

AFDELINGEN FOR
BÆRENDE KONSTRUKTIONER
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE



STRUCTURAL RESEARCH LABORATORY
TECHNICAL UNIVERSITY OF DENMARK

Uwe Hess, B. Chr. Jensen, M. W. Bræstrup,
M. P. Nielsen og Finn Bach
GENNEMLOKNING AF JERNBETONPLADER

RAPPORT NR. R 90 1978

GENNEMLOKNING AF JERNBETONPLADER

Uwe Hess, civilingeniør

B.Chr. Jensen, akademiingeniør, lic.techn.

M.W.Bræstrup, civilingeniør, lic.techn.

M.P.Nielsen, professor, dr.techn.

Finn Bach, civilingeniør, lic.techn.

FORORD

Nærværende rapport er resultatet af et forskningsprojekt "Gennemlokning af jernbetonplader" udført ved Afdelingen for Bærende Konstruktioner og finansieret af Statens teknisk-videnskabelige Forskningsråd.

RESUMÉ

Gennemlokning af jernbetonplader

Denne rapport beskriver arbejdet i forbindelse med en forundersøgelse vedrørende anvendeligheden af plasticitetsteorien ved beregningen af gennemlokningslasten for jernbetonbjælker.

Beregningerne er gennemført med forskellige geometriske udformninger af brudfigurer; de bedste resultater opnåedes med en brudfigur bestående af en omdrejningsflade med en kædelinie, som frembringerkurve.

Resultaterne af beregningerne er sammenlignet med forsøgsresultater fra litteraturen, og overensstemmelsen er rimelig.

Forsøgsresultaterne er også benyttet til en kontrol af danske og udenlandske normers formler for gennemlokningslasten.

Endelig er gennemlokningslasten for cylinderskaller forsøgt beregnet, og resultaterne sammenlignet med forsøg - også her med en rimelig overensstemmelse.

Bagest i rapporten er angivet en fortegnelse over litteratur omhandlende gennemlokning af jernbetonplader.

SUMMARY

Punching shear in reinforced concrete slabs

This report describes the work during a preliminary investigation concerning the application of the theory of plasticity to the calculation of the punching load of reinforced concrete slabs.

The calculations are made with several failure mechanisms, a surface of revolution with a catenary curve as generatrix giving the best results.

The results are compared with tests from the literature and fair agreement is found. The test results have also been used to check the formulas given in the Danish and foreign codes.

Finally an attempt has been made to calculate the punching load of cylindrical shells. The calculated loads have been compared with tests, and also here fair agreement is found.

At the end of the report there is a list of literature concerning punching of reinforced concrete slabs.

NOTATIONER

(dog kun notationer, der optræder flere gange i teksten)

A_i	:	indre arbejde
A_y	:	ydre arbejde
d	:	diameter af belastet areal, se fx fig.3.2.1
F	:	overflade - areal
h	:	total pladetykkelse
h_e, h_n	:	effektiv pladetykkelse
h_i	:	indre momentarm
P	:	kraft
P_{br}	:	brudkraft
S_x	:	spredning på x
$S_{[\gamma-r(x)]}$:	spredning på γ i forhold til regressionskurven $r(x)$ (altså spredningen på $\{\gamma-r(x)\}$)
v	:	bevægelsen ved brud
w_i	:	indre arbejde pr arealenhed
\bar{x}	:	middelværdien for x
α	:	vinklen mellem brudbevægelsen og brudfladen
ν	:	effektivitetsfaktoren på betonstyrken $\nu = \sigma_c^*/\sigma_c$
σ_a, σ_f	:	armeringsflydespænding
σ_c	:	betontrykstyrken
σ_c^*	:	den effektive betontrykstyrke
σ_t	:	betontrækstyrken
τ	:	forskydningsspænding
φ	:	friktionsvinklen

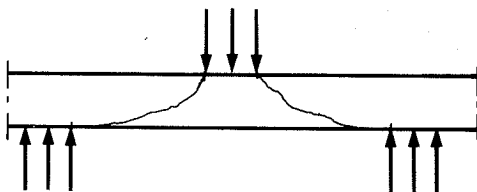
INDHOLDSFORTEGNELSE

	Side
1. MEKANISMEN VED BRUD	1
2. NOGLE TEORIER OG BÆREEVNEFORMLER	2
3. PLASTISK BEREGNING	5
3.1 Baggrund	5
3.2 Brudfigur formet som en keglestub	6
3.3 Brudfigur bestående af to keglestubbe	10
3.3.1 Cirkulær søjle	10
3.3.2 Rektangulær søjle	14
3.4 Den optimale brudfigur bestemt ved variationsregning	16
3.5 Plader med forskydningsarmering	21
4. SAMMENLIGNING AF PLASTISKE BEREGNINGER MED FORSØGSRESULTATER	25
5. NORMREGLER FOR GENNEMLOKNING	36
5.1 DS 411	36
5.2 ACI 318-71	39
5.3 CP 110	39
5.4 CEB's seneste forslag	40
6. GENNEMLOKNING AF CYLINDERSKALLER	43
7. KONKLUSION	49
8. YDERLIGERE UNDERSØGELSER	50
Litteratur om gennemlokning	51
Supplerende litteratur	63

1. MEKANISMEN VED BRUD

En plade, der udsættes for en voksende belastning, kan gå i stykker enten ved bøjning eller ved forskydning. Forskydningsproblemet er størst, når belastningerne optræder i form af koncentrerede belastninger, fx fra søjler.

Ved gennemlokning af jernbetonplader sker der det, at forskydningsbæreevnen omkring en koncentreret belastning overskrides. Fra forsøg ved man, at bruddet indtræder, ved at et omdrejningslegeme trykkes ud af pladen.

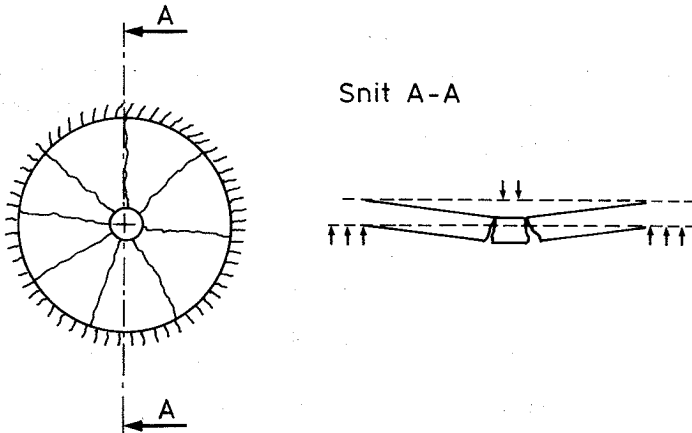


Figur 1.1: Gennemlokning af jernbetonplade

Gennemlokning (på engelsk: punching) bliver til tider anvendt som betegnelse for en brudform, der optræder, når der sker brud i betonen, efter at bøjningsarmeringen har flydt. Dette problem er imidlertid ikke et forskydningsproblem, men et rotationskapacitetsproblem i forbindelse med bøjningsbruddet. Det burde således ikke betegnes som gennemlokning. I det følgende vil vi kun betegne brud, hvor bøjningsarmeringen ikke har flydt, som gennemlokning.

Ved gennemlokningen kan man forestille sig, at den gennemlokke-
de del i brudøjeblikket bevæger sig nedad som et stift legeme,
og den øvrige del af pladen ikke får nogen flytning.

Ved forsøg optræder imidlertid også ofte et andet brud. Den ikke-gennemlokkede del af pladen revner langs nogle radier (se fig.1.2) og senere rundt langs belastningens periferi.



Figur 1.2: Underside af plade ved gennemlokning

Forskellen mellem de to brudformer viser sig ved, at den relative bevægelse i brudfladen i det første tilfælde overalt har én retning, så vinklen mellem bevægelsen og brudfladen er lig med vinklen mellem brudfladen og lodret. I det andet tilfælde vil vinklen derimod blive større, idet den del af pladen, der ikke bevæges lodret nedad, vil få en vandret bevægelse. Den anden brudform vil således ofte vise sig at være et lokalt bøjningsbrud fremfor et gennemlokningsbrud, hvilket understreges af, at det for det meste optræder ved forholdsvis svagt armerede plader. Gesund og Kaushik [70.5] har således gennemregnet en stor del af de tilgængelige gennemlokningsforsøg og fundet gennemsnittet af P_{flex}/P_{test} for 106 gennemlokningsforsøg til 1.015 med en standardafvigelse på 0.248 (P_{flex} , bæreevne ved bøjningsbrud bestemt ved brudlinieteori; P_{test} , bæreevnen fundet ved forsøg).

2. NOGLE TEORIER OG BÆREEVNEFORMLER

Et studium af de eksisterende forslag til bæreevnebestemmelse af gennemlokningsstyrken giver et broget billede, der alt i alt viser, at problemet er overordentlig kompliceret, idet der øjensynlig er mange faktorer, der har indflydelse på bæreevnen. Der er således kun ganske få egentlig rationelle teorier. Bl.a. har Kinnunen og Nylander (se [60.1],[63.1]) foreslået en metode, der dog fører til ret komplicerede udtryk og beregningsprocedurer. I [75.3] har Kinnunen og Nylander derfor beskrevet en simplificeret beregningsmåde.

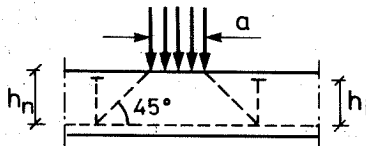
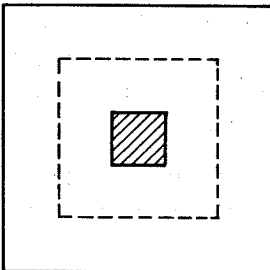
I forbindelse med en række omfattende forsøgsserier i årene 1908-1912 definerede Talbot [13.1] en formel brudforskydningspænding til karakterisering af bæreevnen. Forsøgene udførtes med kvadratiske søjler med sidelængden a placeret centralt på plader med nyttehøjden h_n . Den formelle brudforskydningspænding udregnedes som:

$$\tau = \frac{P_{br}}{4(a+2h_n)h_i} \quad (2.1)$$

I formelen er P_{br} den målte brudkraft, og h_i er den indre momentarm ($\sim 0.9 h_n$).

Af forsøgsresultaterne konkluderede Talbot, at den således beregnede brudforskydningspænding for plader stort set var den samme som ved bjælker.

Det areal, der i (2.1) anvendes til at optage kraften, er vist på fig.2.1. Omkredsen er et kvadrat i afstanden h_n fra søjlens periferi, og til højden medregnes kun h_i .



Figur 2.1

Talbot's princip er siden blevet anvendt meget, idet der er fremkommet mange forslag til bestemmelse af omkredsen samt til, hvilken betonstyrke den udregnede forskydningsspænding skal sammenlignes med. Yderligere er der blevet suppleret med regler, efter hvilke der kan tages hensyn til dyvelvirkning af plade-armering, forskydningsarmering, excentrisk belastning, huller i pladen og placering af søjlen samt belastningens placering (i det indre af pladen, ved kant eller hjørne). Antallet af beregningsforslag er meget stort, og en minutiøs gennemgang ville føre for vidt. Der kan dog henvises til [74.6], hvor en stor del af beregningsforslagene er samlet og vurderet.

En enkelt anden formel skal dog medtages. Den bygger på et ofte anvendt princip, efter hvilke man tager hensyn til excentriciteter ved at finde nogle tillægfskydningsspændinger, som adderes til (2.1) eller en formel af tilsvarende type.

Dragosavic og van den Beukel [74.1],[76.4] fra IBBC-TNO i Holland har anvendt dette princip, idet de anbefaler at regne:

$$P_{br} = \alpha p h \sigma_t \quad (2.2)$$

hvor

- P_{br} = brudbæreevnen
- p = karakteristisk omkreds (perimeter)
- h = nyttehøjde for pladen
- σ_t = spaltetrækstyrken
- α = faktor, der tager hensyn til excentricitet og søjleplacering

Det anføres i [74.1], at arealet $p h$ er et fiktivt brudareal. Arealet bruges dog til efter elasticitetsteorien (Mast [70.2] [70.3]) at finde tillægfskydningsspændinger ved excentrisk belastning af søjler og ved hjørne- og kantplacering af søjler.

De formler, man når frem til, viser sig i øvrigt at være acceptable, og det er bl.a. det hollandske arbejde, der har dannet grundlag for et af CEB's forslag [75.4].

3. PLASTISK BÆREEVNEBEREGNING

3.1 Baggrund

Antages det, at betonen kan betragtes som et idealt plastisk materiale, kan gennemlokningsbæreevnen beregnes ved hjælp af plasticitetsteorien.

Benyttes Coulomb's modificerede brudbetingelse og antages plan tøjningstilstand (i radiære snit omkring belastningen), findes dissipationen som (se fx [77.1] eller [1]):

$$w_i = v \left(\frac{1 - \sin \alpha}{2} \sigma_c + \frac{\sin \alpha - \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_t \right) \text{ for } \varphi \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \quad (3.1.1)$$

Da antagelsen om ideal plasticitet for betonen imidlertid ikke er perfekt opfyldt, indføres en effektivitetsfaktor v på betonstyrken. Den effektive betonstyrke bliver så:

$$\sigma_c^* = v \sigma_c$$

Da beton over for træk er endnu mindre plastisk end over for tryk, bliver effektivitetsfaktoren på trækstyrken mindre end på trykstyrken; her vil vi sætte den til 0 og får dermed $\sigma_t = 0$ svarende til, hvad der er almindeligt anvendt i betonstyrkelæren.

I udregningerne på de følgende sider er det dog ligegyldigt, om σ_c eller σ_c^* benyttes, så længe $\sigma_t = 0$, og vi sammenligner formlerne indbyrdes og ikke med forsøgsresultater.

(3.1.1) kan omskrives til:

$$\begin{aligned} w_i &= \frac{1}{2} v \sigma_c \left(1 - \sin \alpha + 2 \frac{\sin \alpha - \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \frac{\sigma_t}{\sigma_c} \right) \\ &= \frac{1}{2} v \sigma_c \left(1 - \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \frac{\sigma_t}{\sigma_c} - \sin \alpha \left(1 - \frac{2}{1 - \sin \varphi} \frac{\sigma_t}{\sigma_c} \right) \right) \end{aligned}$$

eller også:

$$w_i = \frac{1}{2} v \sigma_c (\lambda - \mu \sin \alpha) \quad (3.1.2)$$

hvor

$$\lambda = 1 - \frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \frac{\sigma_t}{\sigma_c} \quad (3.1.3)$$

$$\mu = 1 - \frac{2}{1 - \sin \phi} \quad (3.1.4)$$

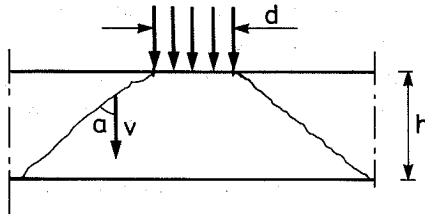
Sættes som almindeligt anvendt for beton:

$\tan \phi = 0.75$, fås $\lambda = 1 - 3\sigma_t/\sigma_c$ og $\mu = 1 - 5\sigma_t/\sigma_c$.

Sættes $\sigma_t = 0$, fås $\lambda = \mu = 1$.

