  kurven (fig. 17), og man har derfor større følsomhed end hvis man befandt sig nær toppunktet  $J_0^2(0)$ .

Litteraturfortegnelse.

- (1) D. Gabor, Nature, 161, (1948): "Microscopy by Reconstructed Wave-fronts", Proc.Roy.Soc. (London) A197 (1947).
- (2) E.N. Leith and J. Upatnieks, J. Opt. Soc. Amer. 52, (1962).
- (3) John W. Matthews: "Theory of Holography", Scientific Report no. 7, California Institute of Technology, June 1967.  
AD 667 189.
- (4) J. Azmuth, Scientific Report No. 3, California Institute of Technology, 1964.
- (5) A.F. Harvey: Coherent Light, 1970.
- (6) K.A. Haines & B.P. Hildebrand: "Surface-deformation measurement using the wavefront reconstruction technique", Appl. Opt., vol. 5, no. 4, april 1966.
- (7) K.A. Haines & B.P. Hildebrand: "Interferometric measurements on diffuse surface by holographic techniques", IEEE Trans. IM vol. 15, no. 4, december 1966.
- (8) Nils Abramson: "Hologram för deformationsbestämningar", Verkstäderna, marts 1968.
- (9) Applications de l'Holographie, Symposium Besancon 1970.
- (10) R.L. Powell & K.A. Stetson: "Interferometric Vibration Analysis by wavefront reconstruction", J. Opt. Soc. Am., vol. 55, no. 12, 1965.
- (11) B.M. Wafrasiwicz & P. Spicer: "Vibration Analysis by Stroboscopic Holography", Nat. 217, no. 5134, marts 1968.
- (12) Henry John Caulfield & Sun Lu: "The Applications of Holography", 1969.

- (13) Jean-Charles Viénot, Paul Smigielski & Henri Royer: "Holographic Optique, Développements & Applications", 1971.
- (14) J.W.C. Gates: "Holographic Measurements of Surface Dissertion in Three Dimensions", Optics Technology, vol. 1, no. 5, 1969.
- (15) A.E. Ennos: "Holography and its Applications", Contemp. Phys. 1967, vol. 8, no. 2.
- (16) Hiroyoshi Saito m.fl.: "Application of Holographic Interferometry to Mechanical Experiments", U.S.-Japan Seminar, Washington D.C., oktober 1969.
- (17) N.-E. Molin & K.A. Stetson: "Measuring combination mode vibration patterns by hologram interferometry", Journ. of Scientific Instruments 1969, Series 2, vol. 2.
- (18) A.E. Ennos & E. Archbold: "Vibrating Surface Viewed in Real Time by Interference Holography", Laser Focus Magazine, oktober 1968.
- (19) B.P. Hildebrand & K.A. Haines: "Multiple-Wavelength and Multiple-Source Holography Applied to Contour Generation", Journ. of The Optical Socceity of America, vol. 57, no. 2, 1967.
- (20) A.E. Ennos: "Measurement of in-plane surface strain by hologram interferometry", Journal of Scientific Instrument, 1968, series 2, volume 1.

AFDELINGEN FOR BÆRENDE KONSTRUKTIONER  
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

Structural Research Laboratory  
Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby

RAPPORTER (Reports)

(1970 -

- R 11. Bræstrup, Mikael W.: The Cosserat Surface and Shell Theory. 1970. Out of print
- R 12. Askegaard, Vagn: Anvendelse af modelanalyse. 1970.
- R 13. Solnes, Julius: The Spectral Character of Earthquake Motions. 1970. Out of print
- R 14. Bræstrup, Mikael W.: Yield Lines in Discs, Plates and Shells. 1970. Out of print
- R 15. Møllmann, J.: Beregning af hængekonstruktioner ved hjælp af deformationsmetoden. 1970. Out of print
- R 16. Byskov, Esben: The calculation of Stress Intensity Factors Using the Finite Element Method with Cracked Elements. 1970.
- R 17. Askegaard, V.: Grundlaget for adhæsion. 1970.
- R 18. Summaries of Lecture Notes on Experimental Stress Analysis. 1970. Out of print
- R 19. Sørensen, Hans Christian: Forskydning i jernbetonbjælker. 1970.
- R 20. Sørensen, Hans Christian: Forskydningsforsøg med 12 jernbetonbjælker med T-tværsnit. 1971.
- R 21. Møllmann, H.: Analysis of Hanging Roofs Using the Displacement Method. 1971. Out of print
- R 22. Haurbæk, Poul E.: Dæmpede svingninger i spændbetonbjælker. Svingningsforsøg med simpelt understøttede bjælker. Publication pending
- R 23. Bræstrup, M.W.: Yield-line Theory and Limit Analysis of Plates and Slabs. 1971.
- R 24. Dyrbye, Claës: Pendulum Vibration. 1971. Out of print
- R 25. Møllmann, H.: Analytical Solution for a Cable Net over a Rectangular Plan. 1971.
- R 26. Nielsen, J.: Silotryk. 1972. Out of print
- R 27. Askegaard, V., M. Bergholdt and J. Nielsen: Problems in connection with pressure cell measurements in silos. 1972. Out of print
- R 28. Ramirez, H. Daniel: Buckling of plates by the Ritz methods using piecewise-defined functions. 1972.
- R 29. Thomsen, Kjeld & Henning Agerskov: Behaviour of butt plate joints in rolled beams assembled with prestressed high tensile bolts. 1972.
- R 30. Julius Solnes and Ragnar Sigbjörnsson: Structural response to stochastic wind loading. 1972.
- R 31. H. J. Larsen og H. Riberholt: Forsøg med uklassificeret konstruktionstræ. 1972.