

Nedreværdiløsninger for Jernbetonplader

Finn Bach
M. P. Nielsen

Serie R

No 136

1981

NEDREVÆRDILØSNINGER FOR
JERNBETONPLADER

FINN BACH
M.P.NIELSEN

RESUMÉ

Rapporten indledes med en behandling af de statiske betingelser for plader, specielt de statiske randbetingelser.

Der gives derefter en række eksempler på anvendelsen af den simpleste nedreværdimethode, strimmelmetoden, der ikke tager hensyn til vridende momenter. Specielt demonstreres, hvorledes enkeltkræfter kan behandles efter strimmelmetoden.

I rapporten beskrives desuden, hvorledes en simpel momentfordeling bestående af parabolske cylinderflader for de bøjende momenter og en hyperbolsk hyperboloide for de vridende momenter kan benyttes til at angive nedreværdiløsninger for rektangulære plader med forskellige understøtningsbetingelser.

Endelig angives en generel metode til behandling af plader med stort set vilkårlig last.

FORORD

Nærværende rapport er udarbejdet af M.P.Nielsen delvis på basis af undersøgelser vedrørende nedreværdiløsninger for rektangulære plader udført af Finn Bach.

Dette arbejde har Finn Bach udført dels som ansat i ingeniørfirmaet AEC Rådgivende Ingeniører A/S (Efsen Consult), dels som deltidsansat videnskabelig assistent på Kunstakademiets Arkitekt-skole.

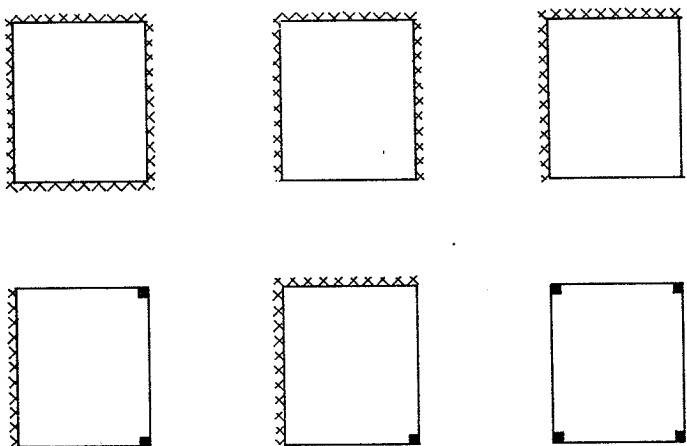
Hos Efsen Consult er arbejdet udført i forbindelse med et teknologirådsstøttet projekt: "Simple ingeniørmæssige beregningsmetoder".

1. INDLEDNING

Ved bestemmelse af nedreværdiløsninger for plader kræves angivelse af en statisk tilladelig og sikker momentfordeling, dvs. en fordeling af bøjende og vridende momenter, der opfylder ligevægtsbetingelserne og de statiske randbetingelser, og som svarer til snitkræfter inden for eller på flydefladen. Den hertil svarende værdi af belastningen vil ifølge nedreværdisætningen (se Prager [1])være mindre end eller lig med pladens bæreevne.

Den simpleste nedreværdimetode er den såkaldte strimmelmetode, ifølge hvilken pladen beregnes som to på hinanden vinkelrette sæt af bjælker, dvs. der ses bort fra de vridende momenter.

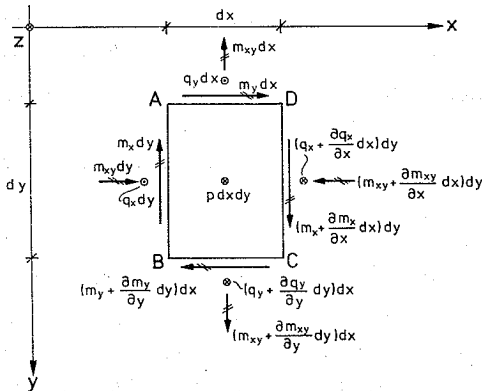
I rapporten er desuden beskrevet en anvendelse af nedreværditeknikken i forbindelse med rektangulære plader. Specielt behandles plader med de på fig.1.1 angivne understøtningsforhold. På grundlag af antagelser om en parabolisk fordeling af bøjende momenter og en hyperbolsk fordeling af vridende momenter udvikles for hvert enkelt tilfælde en statisk tilladelig momentfordeling med tilhørende formler for reaktioner fra jævnt fordelt last.



Figur 1.1 De behandlede pladers understøtningsbetingelser. Signaturen ■ angiver en søjleunderstøtning, og xxxxx angiver en understøttet rand med variabel indspændingsgrad.