3.2 Brudfigur formet som en keglestub

En belastning fordelt over et cirkulært areal betragtes; brudfiguren antages at gå retliniet ud fra belastningens periferi, se fig.3.2.1.



Figur 3.2.1: Retliniet brudfigur

Brudarealet bliver:

$$F = \frac{\pi h (d + h \tan \alpha)}{\cos \alpha} \quad (3.2.1)$$

Det indre og ydre arbejde bliver:

$$A_i = F w_i \quad (3.2.2)$$

$$A_y = P v \quad (3.2.3)$$

Med w_i fra (3.1.2) og $A_i = A_y$ findes:

$$P = \frac{\pi}{2} \sigma_c h \frac{(\lambda - \mu \sin \alpha)(d \cos \alpha + h \sin \alpha)}{\cos^2 \alpha} \quad (3.2.4)$$

Minimum findes ved at udregne:

$$\frac{dP}{d\alpha} \approx \frac{1}{\cos^3 \alpha} [d \cos \alpha (\sin \alpha - \frac{\mu}{\lambda} + h(1 - 2\frac{\mu}{\lambda} \sin \alpha + \sin^2 \alpha))]$$

$$\text{for } \frac{h}{d} \rightarrow 0 \quad \text{minimum for } \sin \alpha = \frac{\mu}{\lambda}$$

$$\text{for } \frac{h}{d} \rightarrow \infty \quad \frac{dP}{d\alpha} > 0, \text{ minimum for } \alpha = \varphi$$

Gøres nu den antagelse, at $\sigma_t = 0$, bliver (3.2.4)

$$P = \frac{\pi}{2} \sigma_c \cdot h \frac{(1 - \sin \alpha)(d \cos \alpha + h \sin \alpha)}{\cos^2 \alpha} \quad (3.2.5)$$

$$\frac{dP}{d\alpha} = 0 \Rightarrow$$

$$0 = d \cos \alpha (\sin \alpha - 1) + h(1 - 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha)$$

$$\Leftrightarrow \frac{h}{d} = \frac{\cos \alpha (1 - \sin \alpha)}{1 - 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{h}{d} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \cot\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.2.6)$$

(3.2.6) giver et maksimum for bæreevnen, der dog kun er aktuelt, når $\frac{h}{d} > 2$, idet $\alpha \geq 37^\circ$ *). Minimum skal altså søges i et af endepunkterne.

Med $\alpha = \varphi$ fås af (3.2.5)

$$P = \frac{\pi}{2} \sigma_c \cdot d \left(1 + \frac{d}{h} \tan \varphi\right) \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (3.2.7)$$

Omskrives (3.2.5) fås:

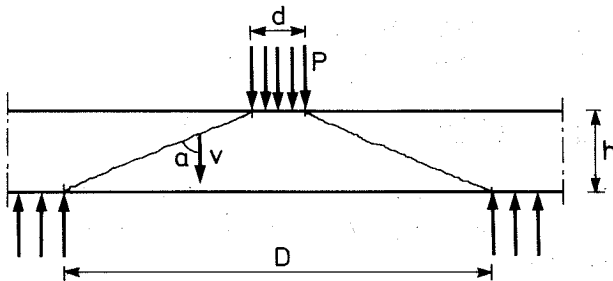
*) $\alpha \geq \varphi = 37^\circ$

$$\begin{aligned}
P &= \frac{\pi}{2} \sigma_c h d \left(1 + \frac{h}{d} \tan \alpha\right) \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} \\
&= \frac{\pi}{2} \sigma_c h d \left(\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{h}{d} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}\right) \\
&= \frac{\pi}{2} \sigma_c h d \left(\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{h}{d} \frac{\sin \alpha - 1 + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}\right) \\
&= \frac{\pi}{2} \sigma_c h d \left(\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{h}{d} \left(1 - \frac{1 - \sin \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}\right)\right) \\
&= \frac{\pi}{2} \sigma_c h d \left(\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{h}{d} \left(1 - \frac{1}{1 + \sin \alpha}\right)\right) \quad (3.2.8)
\end{aligned}$$

Af (3.2.8) ses, at faktoren til $\frac{\pi}{2} \sigma_c h d + \frac{1}{2} \frac{h}{d}$ for $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$,
dvs.

$$P \rightarrow \frac{\pi}{4} \sigma_c h^2 \quad \text{for} \quad \alpha \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad (3.2.9)$$

Med begrænset afstand til understøtningen som vist på fig.3.2.2
findes:



Figur 3.2.2

$$P = \frac{\pi}{4} \sigma_c h^2 \left(\frac{D}{h} + \frac{d}{h}\right) \left[\sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{D}{h} - \frac{d}{h}\right)^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{D}{h} - \frac{d}{h}\right)\right] \quad (3.2.10)$$

(3.2.10) fremkommer af (3.2.5) ved indsættelse af de værdier for

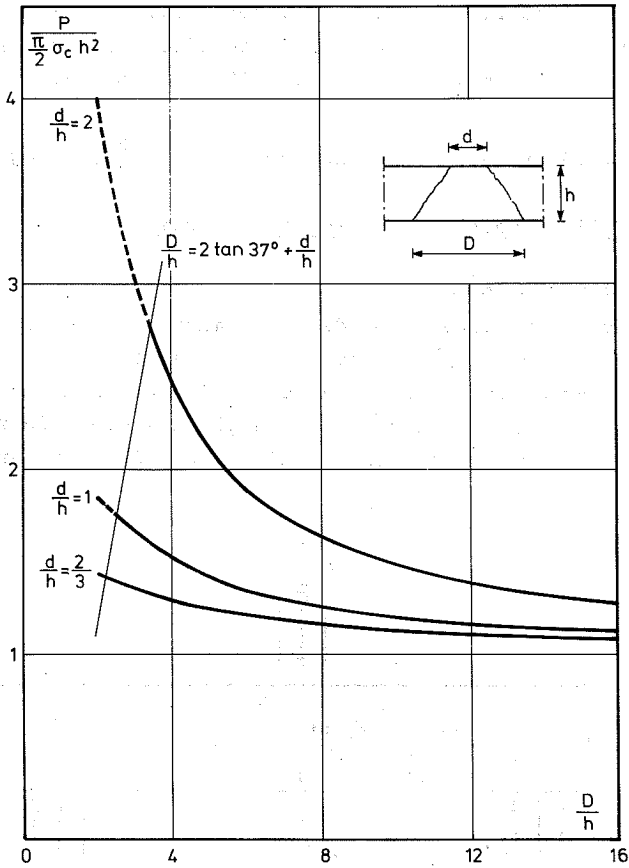


Fig.3.2.3: Bæreevnen $\frac{P}{\frac{\pi}{2} \sigma_c h^2}$ som funktion af understøtningsdiameteren $\frac{D}{h}$.

Linien $\frac{D}{h} = 2 \tan 37^\circ + \frac{d}{h}$ betegner den mindste understøtningsdiameter for en givet belastningsdiameter $\frac{d}{h}$.

$\sin \alpha$ og $\cos \alpha$, som kan findes ved hjælp af fig.3.2.2.

Med retliniet brudfigur er bæreevnen altså den mindste af værdierne efter (3.2.7) og (3.2.10), hvor (3.2.10) altid er mindst undtagen for $\alpha = \varphi$, hvor (3.2.7) og (3.2.10) giver samme resultat. Derudover gælder, at (3.2.10) går mod (3.2.9) for $D \rightarrow \infty$.

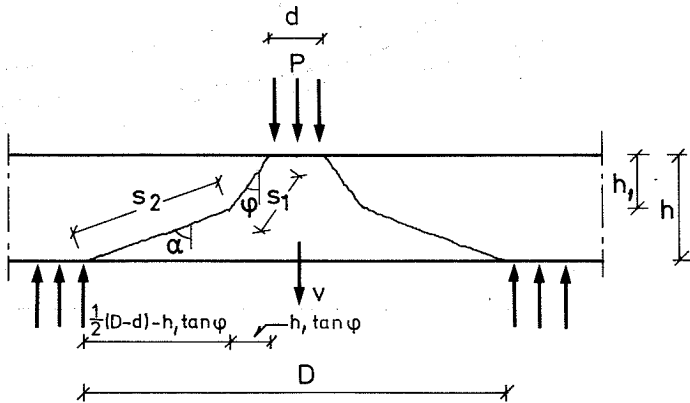
På fig.3.2.3 er (3.2.10) tegnet op for $\frac{d}{h} = \frac{2}{3}$, 1, og 2.

3.3 Brudfigur bestående af to keglestubbe

3.3.1 Cirkulær søjle

Vi ser nu på en cirkulær plade med spændvidden D og centralt belastet over et cirkulært område med diameteren d , se fig.

3.3.1.1. Brudfiguren består af en linie med hældningen φ ved belastningen. I afstanden h_1 fra pladens overside ændres linien fra at have hældningen φ til at gå ud til understøtningen.



Figur 3.3.1.1: Snit gennem brudfigur

Med de på fig.3.3.1.1 viste betegnelser gælder:

$$\tan\alpha = \frac{\frac{1}{2}(D-d) - h_1 \tan\varphi}{h-h_1}$$

$$s_1 = \frac{h_1}{\cos\varphi}$$

$$s_2 = \frac{h-h_1}{\cos\alpha} = \sqrt{(h-h_1)^2 + [\frac{1}{2}(D-d) - h_1 \tan\varphi]^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{h-h_1}{\sqrt{(h-h_1)^2 + [\frac{1}{2}(D-d) - h_1 \tan\varphi]^2}}$$

$$\sin\alpha = \frac{\frac{1}{2}(D-d) - h_1 \tan\varphi}{\sqrt{(h-h_1)^2 + [\frac{1}{2}(D-d) - h_1 \tan\varphi]^2}}$$

Arealet af den øverste keglestub er:

$$A_1 = \pi \frac{h_1}{\cos\varphi} (d + h_1 \tan\varphi)$$

Arealet af den nederste keglestub er:

$$A_2 = \pi \sqrt{(h-h_1)^2 + [\frac{1}{2}(D-d) - h_1 \tan\varphi]^2} (\frac{D+d}{2} + h_1 \tan\varphi)$$

Arbejds ligningen giver:

$$P v = v \frac{1-\sin\varphi}{2} \sigma_c A_1 + v \frac{1-\sin\alpha}{2} \sigma_c A_2 \quad (3.3.1.1)$$

idet det er forudsat, at $\sigma_t = 0$.

Indsættelse i (3.3.1.1) giver:

$$P = \frac{(1-\sin\varphi) \sigma_c \pi h_1 (d+h_1 \tan\varphi)}{2 \cos\varphi} +$$

$$+ \frac{[\sqrt{(h-h_1)^2 + [\frac{1}{2}(D-d) - h_1 \tan\varphi]^2} - \frac{1}{2}(D-d) + h_1 \tan\varphi] \sigma_c \pi (\frac{D+d}{2} + h_1 \tan\varphi)}{2}$$

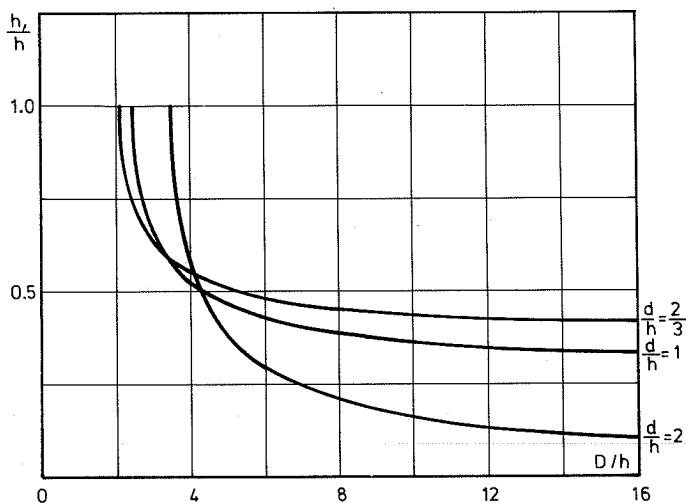
$$(3.3.1.2)$$

Indsættes $\varphi = 37^\circ$ ($\tan\varphi = 0,75$) , fås:

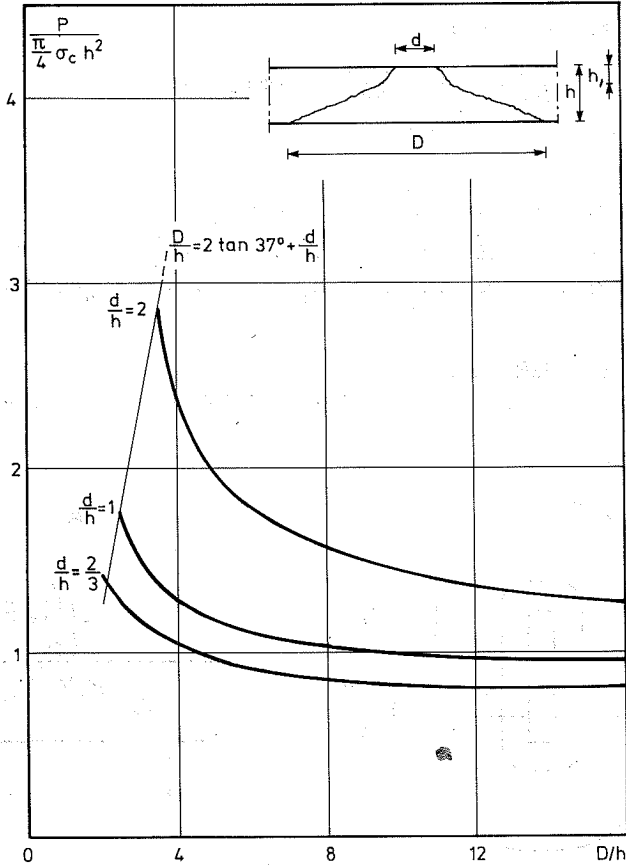
$$P = \frac{\pi}{4}\sigma_c h^2 \left[\frac{15}{8} \left(\frac{h_1}{h} \right)^2 + \frac{5}{2} \frac{h_1}{h} \frac{d}{h} - \frac{1}{2} \left(\left(\frac{D}{h} \right)^2 - \left(\frac{d}{h} \right)^2 \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{D}{h} + \frac{d}{h} + \frac{3}{2} \frac{h_1}{h} \right) \sqrt{\left(1 - \frac{h_1}{h} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{D}{h} - \frac{d}{h} \right) - \frac{3}{4} \frac{h_1}{h} \right)^2} \right] \quad (3.3.1.3)$$

Differentieres (3.3.1.3) med hensyn til h_1 , fås en ligning af 4.grad i h_1 , det er derfor ikke muligt analytisk at finde det mindste P .

På fig.3.3.1.2 og 3.3.1.3 er vist resultatet af en numerisk behandling.



Figur 3.3.2.1: Højden af brudkeglen med vinklen φ i forhold til pladens tykkelse, se fig. 3.3.1.1, som funktion af understøtningsdiametren D/h .



Figur 3.3.1.3: Bæreevnen $\frac{P}{\frac{\pi}{4} \sigma_c h^2}$ som funktion af understøtningsdiameteren D/h . Linien $\frac{D}{h} = 2 \tan 37^\circ + \frac{d}{h}$ betegner den mindste understøtningsdiameter for en givet belastningsdiameter d/h .

Af ligning (3.3.1.2) fås:

$$P \rightarrow \frac{\pi}{2} \sigma_c \frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} h_1 (d + h_1 \tan \varphi) + \frac{\pi}{4} \sigma_c (h - h_1) \text{ for } D \rightarrow \infty,$$

$$\text{idet } x(\sqrt{a^2 + x^2} - x) \rightarrow \frac{1}{2} a^2 \text{ for } x \rightarrow \infty$$

For $D \rightarrow \infty$ havees altså:

$$\frac{dP}{dh_1} \approx \frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} d + 2 \frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} \tan \varphi h_1 - (h - h_1)$$

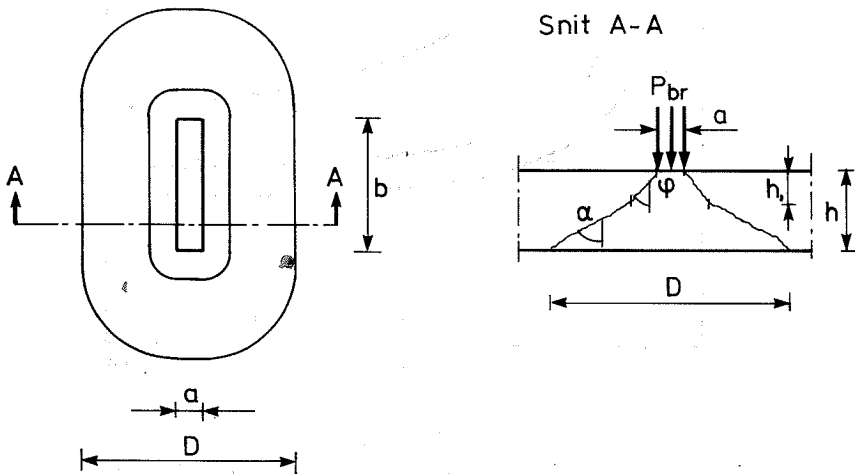
$$\text{for } h_1 = h \text{ fås } \frac{dP}{dh_1} > 0$$

$$\text{for } h_1 = 0 \text{ fås } \frac{dP}{dh_1} \geq 0, \text{ når } \frac{d}{h} \geq 0$$

Minimum findes altså for $h_1 = 0$, dvs. $P = \frac{\pi}{4} \sigma_c h^2$, når $\frac{d}{h} < 2$,
fås den mindste øvre værdi for $h_1 \neq 0$, dvs. $P < \frac{\pi}{4} \sigma_c h^2$.

3.3.2 Rektangulær søjle

En rektangulær søjle med en brudfigur som vist på fig. 3.3.2.1 betragtes.



Figur 3.3.2.1

Brudfiguren består øverst af en brudlinje med hældningen $\varphi = 37^\circ$ og i afstanden h_1 fra pladens overside af en brudlinje med hældningen α . Betegnelser fremgår i øvrigt af figuren.

Arealet med glidningsbrud bliver

$$A_1 = \pi \frac{h_1^2}{\cos\varphi} \tan\varphi + 2(a+b) \frac{h_1}{\cos\varphi}$$

Arealet med kombineret glidnings- og adskillelsesbrud bliver:

$$A_2 = \pi \sqrt{(h-h_1)^2 + (\frac{1}{2}(D-a) - h_1 \tan\varphi)^2} (\frac{D+a}{2} + h_1 \tan\varphi) + 2(a+b) \sqrt{(h-h_1)^2 + (\frac{1}{2}(D-a) - h_1 \tan\varphi)^2}$$

For vinklen α gælder:

$$\sin\alpha = \frac{\frac{1}{2}(D-a) - h_1 \tan\varphi}{\sqrt{(h-h_1)^2 + (\frac{1}{2}(D-a) - h_1 \tan\varphi)^2}}$$

Arbejds ligningen giver:

$$P v = A_1 v \frac{1-\sin\alpha}{2} \sigma_c + A_2 v \frac{1-\sin\alpha}{2} \sigma_c$$

eller

$$P = \frac{\sigma_c \pi (1-\sin\alpha) h_1}{2 \cos\varphi} (h_1 \tan\varphi + 2(a+b)) + \frac{\sigma_c \pi \sqrt{(h-h_1)^2 + (\frac{1}{2}(D-a) - h_1 \tan\varphi)^2} (\frac{D+a}{2} + h_1 \tan\varphi) + 2(a+b)}{2} \cdot \sigma_c [\pi (\frac{D+a}{2} + h_1 \tan\varphi) + 2(a+b)]$$

Indsættes $\varphi = 37^\circ$, og omskrives ligningen, fås:

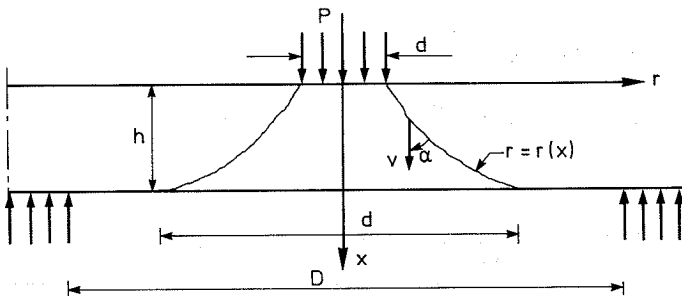
$$\frac{P}{\sigma_c h b} = \frac{\pi}{4} \frac{h_1}{h} \left(\frac{h_1}{b} \frac{3}{4} + 2 \left(\frac{a}{b} + 1 \right) \right) + \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(1 - \frac{h_1}{h} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{D}{h} - \frac{a}{h} \right) - \frac{3}{4} \frac{h_1}{h}} - \frac{1}{2} \left(\frac{D}{h} - \frac{a}{h} \right) + \frac{3}{4} \frac{h_1}{h} \right] \cdot \left[\pi \left(\frac{1}{2} \frac{D}{b} + \frac{a}{b} \right) + \frac{3}{4} \frac{h_1}{b} + 2 \left(\frac{a}{b} + 1 \right) \right]$$

For givne værdier af a , b , h og D kan minimum findes analogt med afsnit 3.3.1.

For voksende værdier af b vil bidragene til bæreevnen fra brudarealerne ved søjlernes ender blive relativt mindre, og bæreevnen vil (bør) nærme sig bæreevnen for ikke-forskydnings-armerede bjælker.

3.4 Den optimale brudfigur bestemt ved variationsregning

Ser vi igen på en cirkulær plade med spændvidden D og centralt belastet over et cirkulært areal med diameteren d , antager vi, at brudfiguren er beskrevet ved en funktion $r = r(x)$, (se figur).



Figur 3.4.1

Ved hjælp af arbejdslikningen får vi:

$$Pv = \int w_i dA$$

hvor w_i er givet ved (3.1.2) og $dA = 2\pi r \frac{dx}{\cos\alpha}$

Herved fås:

$$P = \int_0^h \frac{1}{2} \sigma_c (\lambda - \mu \sin\alpha) 2\pi r \frac{dx}{\cos\alpha}$$

Indføres $\tan\alpha = \frac{dr}{dx} = r'$, fås:

$$P = \pi\sigma_c \int_0^h F(r, r') dx$$

hvor

$$F(r, r') = r(\lambda\sqrt{1+(r')^2} - \mu r')$$

Antages at brudfladen er en keglestub med den halve vinkel α_0 , fås:

$$r = \frac{d}{2} + x \tan\alpha_0$$

$$r' = \tan\alpha_0$$

$$F(r, r') = \left(\frac{d}{2} + x \tan\alpha_0\right) \frac{\lambda - \mu \sin\alpha_0}{\cos\alpha_0}$$

Øvre værdien bliver da:

$$P = \pi\sigma_c \frac{h}{2} \frac{(d \cos\alpha_0 + h \sin\alpha_0)(\lambda - \mu \sin\alpha_0)}{\cos^2\alpha_0}$$

Indsættes $\alpha_0 = \alpha$ og $\rho = 0 \Leftrightarrow$ trækstyrken = 0, fås:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\pi}{2} \sigma_c h \cdot d \frac{(\cos\alpha + \frac{h}{d} \sin\alpha)(1 - \sin\alpha)}{\cos^2\alpha} \\ &= \frac{\pi}{2} \sigma_c h \cdot d \left(1 + \frac{h}{d} \tan\alpha\right) \frac{1 - \sin\alpha}{\cos\alpha} \end{aligned}$$

som er identiske med resultatet i afsnit 2, formel (3.2.5).

Den bedste øvre værdi findes ved at kræve, at integralet

$$\int_0^\pi F(r, r') dx \text{ bliver mindst muligt.}$$

Ved variationsregning findes den fuldstændige løsning:

$$r = a \cosh \frac{x}{c} + b \sinh \frac{x}{c}$$

Randbetingelserne samt kravet $b/c \geq \tan\varphi$ fører til:

$$r = \frac{d}{2} + x \tan\varphi \quad \text{for } 0 \leq x \leq h_0$$

$$r = a \cosh \frac{x-h_0}{c} + b \sinh \frac{x-h_0}{c} \quad \text{for } h_0 \leq x \leq h$$

hvor de fire konstanter er bestemt ved

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$a = \frac{d}{2} + \frac{h}{0} \tan\varphi \quad (x = h_0)$$

$$\tan\varphi = \frac{b}{c} \quad (x = h_0)$$

$$\frac{d_1}{2} = a \cosh \frac{h-h_0}{c} + b \sinh \frac{h-h_0}{c} \quad (x = h)$$

Den bedste øvreværdi består af to bidrag

$$P = P_1 + P_2$$

hvor

P_1 er bidraget fra keglestubben

P_2 er bidraget fra omdrejningskædelinien

Ved indsættelse fås:

$$P_1 = \pi\sigma_c \frac{h_0}{2} \frac{(d \cos\varphi + h_0 \sin\varphi)(1 - \sin\varphi)}{\cos^2\varphi}$$

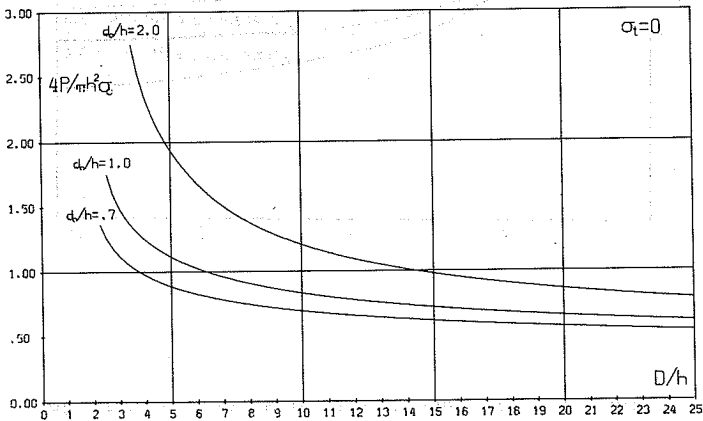
$$P_2 = \pi\sigma_c \int_{h_0}^h r(\lambda\sqrt{1+(r')^2} - \mu r') dx$$

der kan omskrives til

$$P_2 = \frac{1}{2}\pi\sigma_c [\lambda c(h-h_0) + \lambda \left(\frac{d_1}{2}\sqrt{(d_1/2)^2 - c^2} - ab\right) - \mu \left(\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 - a^2\right)]$$

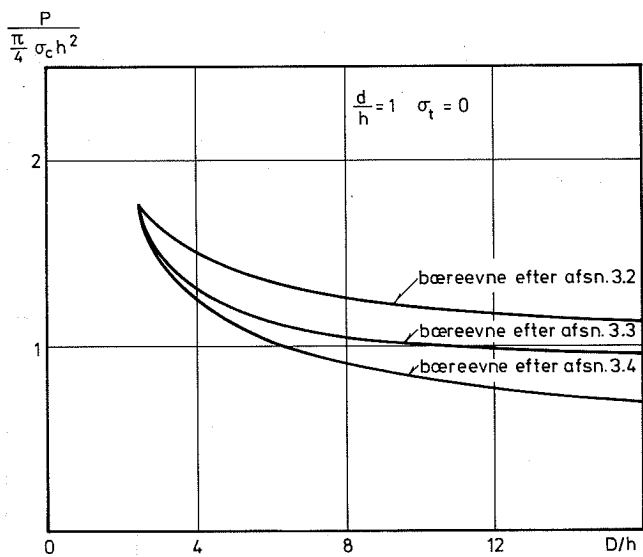
En mere indgående behandling af denne brudfigur samt en sammenligning med forsøg findes i [76.2].

På fig.3.4.2 er som for de andre brudfigurer optegnet den dimensionsløse bæreevne som funktion af D/h , for $d/h = 0.67$, 1 og 2 .



Figur 3.4.2: Bæreevne $P/\frac{\pi}{h} h^2 \sigma_c$ som funktion af understøtningsdiameteren D/h

Fig.3.4.3 er en sammenligning af de gennemregneede brudfigurer for $d/h = 1$. Det ses, at den rette linie kombineret med kædelinien giver de bedste resultater.



Figur 3.4.3: Sammenligning af de forskellige bæreevneudtryk

3.5 Plade med forskydningsarmering

Brudfiguren på fig.3.3.1.1 betragtes, idet vi nu har en lodret armering, der pr vandret arealenhed kan optage kraften f .

Hvis vi betragter D som en variabel, vil bidraget til det indre arbejde fra betonen øges, når D mindskes, medens bidraget fra armeringen vil mindskes. Herved bliver D også en variabel, der skal minimaliseres med hensyn til.