2. STATISKE BETINGELSER FOR PLADER

Pladesnitkræfterne henført til et retvinklet x,y -koordinatsystem er de bøjende momenter pr længdeenhed m_x og m_y , de vridende momenter pr længdeenhed m_{xy} samt de forskydende kræfter pr længdeenhed q_x og q_y , se fig.2.1



Figur 2.1 Ligevægt for et pladeelement

Ved opstilling af ligevægtsligninger for et infinitesimalt pladeelement $dx \cdot dy$, se fig.2.1, fås følgende ligevægtsligninger

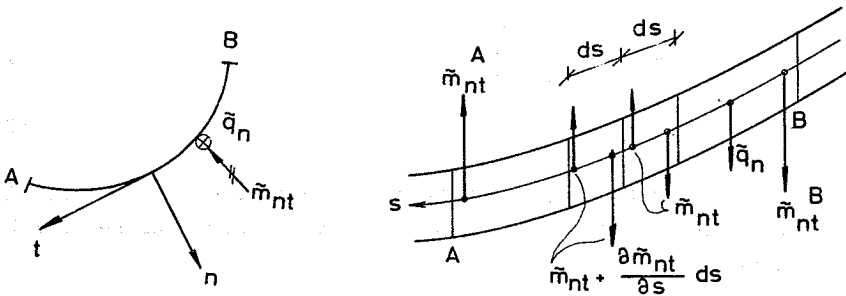
$$q_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} \quad (2.1)$$

$$q_y = \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = -p \quad (2.3)$$

Her er p tværbelastningen pr arealenhed.

kræfter \tilde{q}_n på en rand AB, se fig.2.2 kan findes på følgende måde:

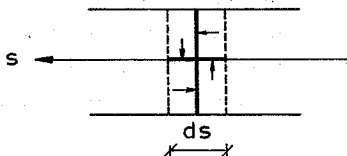


Figur 2.2 Statisk ækvivalens ved pladerand

Betragt to ved siden af hinanden liggende infinitesimale delstrækninger ds , hvor ds er buelængden målt langs randen. Opløses de vridende momenter på disse delstrækninger i forskydningskræfter i delstrækningernes endepunkter, fås de i fig.2.2 viste kræfter. Tænkes hele randen delt op i sådanne små delstrækninger, og lægges de i delstrækningernes endepunkter fundne kræfter sammen, fås, når kræfterne derefter fordeles ud over delstrækningerne regnet fra midtpunkterne af de enkelte buelementer ds , at de vridende momenter er statisk ækvivalente med en forskydningskraft $\frac{\partial \tilde{m}_{nt}}{\partial s}$ samt to tiloversblevne enkeltkræfter i randens endepunkter A og B som vist i fig.2.2.

Påføres der således en forskydende kraft \tilde{q}_n og et vridende moment \tilde{m}_{nt} på en rand, er den statiske ækvivalens af disse en forskydende kraft q_n^* bestemt ved

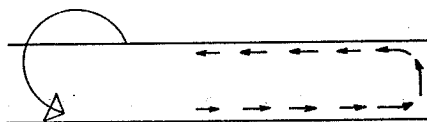
$$q_n^* = \tilde{q}_n + \frac{\partial \tilde{m}_{nt}}{\partial s} \quad (2.5)$$



Figur 2.3

De beviser, der gives i såvel elasticitetsteorien som i plasticitetsteorien for at vise, at teorierne har en entydig løsning, benytter arbejdsligningen eller deraf afledede principper. Man kan derfor vise, at Kirchhoff's randbetingelser fører til entydige løsninger, hvorved det er klart, at det er nødvendigt at benytte disse randbetingelser i pladeteorien.

Heldigvis fører de opstillede randbetingelser til løsninger for snitkræfterne, der vil være korrekte undtagen i en smal randzone. Dette er en følge af, at der i en plade kan optræde store vridende momenter tæt ved en rand, selv om selve randen ikke er påvirket af vridende momenter overhovedet. Betragtes fx en bjælke med et tværsnit som et langt smalt rektangel (en plade) påvirket til ren vridning, vil forskydningsspændingsfordelingen i et normalsnit skitse-mæssigt forløbe som illustreret i fig.2.4, se [3].



Figur 2.4

Randbjælkens ligevægtsligninger bliver

$$\frac{dQ}{ds} = -\tilde{q}_n + q_n \quad (2.10)$$

$$\frac{dM}{ds} = Q - \tilde{m}_{nt} + m_{nt} \quad (2.11)$$

Sættes $M=0$, fås af (2.11) at

$$Q = \tilde{m}_{nt} - m_{nt} \quad (2.12)$$

og af (2.10) fås, at

$$q_n + \frac{\partial m_{nt}}{\partial s} = \tilde{q}_n + \frac{\partial \tilde{m}_{nt}}{\partial s} \quad (2.13)$$

Når randbjælkens snitmoment M sættes lig med nul, fremkommer Kirchhoff's randbetingelse altså som en bjælkeligevægtsligning for randzonen, og samtidigt fås den oplysning, at randzonen har en forskydende kraft Q bestemt ved (2.12). Resultatet ændres ikke, fordi randzonen bliver en plankrum bjælke.

Forudsætningen $M=0$ er naturlig, da snitmomenterne i en smal randstrimmel på grund af pladens bøjende momenter må være små. Statisk set er der dog intet som helst i vejen for, at M kan være forskellig fra nul. I en jernbetonbjælke skal der i så fald blot armeres for både et moment og en forskydningskraft i randzonen.

Hvis randen er understøttet således, at $\tilde{m}_{nt}=0$, er reaktionen pr længdeenhed r lig med \tilde{q}_n , der beregnes af (2.13) til

$$r = q_n + \frac{\partial m_{nt}}{\partial s} \quad (2.14)$$

Randzonen skal i dette tilfælde dimensioneres for en forskydningskraft $Q = -m_{nt}$ ifølge (2.12).