Til det indre arbejde vil bidraget fra armeringen udgøre

$$A_{i,arm} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)f v$$

Idet vi igen forudsætter trækstyrken $\sigma_t = 0$, findes den samlede arbejds ligning af (3.3.1.3) til

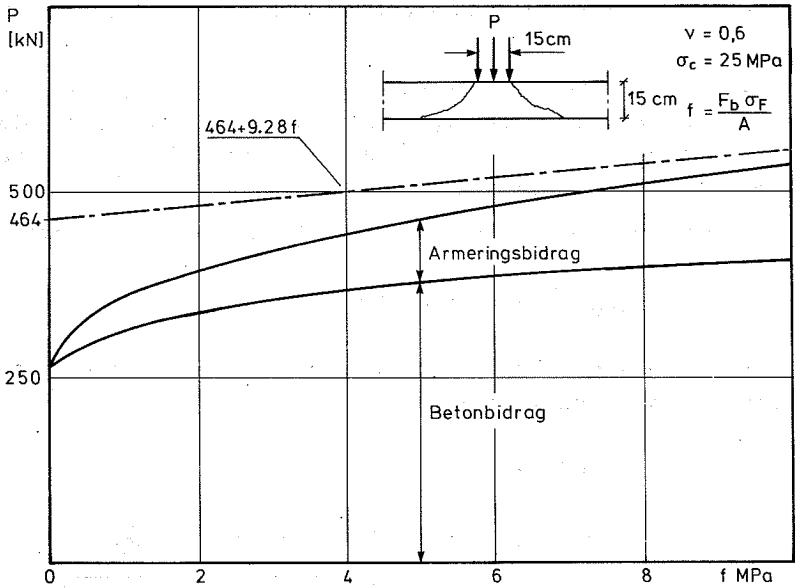
$$P = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)f + \frac{\pi}{4}\sigma_c h^2 \left[\frac{15}{8} \left(\frac{h_1}{h}\right)^2 + \frac{5}{2} \frac{h_1}{h} \frac{d}{h} - \frac{1}{2} \left(\left(\frac{D}{h}\right)^2 - \left(\frac{d}{h}\right)^2 \right) + \left(\frac{D}{h} + \frac{d}{h} + \frac{3}{2} \frac{h_1}{h} \right) \sqrt{\left(1 - \frac{h_1}{h}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{D}{h} - \frac{d}{h}\right) - \frac{3}{4} \frac{h_1}{h}\right)^2} \right] \quad (3.5.1)$$

I (3.5.1) er h_1 og D variable. Numeriske beregninger viser, at brudfiguren for meget beskedne armeringsmængder ændres, således at D mindskes, dvs. brudfiguren går ikke ud til en eventuel understøtning. For stigende værdier af f nærmer brudfiguren sig en kegle med hældningen 37° . Dvs. at bidraget til bæreevnen fra betonen nærmer sig (3.2.7), og bidraget fra armeringen nærmer sig

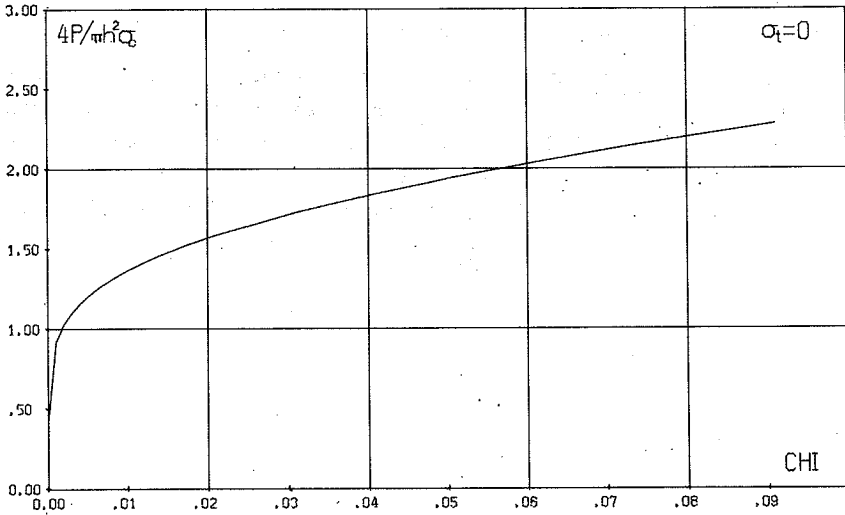
$$\frac{\pi}{4}((d + 2h \tan\phi)^2 - d^2)f \quad (3.5.2)$$

Den totale bæreevne vil nærme sig summen af (3.2.7) og (3.5.2).

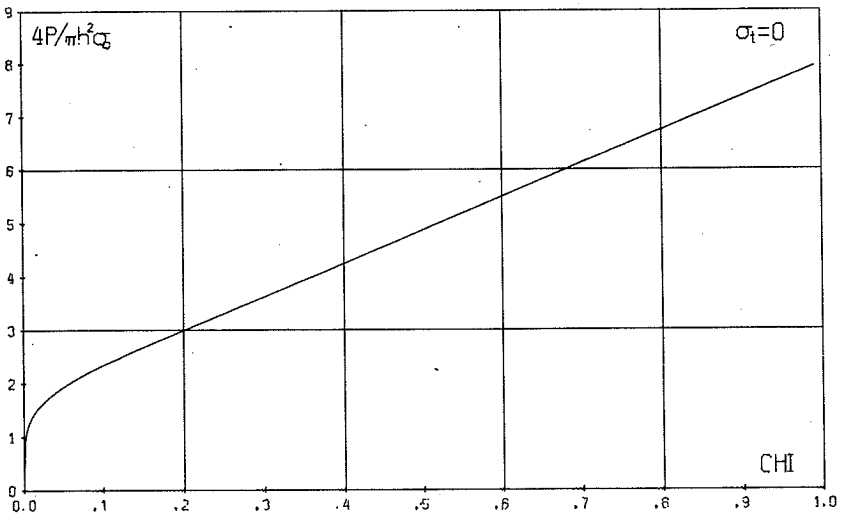
På fig.3.5.1 er vist et eksempel på, hvorledes bæreevnen vokser med f . I det viste tilfælde er der regnet med en effektiv



Figur 3.5.1: Bæreevnen P som funktion af kraften i forskydningsarmeringen f .



Figur 3.5.2: Bæreevnen $P/\frac{\pi}{4}h^2\sigma_C$ som funktion af forskydningsarmeringsgraden χ (CHI)



Figur 3.5.3: Bæreevnen $P/\frac{\pi}{4}h^2\sigma_C$ som funktion af forskydningsarmeringsgraden χ (CHI)

betonstyrke på 60% af cylinderstyrken.

Indføres en lodret armering i beregningerne i afsnit 3.4, vil armeringens bidrag til bæreevnen have samme udseende som ovenfor. Figurerne 3.5.2 og 3.5.3 viser bæreevnen som funktion af forskydningsarmeringsgraden, her benævnt χ , idet $\chi = f/\sigma_c$, eller kraften i forskydningsarmeringen pr vandret arealenhed divideret med betonens trykstyrke (forskydningsarmeringsgraden).

4. SAMMENLIGNING AF PLASTISKE BEREGNINGER MED FORSØGS- RESULTATER

I [77.4] er resultaterne fra en del af de i litteraturen tilgængelige gennemlokningsforsøg sammenlignet med bæreevnen bestemt på den i afsnit 3.4 udledte måde.

For at sikre, at kun emner med gennemlokningsbrud kommer med i sammenligningen, er forsøgsresultaterne sammenholdt med bæreevnen bestemt ved brudlinieteorien. Forsøgsresultater mindre end brudlinie bæreevnen blev regnet som gennemlokning, og forsøg med brudlaste større end eller lig med brudlinie bæreevnen blev regnet som bøjningsbrud.

Da den teoretiske bæreevne (se afsnit 3.4) er proportional med betontrykstyrken, kan effektivitetsfaktoren på betontrykstyrken v bestemmes ud fra forsøg som:

$$v = \frac{\text{Forsøgsresultatet}}{\text{Forsøgets teoretiske bæreevne (jf. afsnit 3.4)}}$$

På basis af 101 forsøg hentet fra 6 forskellige forsøgsserier er v bestemt. Undersøgelsen viser, at v tilsyneladende er afhængig af betonstyrken, idet høje styrker giver lave v -værdier og lave betonstyrker store v -værdier (se figur 4.1).

Idet det er antaget, at $v \approx 1/\sqrt{\sigma_c}$, er det bedste udtryk, der beskriver ovennævnte afhængighed, fundet ved mindste kvadraters metode til:

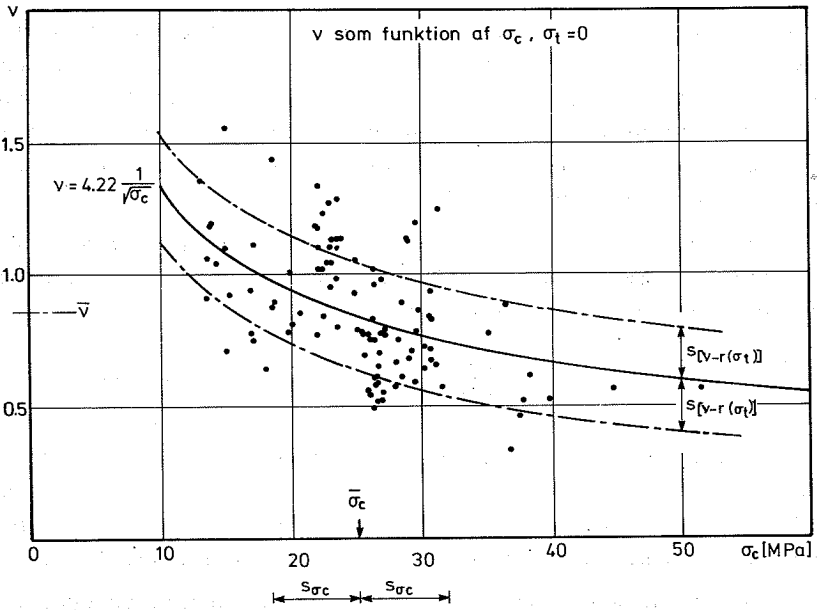
$$v = 4.22 \frac{1}{\sqrt{\sigma_c}} \quad (4.1)$$

hvor σ_c skal indsættes i MPa.

Indsættes σ_c i kp/cm^2 , fås:

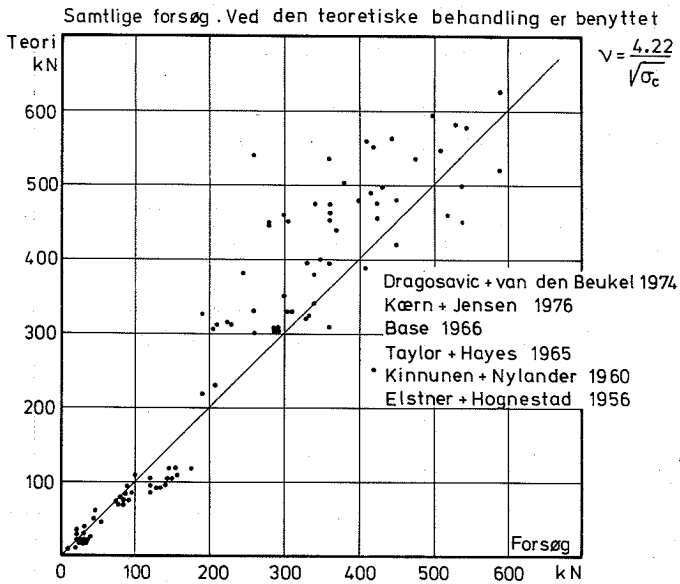
$$v = 13.34 \frac{1}{\sqrt{\sigma_c}}$$

Findes på tilsvarende måde det bedste udtryk for hver af serierne, fås:

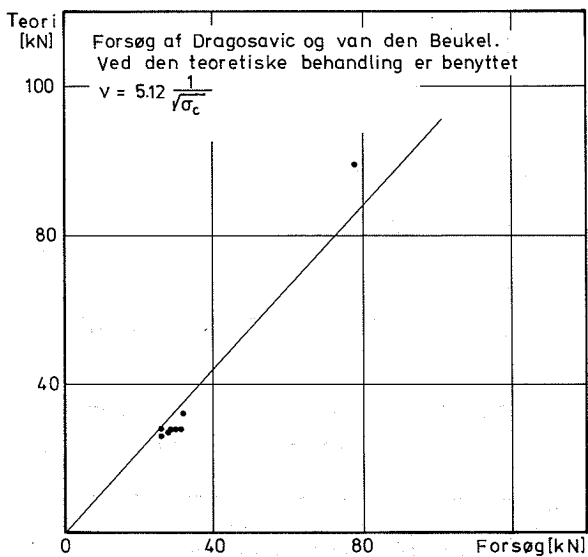


Figur 4.1

	Antal emner	Den gennemsnitlige betontrykstyrke $\bar{\sigma}_c$	Spredningen på $\bar{\sigma}_c$	Den gennemsnitlige effektivitetsfaktor \bar{v}	Spredningen på \bar{v}	Den bedste kvadratrodsafhængighed for denne serie.	/	Testspredning på \bar{v} i forhold til kvadratrodsafhængighed
Dragosavic + van den Beukel [76.1]	8	25.7	3.4	1.01	0.14	$v = \frac{5.12}{\sqrt{\sigma_c}}$		0.10
Kærn + Jensen [76.1]	12	21.9	6.5	0.94	0.27	$v = \frac{4.22}{\sqrt{\sigma_c}}$		0.27
Base [66.3]	18	25.3	8.7	0.75	0.24	$v = \frac{3.62}{\sqrt{\sigma_c}}$		0.19
Taylor & Hayes [65.2]	22	24.0	2.9	1.07	0.17	$v = \frac{5.21}{\sqrt{\sigma_c}}$		0.16
Kinnunen & Nylander [60.1]	20	26.9	1.1	0.66	0.10	$v = \frac{3.41}{\sqrt{\sigma_c}}$		0.10
Elstner + Hognestad [56.1]	21	27.5	10.1	0.82	0.24	$v = \frac{4.12}{\sqrt{\sigma_c}}$		0.12
Samtlige forsøg	101	25.3	6.6	0.86	0.24	$v = \frac{4.22}{\sqrt{\sigma_c}}$		0.21



Figur 4.2: Sammenligning mellem forsøg og teori.



Figur 4.3a: Sammenligning mellem forsøg og teori

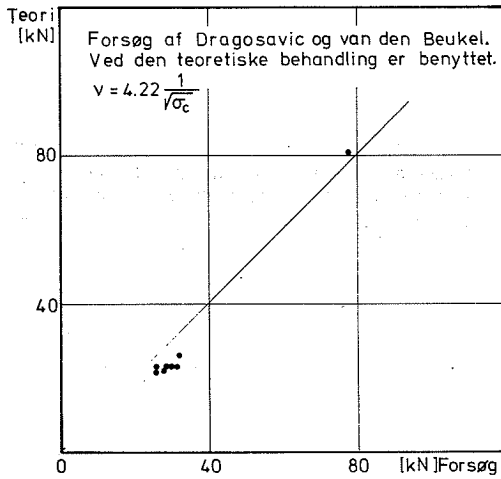


Fig.4.3b: Sammenligning mellem forsøg og teori

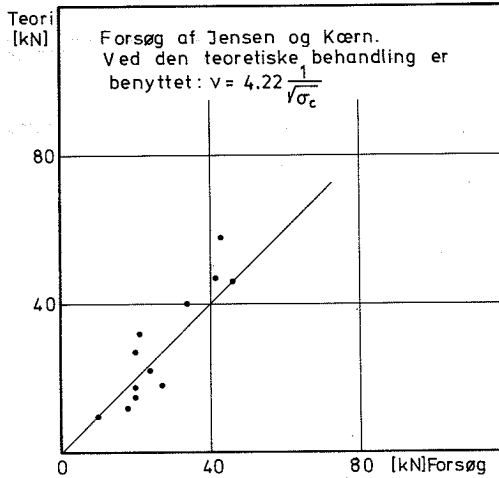
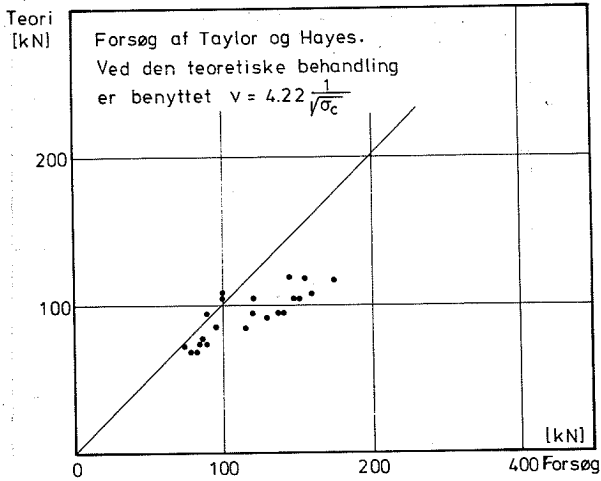


Fig.4.4: Sammenligning mellem forsøg og teori

a)



b)

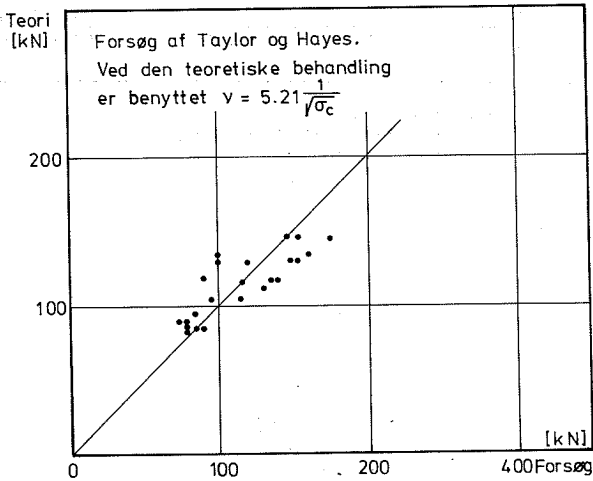


Fig.4.5 a og b: Sammenligning mellem forsøg og teori

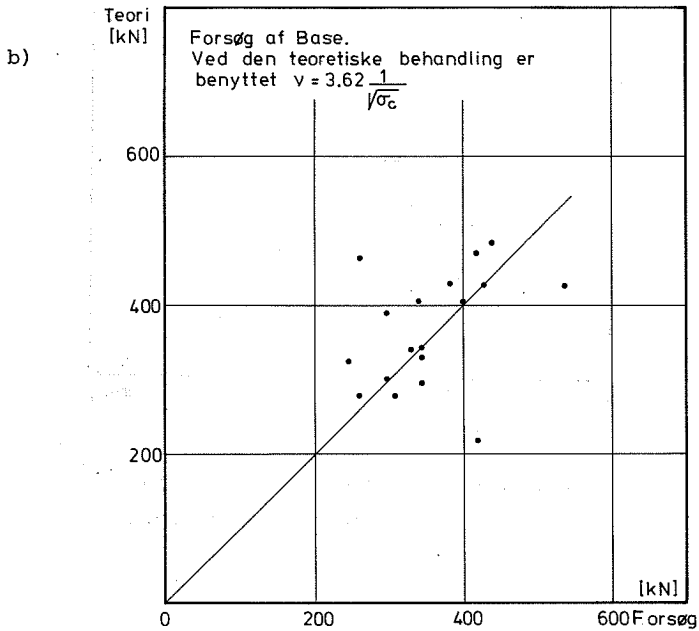
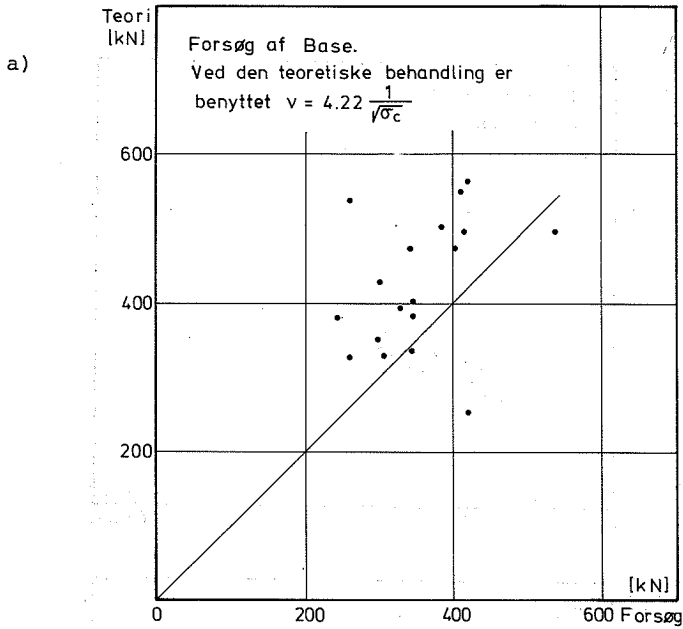


Fig.4.6a og b: Sammenligning mellem forsøg og teori

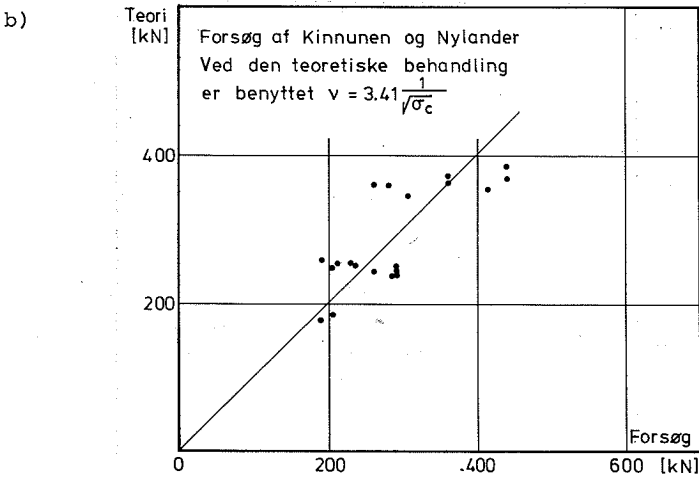
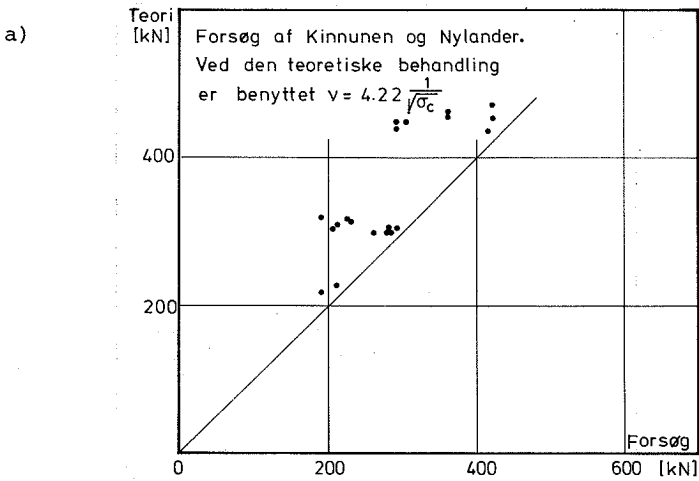


Fig.4.7a og b: Sammenligning mellem forsøg og teori

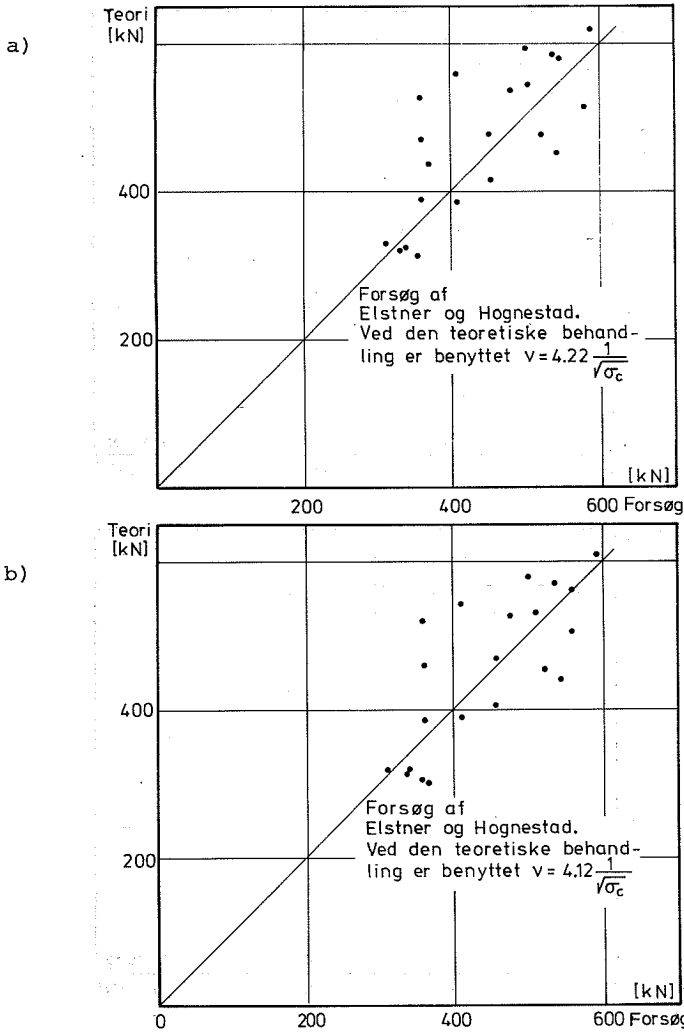


Fig.4.8a og b: Sammenligning mellem forsøg og teori

På fig.4.2 er sammenhørende forsøgsværdier og teoretiske bæreevner (beregnet jf afsnit 3.4 med v bestemt efter (4.1)) plottet.

Figurerne 4.3a, 4.4, 4.5a, 4.6a, 4.7a og 4.8a viser for hver sin serie de teoretiske værdier i forhold til forsøgsresultaterne.

Figurerne 4.3b, (4.4), 4.5b, 4.6b, 4.7b og 4.8b demonstrerer, at overensstemmelsen med forsøgs materialet kan blive lidt bedre ved anvendelsen af en speciel v -afhængighed for hver serie.

5. NORMREGLER FOR GENNEMLOKNING

5.1 DS 411

Normernes regler er normalt bygget op som Talbot's formel (2.1), dvs. gennemlokningslasten beregnes som en kritisk forskydnings-spænding gange en kritisk perimenter og en tykkelse af pladen.

Ifølge DS 411 beregnes gennemlokning på følgende måde: Der lægges en kontrolflade i afstanden h_e fra belastningen, hvorefter man udregner en kritisk forskydnings-spænding på kontrolfladen.

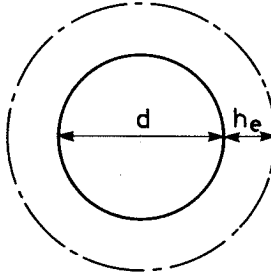


Fig.5.1.1

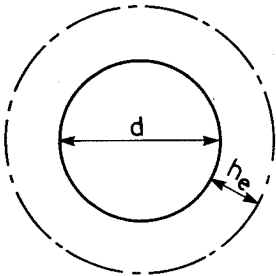
For tilfældet med cirkulær belastning beregnes gennemlokningslasten på følgende måde:

$$P = \pi(d + 2h_e)h_{\text{tot}} \cdot \sigma_t$$

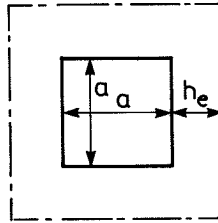
hvor d er belastningens diameter
 h_e pladens effektive tykkelse
 h_{tot} pladens totale tykkelse
 σ_t betonens trækstyrke ifølge normens tabel 3.2

Fig.5.1.3 viser den normmæssige gennemlokningslast for forsøg udført af Elstner og Hognestad [56.1], Kinnunen og Nylander [60.1], Taylor og Hayes [65.2] samt Base [66.3] plottet mod brudlasten fundet ved forsøgene.

α i tabellen står for det dobbelte af den afstand til kontrolfladen, der skal indsættes i normformlen, for at man for den pågældende serie får den mindste spredning (som mål anvendes h_e).



cirkulært tilfælde



kvadratisk tilfælde

Fig.5.1.2

Cirkulært tilfælde

Kvadratisk tilfælde

	Forsøgsserie	Antal forsøg	α	Spredning på α	Bedste afstand til kritisk perimenter
Cirkulær belastning	Kærn+Jensen [76.1]	12	3.02	1.22	1.56 h_e
	Kinnunen + Nylander [60.1]	20	1.26	0.48	0.63 h_e
Kvadratisk belastning	Base [66.3]	18	1.43	0.55	0.72 h_e
	Taylor + Hayes [65.2]	16	2.75	0.93	1.37 h_e
	Dragosavic+ v.den Beukel [64.1]	8	2.27	0.26	1.14 h_e
	Elstner + Hognestad [56.1]	21	1.43	0.61	0.72 h_e

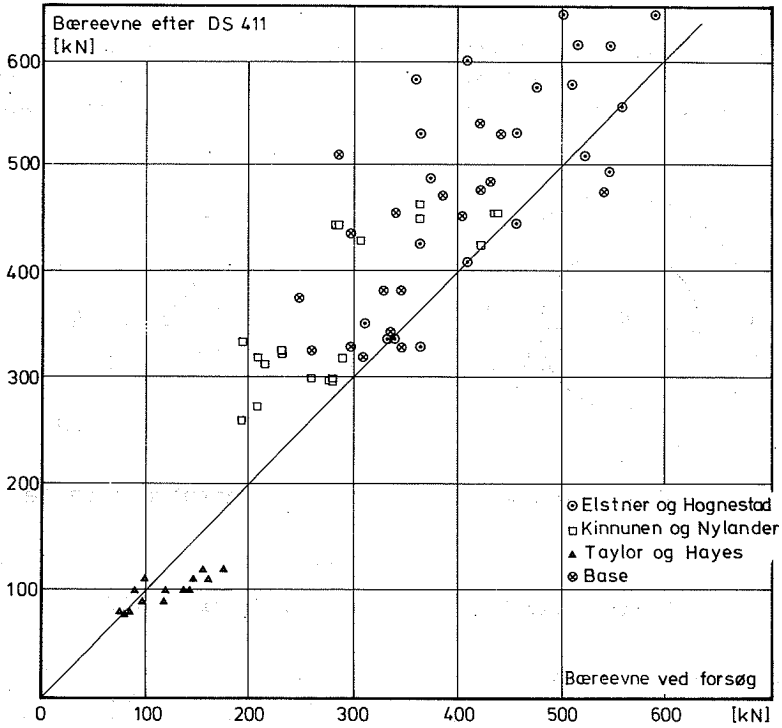


Fig.5.1.3: Sammenligning mellem forsøg og DS 411

For samtlige forsøg fås:

$$\alpha = 1.89$$

spredning på α er 0.71

Afstanden $0.95 h_e$ skulle altså i middel give den bedste overensstemmelse mellem forsøg og normformel.

5.2 ACI 318-71

Den amerikanske betonnorm ACI 318-71 foreskriver beregningen af gennemlokningslasten udført efter følgende formel:

$$P = \phi b_0 d v_u$$

hvor ϕ er en reduktionsfaktor ("capacity reduction factor"), som ved forskydning er 0.85.

b_0 er den kritiske omkreds, som er den mindste indhyllingsflade, som intet sted er nærmere belastningen end halvdelen af den effektive tykkelse.

d den effektive tykkelse

v_u betonens forskydningsstyrke beregnet som

$$v_u = 0.33\sqrt{\sigma_c} \quad (\sigma_c \text{ i MPa})$$

På fig.5.2.1 er bæreevnen iflg. ACI 318-71 for de samme forsøgsserier som i forrige afsnit sammenlignet med forsøgsresultaterne.