Er understøtningen en bjælke, skal snitkræfterne i denne altså bestemmes som for en bjælke med belastningen r pr længdeenhed.

3. STRIMMELMETODEN - PLADER UDEN VRIDENDE MOMENTER

3.1 Strimmelmetodens ligevægtsbetingelser

Den simpleste metode til bestemmelse af statisk tilladelige momentfordelinger er strimmelmetoden, der er udviklet af Hillerborg, se [7] [8] [9]. I denne ses bort fra de vridende momenter bidrag til bæreevnen, hvorved ligevægtsbetingelsen (2.4) bliver til

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -p \quad (3.1)$$

Denne er tilfredsstillende, såfremt

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = -p_x \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -p_y \quad (3.3)$$

$$p_x + p_y = p \quad (3.4)$$

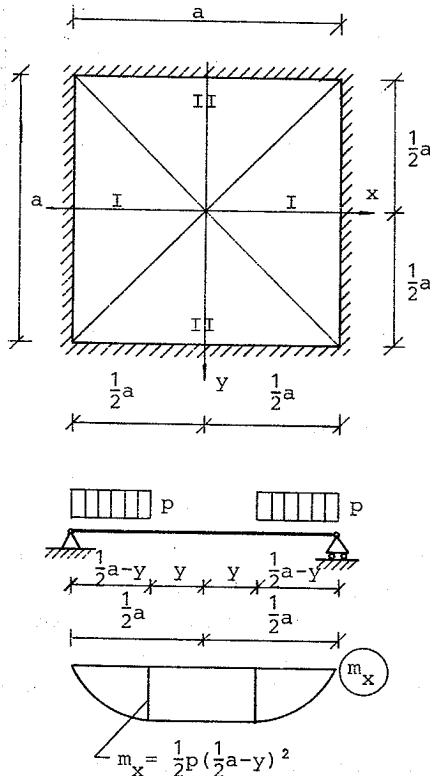
De to første ligninger er to bjælkeligevægtsbetingelser, dvs. vi kan opfatte belastningsandelen p_x som båret af pladestrimler, der bærer som bjælker i x-aksens retning, og belastningsandelen p_y som båret af pladestrimler, der bærer som bjælker i y-aksens retning.

Lad os eksempelvis betragte en kvadratisk, simpelt understøttet plade med jævnt fordelt belastning p . Sættes $p_x = p_y = \frac{1}{2} p$, bliver m_x og m_y fordelt efter 2.grads parabler (eller rettere efter paraboliske cylinderflader) som illustreret i fig.3.1. De maksimale værdier af m_x og m_y bliver $1/8 \cdot 1/2 p \cdot a^2 = 1/16 p a^2$.

Såfremt det drejer sig om en jernbetonplade, der udføres homogent armeret, bliver denne nedreværdiløsning dog en dyr løsning, idet armeringsforbruget bliver 50% større end efter brudlinie-teoriens øvre værdiløsning $m_f = 1/24 p a^2$. Dette er et karakteri-

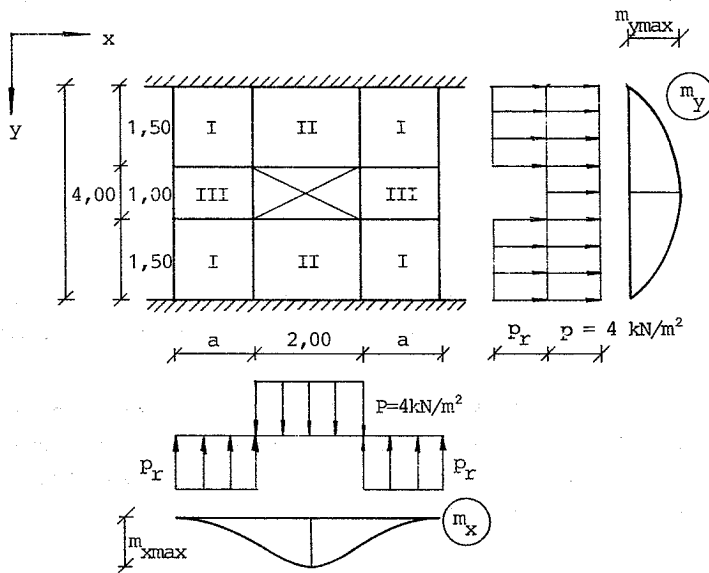
Momentfordelingen i y -retningen bliver analog.

De maksimale værdier af m_x og m_y ville i dette tilfælde blive $1/8 pa^2$, altså dobbelt så store som før.



Figur 3.2

I fig.3.3 er vist en lignende opdeling af en jævnt fordelt belastning på en rektangulær plade. Opdelingen er angivet ved pilespidser, der angiver i hvilken retning, pladen regnes bærende. På det midterste stykke skal pladen, som det ses, beregnes som en simpelt understøttet bjælke med en spændvidde lig med den korte side.



Figur 3.4

I andet tilfælde tænkes pladedelene I, III, I at bære som en bjælke i y -retningen. Belastningen på pladedelene I er en nedadrettet belastning $p + p_r$; belastningen på pladedel III er en nedadrettet belastning p .

Det maksimale moment i første belastningstilfælde bliver, idet a indsættes i meter

$$m_{x \max} = 4,00 \cdot 1,00 \left(\frac{1}{2} a + 0,50 \right) \quad (\text{kNm/m})$$

Momenterne m_x er positive overalt.

Det maksimale moment i andet belastningstilfælde er

$$m_{y \max} = \frac{1}{8} \cdot 4,00 \cdot 4,00^2 + p_r \cdot 1,50 \cdot 0,75 = 8,00 + \frac{4,50}{a} \quad (\text{kNm/m})$$

Momenterne m_y er positive overalt.

dele I, II og III. Pladedelene I og III har bæreretning vinkelret på vedkommende pladedels indspænding, dvs. de enkelte strimler bærer som indspændte bjælker. Pladedel II har bæreretning parallel med den frie kant, dvs. de enkelte strimler bærer som simpelt understøttede bjælker. Der indlægges de i fig.3.5 viste koordinatsystemer i pladedelene II og III.

Ved beregning af de simpelt understøttede strimler i pladedel II bestemmes forskydningskræfterne q_x^{II} i pladedel II langs linien l_2 som reaktionen for disse strimler. Ved hjælp af transformationsformler for forskydningskræfterne, se [3], ses, at forskydningskraften q_x^{III} i pladedel III langs linien l_2 er bestemt ved

$$q_x^{III} = q_x^{II} \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

hvor betydningen af vinklerne θ_1 og θ_2 fremgår af fig.3.5. Pladedelene III kan herefter beregnes som indspændte bjælker belastet dels med den givne belastning, dels med reaktionerne fra pladedel II.

Randbetingelserne langs den frie kant i pladedelene I og III er automatisk tilfredsstillet, når de strimler i pladedelene, der begrænses af den frie kant, beregnes som indspændte bjælker, der er frie i den ene ende og er påvirket af en jævnt fordelt belastning.

3.4 Vinkelformet plade

En plade er simpelt understøttet langs siderne GA, BC og ED og er fri langs AB, CD, EF og FG. Belastningen er jævnt fordelt og har størrelsen $4,00 \text{ kN/m}^2$, se fig.3.6.

Pladefeltet HBDE, der tænkes at bære i retningen BD, er simpelt understøttet langs ED og "understøttet" af en jævnt fordelt reaktion p_R pr arealenhed på feltet HBCF. Belastningen er p over hele pladedelen. Pladefeltet ABCG tænkes at bære som en simpelt understøttet bjælke med understøtninger langs AG og BC. Belastningen er p over den ene halvdel, og p_R over den anden halvdel.

Bæreretning AB:

Reaktionen r pr længdeenhed langs BC bliver

$$r = \frac{1}{2} \cdot 4,00 \cdot 6,00 + 1,33 \cdot 3,00 \cdot \frac{4,50}{6,00} = 15,00 \text{ kN/m}$$

Det maksimale moment findes i afstanden x regnet fra BC, hvor x er bestemt ved

$$15,00 = 5,33 x$$

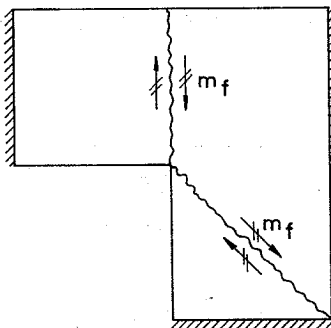
$$x = 2,81 \text{ m} < 3,00 \text{ m}$$

Det maksimale moment bliver

$$m_{\max} = 15,00 \cdot 2,81 - \frac{1}{2} \cdot 5,33 \cdot 2,81^2 = 21,11 \text{ kNm/m}$$

En overslagsmæssig sammenligning med brudlinieteorien fås ved gennemregning af brudfiguren vist i fig.3.7. Brudfiguren giver $m_f = 12,00 \text{ kNm/m}$.

Sammenlignes armeringsforbruget under forudsætning af, at pladen armeres isotropt og homogent ifølge brudlinieteorien og med konstant armering uden afkortning i de to bæreretninger ifølge strimmelmetodens løsning, finder man i dette tilfælde, at strim-



Figur 3.7

Moment om A, se figuren, giver

$$\frac{1}{2} p b^2 = p a \left(b + \frac{1}{2} a \right)$$

der giver

$$b = (1 + \sqrt{2}) a$$

Projektion på lodret

$$\bar{p} + p a = p b$$

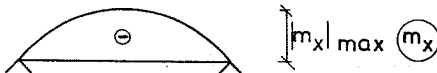
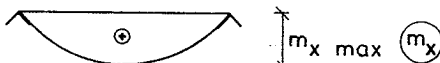
$$p = \frac{\bar{p}}{\sqrt{2} a}$$

Herved fås

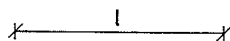
$$|m_y|_{\max} = p a^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{p} a$$

Strimlerne i x-aksens retning får momentkurverne vist i fig. 3.10.