5.3 CP 110

Den britiske betonnorm CP 110 foreslår gennemlokningsproblemet behandlet på følgende måde:

$$P = \xi_s v_c b d$$

hvor

ξ_s = en faktor, der afhænger af pladens tykkelse; størrelsen er tabellagt i normens tabel 14.

v_c = betonens forskydningsstyrke, der fremgår af normens tabel 5. v_c er afhængig af armeringsprocenten (gennemsnittet af armeringsprocenterne i de to retninger).

b = den mindste omkreds som på intet sted har en mindre afstand til belastningen end 1.5 gange den totale tykkelse.

d = den effektive tykkelse.

Fig.5.3.1 viser en sammenligning mellem bæreevner beregnet iflg. CP 110 og fundet ved forsøg.

5.4 CEB's seneste forslag

I CEB's seneste normforslag [5] beregnes gennemlokningslasten på følgende måde:

$$P = 0.5 f_{ctd} \kappa (1 + 50 \rho_e) dp$$

hvor

p = den mindste omkreds, som på intet sted har en mindre afstand til belastningen end 0.5 gange den effektive tykkelse.

f_{ctd} = den regningsmæssige trækstyrke, der beregnes som $0.6 \cdot 0.35 f_{ck}^{2/3}$ / partialkoefficient.

(f_{ck} = den karakteristiske trykstyrke)

κ = 1.6 - d d i meter - κ ikke mindre end 1 .

d = $\frac{1}{2}(d_x + d_y)$, hvor d_x og d_y er de effektive tykkelser i henholdsvis x - og y -retningen.

ρ_e = $\sqrt{\rho_{ex} \rho_{ey}}$ med øvre grænse 0.02 .

ρ_{ex} og ρ_{ey} er armeringsprocenterne for længdearmeringen i henholdsvis x - og y -retningen .

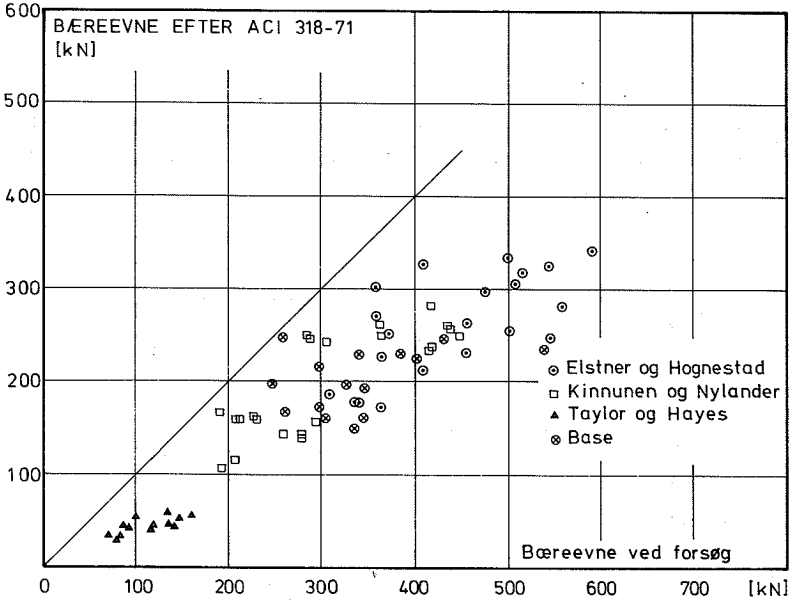


Fig.5.2.1: Sammenligning mellem forsøg og ACI 318-71

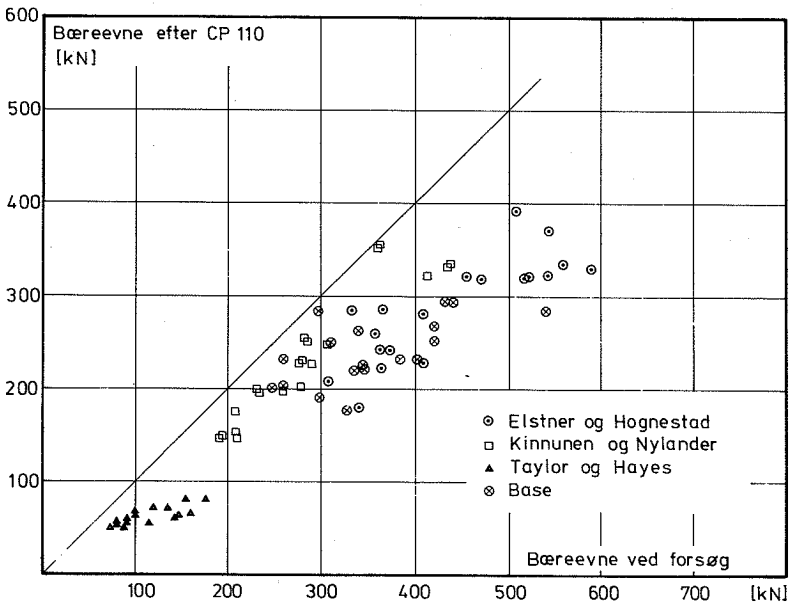


Fig.5.3.1: Sammenligning mellem forsøg og CP 110

Figur 5.4.1 viser CEB-forslagets bæreevner sammenlignet med de i forrige afsnit benyttede forsøg. Ved sammenligningen er den i forslaget indgående trækstyrke bestemt på basis af middeltrykstyrken.

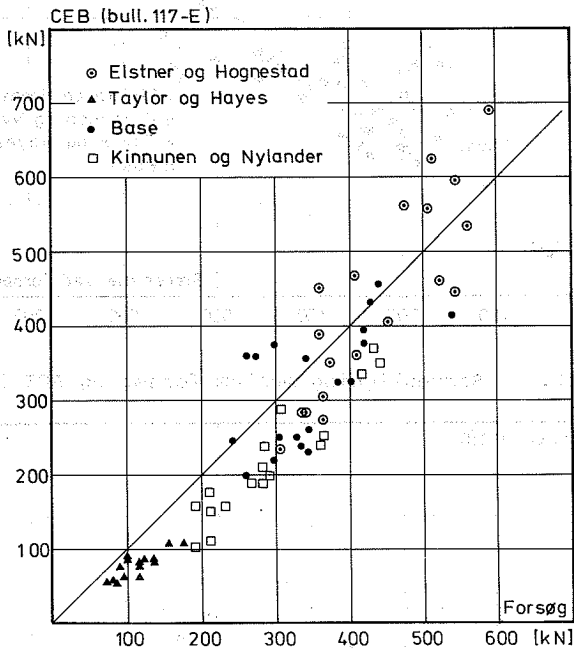
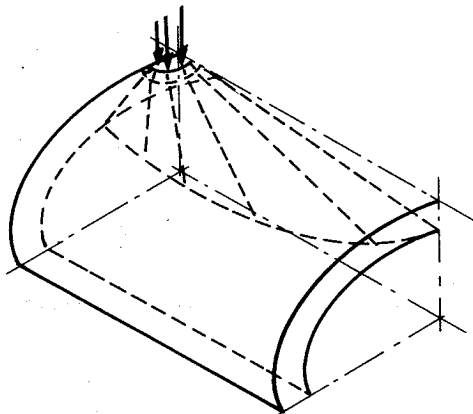


Fig.5.4.1: Sammenligning mellem forsøg og CEB's forsøg fra Bulletin 117-E

6. GENNEMLOKNING AF EN CYLINDERSKAL

Antages det, at betonens trækstyrke $\sigma_t = 0$ (effektivitetskoeficienten på trækstyrken = 0), vil man ud fra viden om brudfigurens udseende i pladetilfældet formode, at den på fig.6.1 viste brudfigur skulle give rimelige resultater.



Skitse af
brudfigur

Figur 6.1

Det ses af figur 3.4.3, at hvis understøtningsdiameteren ikke er for stor, vil benyttelsen af en brudfigur af samme type som i afsnit 3.3 give bæreevner med en forholdsvis lille afvigelse fra det teoretisk optimale. Da løsningen fra afsnit 3.4 med anvendelse af et omdrejningslegeme med en kædeliniefrembringer i cylinderskal-tilfældet er meget vanskelig at gennemføre, er der i det følgende benyttet en brudfigur opbygget på samme måde som den i afsnit 3.3 anvendte. $\sigma_t = 0$ medfører i pladetilfældet, at bruddet udbreder sig så meget, det kan. I tilfældet med en cylinderskal må det derfor være rimeligt at antage, at bruddet i skallens længderetning løber helt ud til endeunder-

støtningen/skallens slutning. I tværretningen fører samme betragtning til, at bruddet må tangere skallens indre overflade.

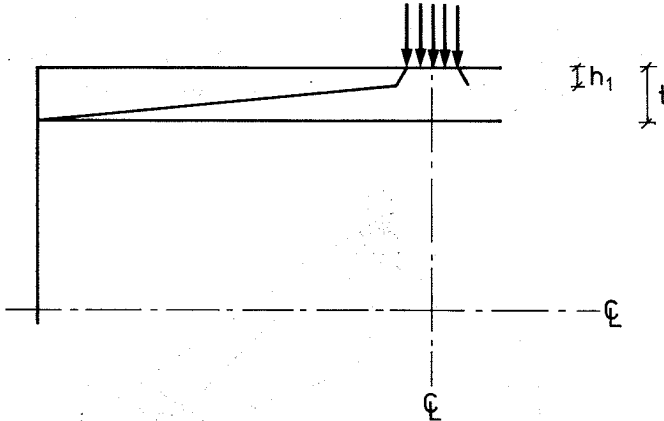


Fig.6.2: Længdesnit i skal og brudfigur

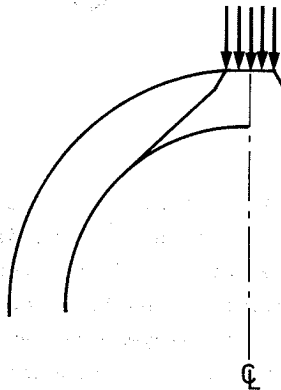
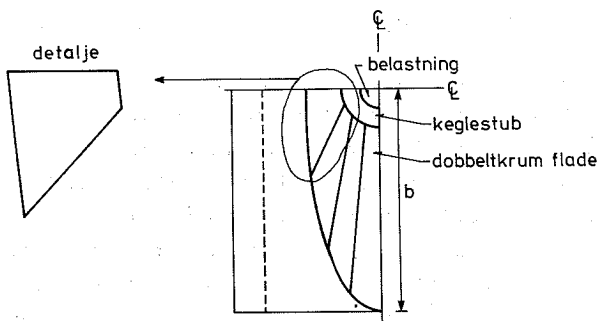


Fig.6.3: Snit på tværs i skal og brudfigur

Som man vil kunne fornemme af figur 6.1, bliver den nederste del af brudfladen en dobbelt krum flade, hvilket bevirker, at analytiske løsninger og håndregning bliver noget nær uoverkommeligt.

De numeriske beregninger af bæreevnen er foregået efter følgende hovedlinier.



Figur 6.4: Brudfiguren set ovenfra

Det indre arbejde for keglestubben (åbningsvinkel = 37°) findes analytisk via formel (3.2.7). Det indre arbejde for den dobbeltkrumme flade findes ved at opdele fladen i delområder, hvis delarbejde findes under den antagelse, at delområdet danner to planer udspændt af de fire rette rande.

Bidrag fra ringarmering tages i regning ved, at armeringen for-

deles ud over hele skaltykkelsen.

I første omgang er indflydelsen af forholdet mellem skaltykkelse og radius til skallens systemlinje undersøgt.

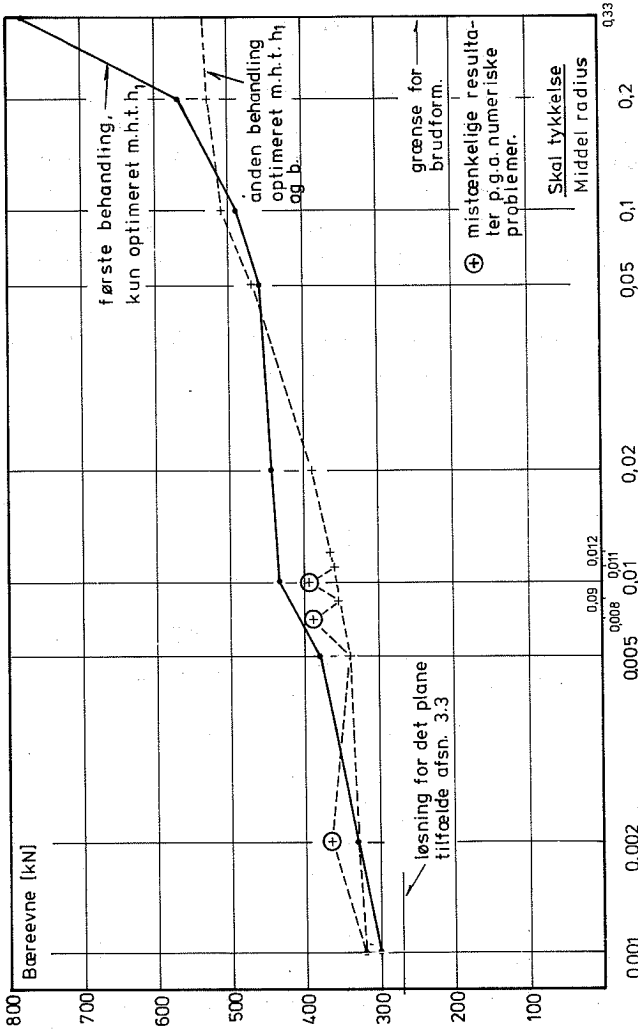
I første behandling er bæreevnen optimeret med hensyn til afstanden h_1 ned til overgangen fra keglestubben til den dobbeltkrumme flade, se figur 6.2. På figur 6.5 er denne afhængighed vist.

Som inddata ved beregningerne blev benyttet følgende:

Skallens tykkelse	0.1 m
Dæklag på indre og ydre ringarmering	0.02 m
Belastningsdiameter	0.1 m
Betonbrudspænding	30 MPa
Armeringsflydespænding	400 MPa

Det ses af figuren, at bæreevnen for $t/R \rightarrow 0$ går mod den i afsnit 3.3 fundne bæreevne for pladen. $t/R = 0.33$ er den øvre grænse for udvikling af gennemlokning, idet en keglestub under 37° da lige tangerer den indre skaloverflade. For $t/R > 0.33$ må skallen derfor opføre sig som en bjælke med hult tværsnit. For $t/R \rightarrow 0.33$ viser gennemregningen en kraftig stigning. For at undersøge rigtigheden af denne stigning er der foretaget en behandling, hvor bæreevnen er optimeret med hensyn til h_1 og brudfigurens udbredelse i skallens længderetning b (se figur 6.4). Resultatet er ligeledes indtegnet på figur 6.5. Det ses, at den kraftige stigning er forsvundet; til gengæld opfører kurven sig ikke så pænt for de små t/R -værdier, idet kurven springer lidt. Omkring $t/R = 0.01$ er yderligere 4 tilfælde gennemregnet beliggende tæt omkring 0.01. Resultatet kunne tyde på, at der er nogle numeriske problemer, og at den "rigtige" kurve er pæn og glat.

Det er dog opmuntrende, at de to kurver ligger så tæt i det interessante område $0.02 < t/R < 0.2$, selv om ingen af de fundne brudfigurer virker særlig realistiske sammenlignet med forsøg for $t/R = 0.18$ udført ved BFK-centralen.