Strækning b :



Strækning a :



Figur 3.10:

Det ses, at

$$|m_x|_{\max} = \frac{1}{8} p l^2 = \frac{\sqrt{2}}{16} \frac{\bar{p}}{a} l^2$$

Ønskes $|m_y|_{\max} = |m_x|_{\max}$, fås

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \bar{p} a = \frac{\sqrt{2}}{16} \frac{\bar{p}}{a} l^2$$

$$a = \frac{\sqrt{2} \bar{p} \ell^2}{16 m \phi_x} = \frac{\sqrt{2} \cdot 4,00 \cdot 4^2}{16 \cdot 12,00} = 0,47 \text{ m}$$

$$b = (1 + \sqrt{2}) a = (1 + \sqrt{2}) \cdot 0,47 = 1,13 \text{ m}$$

$$|m_y|_{\max} = \frac{(\bar{p} \ell)^2}{16 m \phi_x} = \frac{(400 \cdot 4)^2}{16 \cdot 12,00} = 1,33 \text{ kN} < 12,00 \text{ kN}$$

På grund af rotationssymmetrien er $q_\theta = m_{r\theta} = 0$. q_r er statisk bestemt og bestemmes ved en projektligning direkte til

$$r q_r = \frac{1}{2} p a^2 - \frac{1}{2} p r^2 \quad (4.4)$$

Sættes i overensstemmelse med brudlinieteoriens løsning for en isotropt og homogent armeret plade $m_\theta = \text{konst} = -m_f^i$, fås til bestemmelse af m_r :

$$\frac{\partial r m_r}{\partial r} = \frac{1}{2} p a^2 - \frac{1}{2} p r^2 - m_f^i \quad (4.5)$$

der giver

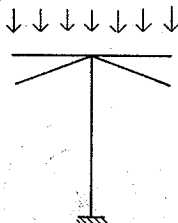
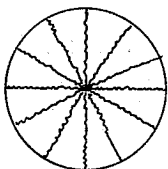
$$m_r = \frac{1}{2} p a^2 - \frac{1}{6} p r^2 - m_f^i + \frac{c}{r} \quad (4.6)$$

hvor c er en konstant.

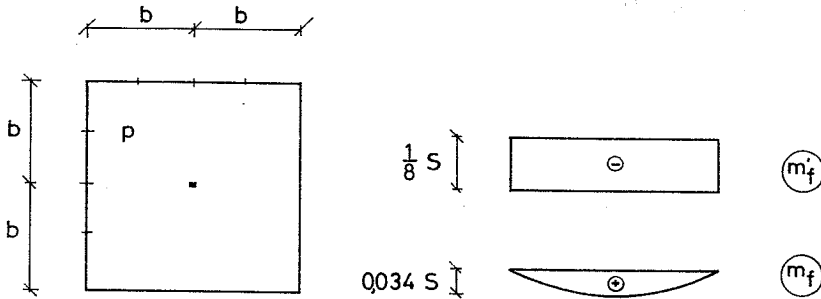
Ønskes endelige momenter for $r=0$, kræves $c=0$. Sættes $m_r=0$ for $r=a$, fås

$$m_f^i = \frac{1}{3} p a^2 \quad (4.7)$$

der også findes direkte ved hjælp af en momentligning for et diametralsnit eller ved hjælp af arbejdsligningen for brudfiguren skitseret i fig.4.2.



Figur 4.2



Figur 4.5

Betragtes i stedet den på fig.4.5 viste kvadratiske plade med jævnt fordelt belastning p og understøttet på en søjle i midten, er det nærliggende at antage, at hvis pladen armeres i hele oversiden svarende til gennemsnitsmomentet i snit \neq siderne gennem søjlen, kan belastningen bæres. Det vil sige

$$m'_f = \frac{1}{2} p b^2 = \frac{S}{8} \quad (4.11)$$

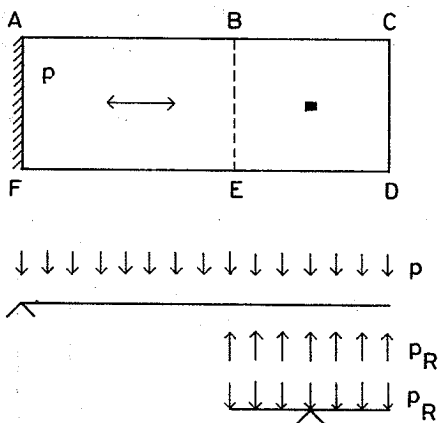
hvor S er søjlereaktionen $4 p b^2$. Det er endvidere nærliggende at antage, at der kræves en undersidearming ved søjlen svarende til

$$m_f + m'_f = \frac{S}{2\pi} \quad (4.12)$$

dvs.

$$m_f = \frac{S}{2\pi} - \frac{S}{8} = 0,136 p b^2 = 0,034 S \quad (4.13)$$

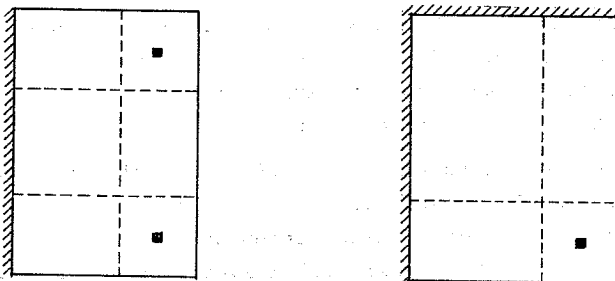
Momenterne kan med tilnærmelse regnes paraboloidformet, ligesom ved den



Figur 4.7

i overensstemmelse med resultaterne ovenfor i pladedelen BCDE belastet med den nedadrettede jævnt fordelte belastning p_R og understøttet på søjlen. Superposition af de fundne momentfordelinger giver den ønskede statisk tilladelige momentfordeling.

I fig.4.8 er vist et par andre eksempler, hvor en lignende beregningsgang kan anvendes.



Figur 4.8

i x-retningen.

Ønskes eksempelvis $m_{x \max} = \mu m_{y \max}$, fås

$$\frac{1}{8} P \frac{b}{a} = \mu \frac{1}{4} P \frac{a}{b} \quad (4.14)$$

eller

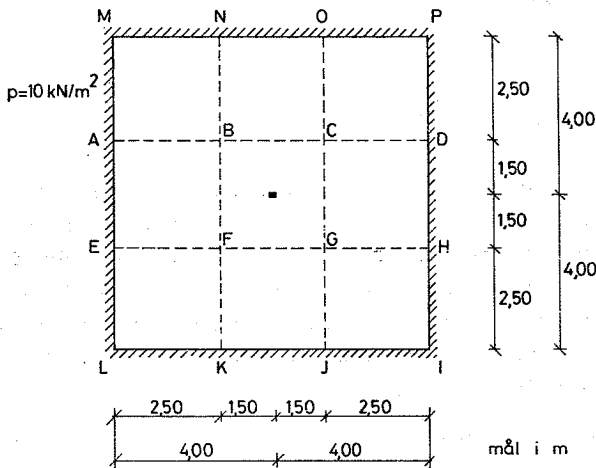
$$b = \sqrt{2\mu} a \quad (4.15)$$

Formlen for "fordelingsbredden" b er af samme type som angivet i DS 411, 1.udgave 1949.

4.3 Paddehatkonstruktioner

Paddehatkonstruktioner med søjler i et rektangulært net kan beregnes på en simpel måde ved hjælp af strimmelmetoden, når der gøres brug af fordelingspladen for en enkeltkraft.

Betragt eksemplet vist i fig.4.10, der forestiller en kvadratisk plade, der er simpelt understøttet langs randen og simpelt understøttet på en søjle i midtpunktet. Belastningen er en jævnt fordelt belastning på $10,00 \text{ kN/m}^2$.



Figur 4.10

$$m_{\max} = \frac{1}{8} \cdot 5,00 \cdot 4^2 \cdot \left(\frac{2,5}{3,25}\right)^2 = 5,92 \text{ kNm/m}$$

$$q_{R1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5,00 \cdot 4^2}{1,5 \cdot 3,25} = 8,20 \text{ kN/m}^2$$

Strimlen ADHE:

$$m_{\max} = \frac{1}{8} \cdot 8,20 \cdot 4^2 \cdot \left(\frac{2,5}{3,25}\right)^2 = 9,70 \text{ kNm/m}$$

$$q_{R2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 8,20 \cdot 4^2}{1,5 \cdot 3,25} = 13,46 \text{ kN/m}^2$$

Søjlerreaktion:

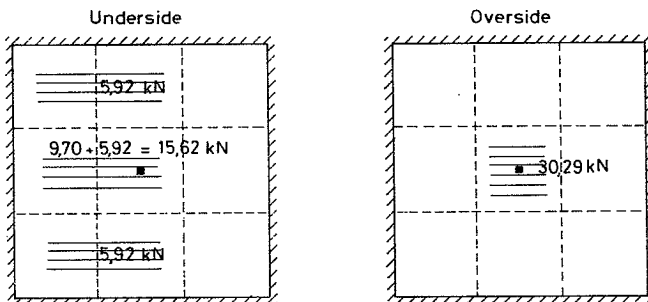
$$S = 2 \cdot 13,46 \cdot 3^2 = 242,30 \text{ kN}$$

Fordelingspladen skal dimensioneres for momenterne

$$m'_f = \frac{1}{8} S = \frac{1}{8} \cdot 242,30 = 30,29 \text{ kNm/m}$$

$$m_f = 0,034 S = 0,034 \cdot 242,30 = 8,24 \text{ kNm/m}$$

De momenter, som pladen skal dimensioneres for, er vist i fig. 4.12.