Figur 6.5

I skemaet nedenfor er anført data fra forsøgene ved BFK-centra-
len, og resultatet af en gennemregning, hvor der er optimeret
både med hensyn til h_1 og b , se ovenfor.

Ved beregningerne er anvendt den effektive betonstyrke fundet
som $\sigma_c^* = \sigma_c \cdot 4.22 \cdot 1/\sqrt{\sigma_c}$, (jf afsnit 4 og [77.4]). Be-
lastningen er fundet som lasten på en cirkel med den kvadrati-
ske lasts kantlængde som diameter ud fra den betragtning, at
de to belastningsudformninger ved den her benyttede beregnings-
metode vil få praktisk talt samme brudfigur og dermed også sam-
me last.

Som det ses, er overensstemmelsen mellem beregnede bæreevner og
bæreevner fundet ved forsøg meget fin.

nr	Stallens længde m	Ydre radius m	Indre radius m	Belastning m	Radius ydre ringarmering m	Radius indre ringarmering m	Armerings- procent %	σ_c MPa	σ_a MPa	Brudlast kN	Beregnet brudlast kN	$P_{test}/P_{beregning}$
Rør 2 type 1	2.92	0.365	0.305	0.15×0.15	0.354	0.324	1.6	36	540	380	336	1.13
Rør 4 type 1	2.92	0.365	0.305	0.10×0.10	0.354	0.324	1.6	45.8	540	240	236	1.02
	2.92	0.365	0.305	0.06×0.06	0.354	0.324	1.6	45.8	540	158	165	0.96
	2.92	0.365	0.305	0.06×0.06	0.354	0.324	1.6	45.8	540	154	165	0.93
Rør 7 type 2	2.92	0.365	0.305	0.10×0.10	0.354	0.324	1.6	38.9	260	270	213	1.27
	2.92	0.365	0.305	0.06×0.06	0.354	0.324	1.6	38.9	260	175	149	1.17
	2.92	0.365	0.305	0.06×0.06	0.354	0.324	1.6	38.9	260	189	149	1.27
Rør 9 type 2	2.92	0.365	0.305	0.10×0.10	0.354	0.324	1.6	53.6	260	218	249	0.88
	2.92	0.365	0.305	0.06×0.06	0.354	0.324	1.6	53.6	260	189	174	1.09
	2.92	0.365	0.305	0.06×0.06	0.354	0.324	1.6	53.6	260	193	174	1.11

Gennemsnit: 1.08

Variationskoefficient: 12%

7. KONKLUSION

Ved sammenligning af forsøgsresultater og den i afsnit 3.4 og i [76.2] foreslåede beregningsmetode, er det i [77.4] lykkedes at bestemme effektivitetsfaktoren ν på betonstyrken for gennemlokning.

Benyttes $\nu = 4.22 \frac{1}{\sqrt{\sigma_c}}$ (σ_c i MPa) ved bæreevneberegningerne,

opnås som vist på figur 4.2 en overensstemmelse mellem beregnet bæreevne og bæreevne fundet ved forsøg, som er fuldt på højde med overensstemmelsen mellem teori og praksis ved fx de empiriske formler, der anvendes i de forskellige normer. Herudover haves den fordel, at den her anvendte model giver en rationel forklaring på gennemlokningsfænomenet.

Som det ses af sammenligningen mellem normmetoderne og forsøgsresultaterne, er ikke alle normer lige gode. Den amerikanske og britiske giver resultater på den sikre side, som man kunne forvente af en normformel, hvorimod DS 411 giver resultater på den usikre side, og CEB's seneste forslag giver acceptable resultater.

Den i afsnit 6 forsøgte beregning af gennemlokning af en cylinderskal viser sig at give en overordentlig fin overensstemmelse med bæreevner fundet ved forsøg på BFK-centralen, selv om den numeriske beregningsmetode endnu ser ud til at lide af visse mangler.

Alt i alt kan det konstateres, at en plastisk beregning af gennemlokning i de to her behandlede tilfælde giver lovende resultater.

8. YDERLIGERE UNDERSØGELSER

Behandlingen af gennemlokning forårsaget af en centralt virkende belastning synes i store træk at være løst med det foregående. Den teoretiske løsning af problemet gør det nærliggende at undersøge, om tilsvarende løsninger kan etableres for ikke-centralt belastede indre søjler og for kant- og hjørnesøjler, om hvilke vor viden er meget sparsom både teoretisk og eksperimentelt. Dette må betragtes som beklageligt, da mange moderne søjle-pladebyggerier udnytter kant- og randsøjler i det bærende system.

Hvor den "centrale" gennemlokning kunne løses teoretisk og dernæst sammenlignes med det meget store antal centrale gennemlokningforsøg fra litteraturen, vil behandlingen af gennemlokning forårsaget af ikke-centrale belastninger nødvendigvis gøre både en teoretisk behandling og supplerende forsøg. På samme måde stiller det sig med hensyn til behandlingen af problemerne vedrørende kant- og hjørnesøjler. Det kan fx nævnes, at der ialt kun er udført ca 20 forsøg med hjørnesøjler udsat for en lodret last, hvorimod der er udført flere hundrede forsøg omkring den centrale gennemlokning.

LITTERATUR OM GENNEMLOKNING

- [13.1] Talbot, A.N.:
Reinforced concrete wall footings and column footings.
University of Illinois, Eng. Exp. Stat. Bulletin No.67,
March 1913.
- [46.1] Forsell, Carl & Holmberg, Åke.:
Stämpellast på plattor av betong.
Betong nr.2 1946, pp.95-123.
- [48.1] Richard, Frank E.:
Reinforced concrete wall and column footings.
ACI journ. Oct 1948, pp.97-127, Nov 1948, pp.237-260.
- [53.1] Hognestad, Eivind:
Shearing strength of reinforced concrete column footings.
Journ. of the ACI, Oct 1953, pp.189-208.
- [56.1] Elster, R.C. & Hognestad, E.:
Shearing strength of reinforced concrete slabs.
Journal of the American Concrete Institute, Vol 53,
July 1956.
- [57.1] Whitney, Charles S.:
Ultimate shear strength of reinforced concrete flat
slabs, footings, beams, and frame members without shear
reinforcement.
Journal of the ACI, Oct 1957, pp.265-298.
- [58.1] Scordelis, A.C., Lin, T.Y. & May, H.R.:
Shearing strength of prestressed lift slabs.
ACI journal, Oct 1958, pp.485-506.
- [59.1] Base, G.D.:
Some tests on the punching shear strength of reinforced
concrete slabs.
Cement and Concrete Ass. Technical Report TRA 321,
Jul 1959.
- [60.1] Kinnunen, S. & Nylander, H.:
Punching of concrete slabs without shear reinforcement.
Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar No.158, Stockholm
1960.
- [60.2] Di Stasio, J. & van den Buren, M.P.:
Transfer of bending moment between flat plate floor and
column.
ACI journal Vol 57, No.3 Sep 1960, pp.299-314.

- [61.1] Moe, Johannes:
Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads.
Development Department Bull. D47, Portland Cement Ass, Apr 1961.
- [62.1] ACI-ASCE Committee 326:
Shear and Diagonal tension Part 3, Slabs and Footings, Journal of the ACI, March 1962, pp.353-396.
- [63.1] Kinnunen, S.:
Punching of Concrete Slabs with two-way Reinforcement. Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar No.198, Stockholm 1963.
- [63.2] Anderson, J.L.:
Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforcement. Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar No.212, Stockholm 1963.
- [63.3] Anderson, J.L.:
Gennomstansning av lift slabs. Nordisk Betong, No.3, 1963.
- [63.4] Blakey, F.A.:
Australian experiments with flat plates. ACI Journal Vol 60, NO.4, Apr 1963, pp.515-525.
- [64.1] Förslag till bestämmelser för dimensionering av betongplattor på pelare jämte utdrag ur kommentarer. Utgivna av Statens Betongkommitté, Stockholm 1964.
- [64.2] Anderson, J.L.:
Dimensionering av lift slabs med hänsyn till genomstansning. Nordisk Betong No.1, 1964.
- [64.3] Rao, J.K.S.:
Analysis of flat slabs with drop panel by finite difference methods. Dissertation Abstracts V 26:5. Ph.D thesis, University of Minnesota, 1964.
- [65.1] Anderson, J.L.:
Indspänningsmoment i kantpelar vid plattor med kantbalkar. Nordisk Betong, 1965:1.

- [65.2] Taylor, R. & B.Hayes:
Some tests on the effect of edge restraint on punching shear in reinforced concrete slabs.
Magazine of Concrete Research, Vol 17, No.50, March 1965.
- [65.3] Hatcher, D.S., Sozen, M.A., & Siess, C.P.:
Test of a reinforced concrete flat plate.
Journ. of the Struct. Div. ASCE, Vol 91, No.ST5, Proc Paper 4514, Oct 1965, pp.205-231.
- [66.5] Mowrer, R.D. & Vanderbilt, M.D.:
Shear strength of light weight reinforced concrete flat plates.
Structural Research Report No.I, Department of Civil Engineering, Colorado State University, Aug 1966, 71 pp.
- [66.1] Anderson, J.L.:
Genomstansning av plattor understödda av pelare vid fri kant.
Nordisk Betong No.2, 1966.
- [66.2] Yitzhaki, D.:
Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs.
Journal of the American Concrete Institute, Vol 63, May 1966.
- [66.3] CEB, Bulletin d'Information No.57, Sep 1966.
Dalles, Structures Planes, Theme II, Poinçonnement.
- [66.4] Jirsa, J.O., Sozen, M.A. & Siess, C.P.:
Test of an flat slab reinforced with welded wire fabric.
Journ. of the Struct. Div. ASCE, Vol 92, No.ST3, June 1966, pp.199-224.
- [67.1] Grow, J.B. & Vanderbilt, M.D.:
Shear strength of prestressed light weight aggregate concrete flat plates.
Journ. of the Prestressed Concrete Institute, Aug 1967, pp.18-28.
- [67.2] Beresford, F.C.:
Test of edge column connections of a flat plate structure.
Civil Engineering Transactions, Inst. of Engineers, Vol CE9, No.2, Australia Oct 1967, pp.235-241.

- [67.3] Brotchie, J.F. & Beresford, F.C.:
 Experimental study of a prestressed concrete flat plate structure.
 Civil Engineering Transactions, Inst. of Eng., Vol CE9 No.2, Australia, Oct 1967, pp.276-282.
- [67.4] Long, Adrian Ernest & Bond, Douglas:
 Punching failure of reinforced concrete slabs.
 Journ. of the I.C.E. proceedings V37, May 1967, pp.109-135.
- [68.1] Bretthauer, G. & Nötzold, F.:
 Zur berechnung von pilzdecken.
 Beton und Stahlbetonbau, Vol 63, No.10, 11, 12, Oct, Nov, Dec 1968, pp.221-226, 251-261, 277-281.
- [68.2] Hanson, N.W. & Hanson J.M.:
 Shear and moment transfer between concrete slabs and columns.
 Journ of the Portland Cem. Ass., Res. and Development Lab's V10, No.1, Jan 1968, pp.2-16.
- [69.1] Hatcher, D.S., Sozen, M.A., & Siess, C.D.:
 Tests of a reinforced concrete flat slab.
 Journ. of the struct. div. ASCE. Vol 95, No.ST6, proc paper 6585, June 1969, pp.1051-1072.
- [69.2] Smith, A.E. & Simmonds, S.H.:
 Test of a flat plate supported on columns elongated in plane.
 Structural engineering report No.21, Department of Civ. Eng., University of Alberta, Edmonton, Alberta, Canada, May 1969.
- [69.3] Stamenković, A.:
 Local strength of flat slabs at column heads.
 A thesis presented for the degree of Ph.D (Engineering).
 University of London, Dec 1969.
- [69.4] Wantur, Helmuth Zdenko:
 Bemessung der Flachdecken im Stützenbereich unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Biege- und vertikalen Querbewehrung.
 Dissertation an der Rijksuniversitet Gent (Holland)1969.
- [70.1] Herzog, M.:
 A new evaluation of earlier punching shear tests.
 Concrete, December 1970.

- [70.2] Mast, P.E.:
Stresses in flat plates near columns.
Journal of the American Concrete Institute, Vol 67,
Oct 1970.
- [70.3] Mast, P.E.:
Plate stresses at columns near the free edge.
Journal of the American Concrete Institute, Vol 67,
Nov 1970.
- [70.4] Zaghlool, E.R.F, de Paiva, H.A.R & Glockner, P.G.:
Tests of reinforced concrete flat plate floors.
Journal of the Structural Division, ASCE Vol 96, No ST3,
March 1970.
- [70.5] Gesund, Hans & Kaushik, Y.P.:
Yield line analysis of punching failures in slabs.
Association Internationale des Ponts et Charpentes.
(IABSE), Memoires 30-I, 1970.
- [70.6] Bryl, S.:
Flat slab concrete floors with steel shear heads.
Acier-Stahl-Steel No.4, Apr 1970, pp.183-190.
- [70.7] Schaeidt, W., Laduer, M. & Rösli, A.:
Berechnung von Flachdecken auf Durchstanzen.
Technische Forschungs- und Beratungstelle der Schweizerischen Zementindustrie.
Wildegge 1970.
- [71.1] Kinnunen, S.:
Forsök med betongplattor understödda av pelare vid fri kant.
Byggeforskningen, Rapport R2:1971, Stockholm 1971.
- [71.2] Aoki Yoshinori, & Seki, Hiroshi:
Shearing strength and cracking in two-way slabs subjected to concentrated load.
ACI spec. publ. SP-30, 1971, paper SP30-5, pp.103-126.
- [71.3] Cardenas, A.E. & Karr, Ph.H.:
Field test of a flat plate structure.
ACI journal Vol 68, No.1, Jan 1971, pp.50-59.
- [71.4] Gerber, L.L. & Burns, N.H.:
Ultimate strength of post-tensioned flat plates.
Journ. of the Prestressed Concr. Inst. Vol 16, No.6,
Nov-Dec 1971, pp.40-58.

- [71.5] Gesund, Hans & Dikshit, O.P.:
Yield line analysis of the punching problem at slab/
column intersections.
ACI publ. SP 30, 1971, paper SP30-8, pp.177-201.
- [71.6] Zaghlool, E.R.F.:
Strength and behavior of corner and edge column-slab
connections in reinforced concrete flat plates.
Thesis presented to the University of Calgary, Depart-
ment of Civ. Eng., Calgary, Alberta, Canada 1971.
- [71.7] Narasimhan, N.:
Shear reinforcement in reinforced concrete column heads.
Ph.D-thesis. University of London, Feb 1971.
- [72.1] Plisga, S.J.:
Punching of flat plates.
Report No.Ce9, Department of Civil Eng., University of
Maine Orono, Jan 1972.
- [72.2] Stamenkovič, A. & Chapman, J.C.:
Local strength of flat slabs at column heads.
Report 39, Construction industry research and informa-
tion Ass., London 1972.
- [73.1] Zaghlool, E.R.F. & de Paiva, H.A.R.:
Tests of flat-plate corner slab connections.
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 99, No.
ST3, March 1973.
- [73.2] Long, A.E.:
Punching failure of slabs transfer of moment and
shear.
Journ. of the Struct. Div. ASCE, Apr 1973, pp.665-685.
- [73.3] Zaghlool, E.R.F. & Rawdon de Paiva, H.A.:
Strength analysis of corner column-slab connections.
Journ. of the Struct. Div. ASCE, Vol 99, NoST1, Jan
1973, pp.53-70.
- [74.1] Dragosavic, M. & van den Beukel, A.:
Punching shear.
Heron No.2, Vol 20, 1974.
- [74.2] Ingvarsson, H.:
Experimentellt studium av betongplattor understödda av
hörnpelate.
Meddelande nr.11. Institutionen för Byggnadsstatik,
Kungl. tekniska Högskolan, Stockholm 1974.