Samme armering på den anden led

Figur 4.12

5. PLADER MED VRIDENDE MOMENTER

5.1 Momentfordelingen

Betragt et momentfelt af typen

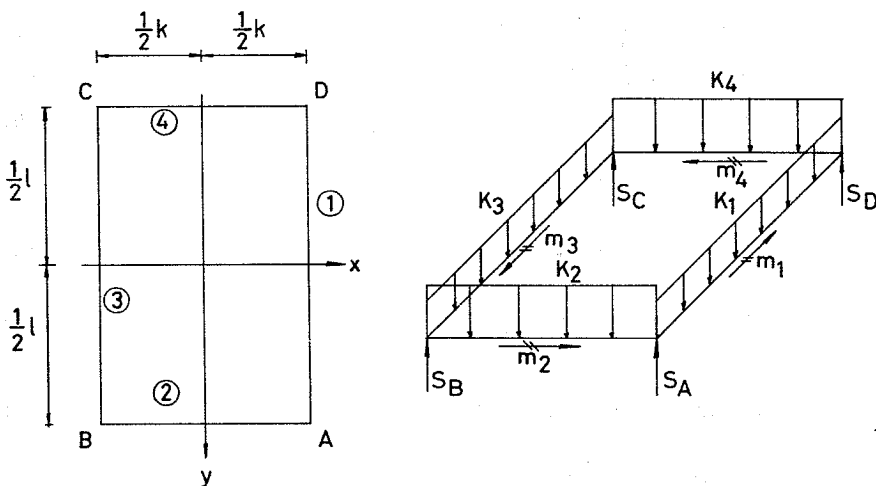
$$m_x = a + bx + cx^2$$

$$m_y = d + ey + fy^2$$

$$m_{xy} = g + hx + my + i xy$$

(5.1)

De bøjende momenter svarer til paraboliske cylinderflader og de vridende momenter til hyperbolske paraboloider.



Figur 5.1

For en rektangulær plade $k \cdot l$ med ensformigt fordelt belastning p , linielastene K_1 , K_2 , K_3 og K_4 og de bøjende momenter m_1 , m_2 , m_3 og m_4 langs randene og med koncentrerede reaktioner S_A ,

De fire parametre g , h , m og i , der bestemmer fordelingen af de vridende momenter, kan udtrykkes ved hjørnereaktionerne S_A , S_B , S_C og S_D på følgende måde:

$$i = \frac{1}{2k\ell} (S_A + S_B + S_C + S_D) \quad (5.15)$$

$$g = \frac{1}{8} (S_A - S_B + S_C - S_D) \quad (5.16)$$

$$h = \frac{1}{4k} (S_A + S_B - S_C - S_D) \quad (5.17)$$

$$m = \frac{1}{4\ell} (S_A - S_B - S_C + S_D) \quad (5.18)$$

Ønskes størrelserne i stedet udtrykt ved hjælp af vridende momenter i hjørnerne, fås

$$i = \frac{1}{k\ell} (V_A - V_B + V_C - V_D) \quad (5.19)$$

$$g = \frac{1}{4} (V_A + V_B + V_C + V_D) \quad (5.20)$$

$$h = \frac{1}{2k} (V_A - V_B - V_C + V_D) \quad (5.21)$$

$$m = \frac{1}{2\ell} (V_A + V_B - V_C - V_D) \quad (5.22)$$

Her er det vridende moment i A betegnet V_A og analogt for de andre hjørner. Desuden er benyttet, at

$$S_A = 2 V_A \quad (5.23)$$

$$S_B = -2 V_B \quad (5.24)$$

$$S_C = 2 V_C \quad (5.25)$$

$$S_D = -2 V_D \quad (5.26)$$

idet vi har sat $V = -\frac{1}{4} i k l$.

Ligevægtsbetingelsen (5.2) bliver herefter

$$\frac{4[a + \frac{1}{2}(m_1+m_3)]}{k^2} + \frac{4[d + \frac{1}{2}(m_2+m_4)]}{l^2} + \frac{4V}{kl} = \frac{1}{2}P \quad (5.28)$$

Ligningen indeholder 6 af de 7 parametre a, d, m_1, m_2, m_3, m_4 og V som frie parametre. Når 6 af parametrene er fastlagt, kan den syvende bestemmes ved hjælp af (5.28).

Reaktionerne langs randene og hjørnereaktionerne kan endelig bestemmes ved hjælp af henholdsvis (5.7)-(5.10) og (5.11)-(5.14). Sættes $r_1 = -K_1$, osv., det vil sige r_1 er den opadrettede reaktion pr længdeenhed langs randen (1), finder vi ved at udnytte ligevægtsligningen (5.28):

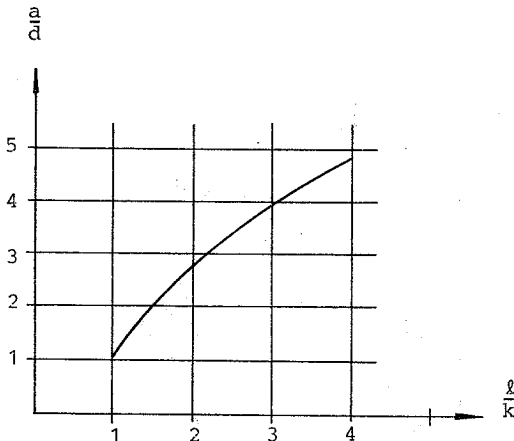
$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{1}{2}Pk + \frac{m_1-m_3}{k} - 4[d + \frac{1}{2}(m_2+m_4)] \frac{k}{l^2} \\ r_2 &= \frac{1}{2}Pl + \frac{m_2-m_4}{l} - 4[a + \frac{1}{2}(m_1+m_3)] \frac{l}{k^2} \\ r_3 &= \frac{1}{2}Pk - \frac{m_1-m_3}{k} - 4[d + \frac{1}{2}(m_2+m_4)] \frac{k}{l^2} \\ r_4 &= \frac{1}{2}Pl - \frac{m_2-m_4}{l} - 4[a + \frac{1}{2}(m_1+m_3)] \frac{l}{k^2} \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$S_A = S_B = S_C = S_D = \frac{1}{2} i k l = -2V \quad (5.30)$$

Momentfeltet er skitseret i fig.5.2 til højre, hvor betydningen af de forskellige parametre også er vist.