- [74.3] Aster, H. & Koch, R.:
Schubtragfähigkeit dicker Stahlbetonplatten.
Beton- und Stahlbetonbau, No.11, 1974.
- [74.4] Herzog, M.:
Wichtige Sonderfälle des Durchstanzens von Stahlbeton-
und Spannbetonplatten nach Versuchen.
Der Bauingenieur, Vol 49, Heft 9, 1974.
- [74.5] Regan, P.E.:
Design for punching shear.
The Structural Engineer, Vol 52, No.6, June 1974.
- [74.6] ASCE-ACI Task Committee 426:
The shear strength of reinforced concrete members Slabs.
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 100, No.
ST8, Aug 1974.
- [74.7] Stamenković, A. & Chapman, J.C.:
Local strength at column heads in flat slabs subjected
to a combined vertical and horizontal loading.
The Institution of Civil Engineers, Proceedings, Part 2,
Research and Theory, Vol 57, June 1974.
- [74.8] Chali, A, Sargious, M.A. & Haizer, A.:
Vertical prestressing of flat plates around columns.
ACI spec. publ. SP 42, paper SP42-38, 1974, pp.905-920.
- [74.9] Clyde, D.H. & Carmichael, D.:
Lower bound flexural fields and slab shear.
ACI spec. publ. SP 42, paper SP42-33, 1974, pp.769-784.
- [74.10] Chriswell, M.E. & Hawkins, N.W.:
Shear strength of slabs:
Basic principles and their relation to current methods
of analysis.
ACI spec. publ. SP 42, paper SP42-29, 1974, pp.641-676.
- [74.11] Chriswell, M.E.:
Static and dynamic response of reinforced concrete slab
column connections.
ACI spec. publ. SP 42, paper SP42-31, 1974, pp.721-746.
- [74.12] Hawkins, N.M, Criswell, M.E. & Roll, F.:
Shear strength of slabs, without shear reinforcement.
ACI spec publ. SP 42, paper SP42-30, 1974, pp.677-720.
- [74.13] Hawkins, N.M.:
Shear strength of slabs with shear reinforcement.
ACI spec.publ. SP 42, paper SP42-34, 1974, pp.785-816.

- [74.14] Hawkins, N.M.:
Shear strength of slabs with moments transferred to columns.
ACI spec.publ. SP 42, paper SP42-35, 1974, pp.817-846.
- [74.15] Hawkins, N.W. & Corley, W.G.:
Moment transfer to columns in slabs with shear head reinforcement.
ACI spec.publ. SP 42, paper SP42-36, 1974, pp.847-880.
- [74.16] Long, A.E. & Masterson, O.M.:
Improved experimental procedure for determining the punching strength of reinforced concrete flat slab structures.
ACI spec.publ. SP 42, paper SP42-39, 1974, pp.921-935.
- [74.17] Masterson, D.M. & Long, A.E.:
The punching strength of slabs, a flexural approach using finite elements.
ACI spec.publ. SP 42, paper SP42-32, 1974, pp.747-768.
- [74.18] Regan, P.E.:
A comparison of British and ACI 318-71 treatment of punching shear.
ACI spec.publ. SP 42, paper SP42-37, 1974, pp.881-904.
- [74.19] Smith, Stephan W. & Burns, Ned H.:
Post-tensioned flat plate to column connection behavior.
Journ. of the Prestressed Concrete Inst. V 19, No.3, May-June 1974, pp.74-91.
- [74.20] Martinelli, Dante A.O.:
Sobre a ruina das ligações laje-pillar nos cantos de lajes-cogumelo.
Universidade de São Paulo, Escola de engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas.
Publ. No.187, São Carlos, Sep 1974.
- [75.2] Hewitt, B.E. & Batchelor, de V.:
Punching shear strength of restrained slabs.
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 101, No. ST9, Sep 1975.
- [75.3] Long, A.E.:
A two-phase approach to the prediction of the punching strength of slabs.
Journal of the American Concrete Institute, Vol 72, Feb 1975.

- [75.4] CEB, Bulletin d'Information, No.111, Oct 1975.
International System of Unified Technical Regulations
for Structures.
- [75.5] Nylander, H. & Kinnunen, S.:
Model code for concrete structures punching.
CEB Commission X, Feb 1975.
- [75.6] Yamazaki:
Shear and moment transfer between reinforced concrete
flat plates and columns.
Washington 1975.
Diss. Abstracts Int. V 36:6 (B) pp.2949-13.
- [76.1] Kærn, Jens & Jensen, Lars Frendrup:
Gennemlokning af betonplader.
DIAB, Lyngby. Ren & Anvendt Mekanik, rapport nr.76:78
maj 1976.
- [76.2] Bræstrup, M.W., Nielsen, M.P., Jensen, B.Chr. & Bach,
Finn:
Axisymmetric punching of plain and reinforced concrete.
Rapport nr.R75. Afdelingen for Bærende Konstruktioner,
DTH 1976.
- [76.3] Nielsen, M.P.:
Punching shear resistance according to the CEB-Model
Code.
Paper presented at the ACI/CEB/FIP/PCI-Symposium,
Philadelphia, USA, Mar/Apr 1976.
- [76.4] van den Beukel, A.:
Punching shear at inner, edge and corner columns.
Heron, Vol 21, 1976, No.3.
- [76.5] Grodtkjær, Erik:
AXESYM, brugsvejledning. Beregning af aksesymmetriske
strukturer.
Rapport nr.76:74. Danmarks Ingeniørakademi, Lyngby,
Bygningsafdelingen 1976.
- [77.1] Nielsen, M.P., Bræstrup, M.W., Jensen, B.C. & Bach,
Finn:
Concrete Plasticity.
Dansk Selskab for Bygningsstatik. Under udarbejdelse.
(Foreløbigt manuskript, december 1976).
- [77.2] Marti, P., Ritz, P. & Thürlimann, B.:
Prestressed concrete flat slabs.
IABSE SURVEYS, S-1/77, 1977.

- [77.3] Rangan, B.V.:
Limit states design of flat plates and slabs.
IABSE proceedings P2/77, 1977.
- [77.4] Hess, Uwe:
Gennemlokning af jernbetonplader.
Eksamensprojekt ved Afdelingen for Bærende Konstruktioner, DTH, Lyngby, jan 1977.
- [77.5] Ingvarsson, Hans:
Betongplattors hållfasthet och armeringsutformning vid hörnpelare.
Meddelande nr.122, Institutionen för Byggnadsstatik
Kungl tekniska Högskolan, Stockholm 1977.
- [77.6] Ingvarsson, Hans:
Concrete slabs supported on corner columns. Summary.
Meddelande nr.129, Institutionen för Byggnadsstatik,
Kungl. tekniska Högskolan, Stockholm 1977.

I det følgende er anført litteratur om emnet gennemlokning. Titlerne er søgt ordnet i forskellige undergrupper.

Teori + beregningsforslag (også normregler osv.) samt opstilling af brudmodeller

[77.1] [76.1] [76.2] [76.3] [76.4] [75.2] [75.3] [75.4] [75.5]
 [74.1] [74.5] [74.7] [74.8] [74.9] [74.10] [74.11] [74.12]
 [74.13] [74.14] [74.15] [74.16] [74.17] [74.18] [74.19] [73.1]
 [73.2] [73.3] [71.5] [71.6] [70.1] [70.2] [70.3] [70.4] [70.5]
 [70.8] [69.3] [69.4] [68.1] [68.2] [67.4] [66.2] [66.3] [65.1]
 [65.1] [64.1] [64.2] [63.1] [62.1] [61.1] [60.1] [60.2] [59.1]
 [58.1] [57.1] [56.1] [53.1] [48.1] [46.1] [13.1] [63.2] [66.1]
 [74.4] [74.6] [76.5] [77.4] [71.7] [77.5]

FORSØG central gennemlokning

plade søjle	cirkulær	kvadratisk	rektangulær
cirkulær	[76.1] [70.1] [69.4] [60.1] [46.1]	[71.2] [46.1]	
kvadratisk	[74.1] [66.2]	[74.19] [58.1] [71.4] [56.1] [67.1] [48.1] [65.2] [13.1] [63.2] [61.1] [59.1]	
rektangulær	[61.1]		

Forsøg med excentrisk belastet indre søjle

[74.1] [74.7] [61.1] [56.1] [71.7]

Forsøg med randsøjle

[76.4] [74.1] [74.7] [71.1] [68.2] [67.2] [66.1] [63.4] [71.6]
[71.7]

Forsøg med hjørnesøjle

[76.4] [74.1] [74.2] [74.7] [74.20] [73.1] [73.3] [71.6] [70.4]
[69.3] [71.7] [77.4]

Forsøg med plade med huller

[61.1]

Forsøg med plader med forskydningsarmering

[74.1] [74.2] [66.2] [63.2] [61.1] [56.1] [71.7]

Forsøg med specielle plader

[74.1] [74.3] [71.3] [69.1] [67.3] [64.2] [63.3]

Forsøg med plader med hel eller delvis forhindret tværudvidelse

[76.1] [71.2] [65.2]

SUPPLERENDE LITTERATUR

- [1] Jensen, Bjarne Chr.:
Nogle plasticitetsteoretiske beregninger af beton og jernbeton.
Rapport nr.111, Instituttet for Husbygning, DTH, 1976.
- [2] DS 411, 2.udgave dec 1973.
- [3] American Concrete Institute
ACI Standard 318-71.
Building Code Requirements for Reinforced Concrete.
ACI 1972.
- [4] Code of practice for the structural use of concrete (CP 110).
British Standards Institution, London 1972, Part 1.
- [5] Bulletin d'Information No.117-E
CEB, Paris Dec 1976.

AFDELINGEN FOR BÆRENDE KONSTRUKTIONER

DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

Structural Research Laboratory

Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby

RAPPORTER (Reports)

(1975 -)

- R 61. NIELSEN, LEIF OTTO: Spændingshybride finite elementer til svingningsproblemer. 1975.
- R 62. EGERUP, ARNE RYDÉN: Theoretical and experimental determination of the stiffness and ultimate load of timber trusses. 1975.
- R 63. LAURSEN, MARTIN: A curved beam equilibrium element applicable in standard finite element program systems. 1975.
- R 64. BACH, FINN: Metoder til måling af egenspændinger. 1975.
- R 65. BACH, FINN: En teoretisk og eksperimentel undersøgelse af den akustoelastiske metodes anvendelighed til egenspændingsmåling. 1975.
- R 66. PEDERSEN, FLEMMING BLIGAARD: Measurement of the complex modulus of viscoelastic materials. 1975.*)
- R 67. PEDERSEN, FLEMMING BLIGAARD: Svingsningsforsøg med viskoelastisk dæmpede sandwichbjælker. 1975.
- R 68. AGERSKOV, HENNING: Analysis of high strength bolted connections subject to prying. A simplified approach. 1975.
- R 69. PEDERSEN, MAX ELGAARD: En 2.ordens tilnærmelse til de konstitutive ligninger for beton. 1976.
- R 70. RIBERHOLT, HILMER and PETER CHR. NIELSEN: Timber under combined compression and bending stress. 1976.
- R 71. KRENCHER, HERBERT og J. BJØRNBAK-HANSEN: Undersøgelse af let konstruktionsbetons væsentligste materialemparametre. 1976.
- R 72. BRÆSTRUP, M.W., M.P. NIELSEN, FINN BACH and B.CHR. JENSEN: Shear tests on reinforced concrete T-beams. Series T. 1976.
- R 73. NIELSEN, M.P. and M.W. BRÆSTRUP: Plastic shear strength of reinforced concrete beams. 1976.
- R 74. Resume-oversigt 1975. Summaries of papers 1975. 1976.*)
- R 75. BRÆSTRUP, M.W., M.P. NIELSEN, B.CHR. JENSEN and FINN BACH: Axisymmetric punching of plain and reinforced concrete. 1976.
- R 76. BRØNDUM-NIELSEN, TROELS: Partial prestressing. 1976.
- R 77. LAURSEN, M.E.: EQSHELL. An equilibrium shell finite element for arbitrary shell geometry. 1977.
- R 78. DYRBYE, CLÆS and FLEMMING BLIGAARD PEDERSEN: Rubber mountings and vibration isolation. 1977.
- R 79. BRÆSTRUP, M.W., M.P. NIELSEN and FINN BACH: Rational analysis and design of stirrups in reinforced concrete beams. 1977.

*) Udsolgt. Out of print.

- R 80. ABK's informationsdag 1977. 1977.
- R 81. Resumeoversigt 1976. Summaries of papers 1976. 1977.
- R 82. MØLLMANN, H.: Static and dynamic analysis of plane cable structures. 1977.
- R 83. RIBERHOLT, H.: Bolte indlimet i limtræ. 1977.
- R 84. AGERSKOV, H. and J. BJØRNBAK-HANSEN: Fatigue strength of welded connections in round bar steel structures. 1977.
- R 85. LAURSEN, M.E., M.P. NIELSEN and M. ROIKJÆR: Stability analysis of beams and arches by energy methods. 1977.
- R 86. LAURSEN, M.E.: Derivation of symmetric integration formulas for triangles. 1977.
- R 87. LAURSEN, M.E.: Stability and vibration analysis of plane curved beams by an equilibrium finite element method. 1977.
- R 88. PEDERSEN, FLEMMING BLIGAARD: Vibration analysis of viscoelastically damped sandwich structures. 1978.
- R 89. BRØNDUM-NIELSEN, TROELS: Epoxy resin repair of cracked concrete beams. 1978.
- R 90. HESS, UWE, B. CHR. JENSEN, M.W. BRÆSTRUP, M.P. NIELSEN og FINN BACH: Gennemlokning af jernbetonplader. 1978.
- R 91. HANSEN, KARL ERIK, KAJ L. BRYDER og M.P. NIELSEN: Armeringsbestemmelse i jernbetonskaller. 1978.

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that proper record-keeping is essential for the success of any business and for the protection of the interests of all parties involved. The document outlines the various methods and systems that can be used to ensure the accuracy and reliability of financial records.

One of the key aspects of record-keeping is the use of standardized accounting principles and practices. This includes the use of double-entry bookkeeping, which helps to ensure that the books are balanced and that all transactions are properly recorded. The document also discusses the importance of regular audits and reconciliations to identify and correct any errors or discrepancies in the records.

In addition to maintaining accurate records, the document also discusses the importance of keeping records secure and confidential. This is particularly important in the case of financial records, which may contain sensitive information that could be used to the detriment of the business or its owners. The document provides guidance on how to implement appropriate security measures to protect the records from unauthorized access or theft.

Overall, the document provides a comprehensive overview of the importance of record-keeping and offers practical advice on how to implement effective record-keeping systems. It is a valuable resource for anyone who is involved in the management of a business or organization.