Betragt som et simpelt eksempel en simpelt understøttet plade, dvs. vi har $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0$. Vælges specielt $a = d = V = m_f$, giver (5.28)

$$m_f = \frac{1}{8} \frac{pk l}{1 + \frac{k}{l} + \frac{l}{k}} \quad (5.31)$$



Figur 5.4

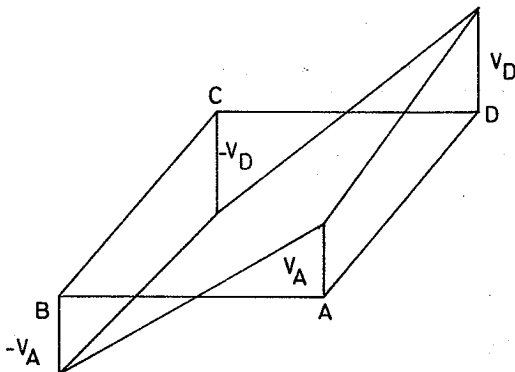
I plader med statisk belastning kan man afvige betydeligt fra disse værdier. Der vil således næppe være noget i vejen for at vælge hjørnereaktioner til halvdelen eller tredjedelen af de værdier, der aflæses af fig.5.3. Ligeledes er kurven for a/d kun retningsgivende. Hjørnereaktionerne bør dog altid vælges nedadrettede, svarende til, at der er negative momenter i omegnen af hjørnerne.

Den danske betonnorm DS 411 indeholder en pladeformel, som er et specialtilfælde af løsningen givet her. Normformlen svarer til valget $V = 1/4 [a + d + \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)]$, som giver resultater, der ligger meget tæt på øvre værdiløsninger bestemt ved hjælp af brudlinietecrien, [4].

5.3 Plade understøttet på tre sider

Næste eksempel drejer sig om en rektangulær plade med jævnt fordelt belastning p og med én side fri, se fig.5.5. Én eller flere af randene kan være indspændt, dvs. én eller flere af momenterne m_1 , m_3 og m_4 kan være forskellig fra nul.

bestemmes ved hjælp af (5.33)



Figur 5.6

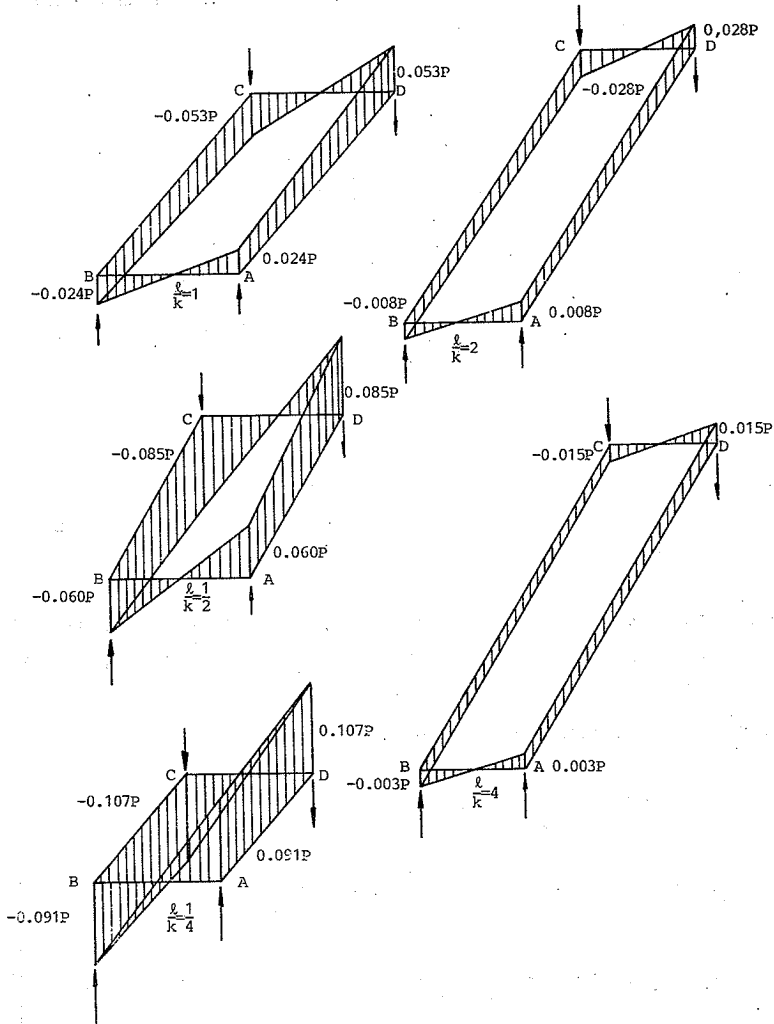
Ønskes de vridende momenter i hjørnerne benyttet som parametre, se fig.5.6, finder man følgende udtryk for momentfordelingen

$$\left. \begin{aligned} m_x &= a - \frac{1}{2}(m_1 - m_3) \left(\frac{x}{\frac{1}{2}k}\right) - \left[a + \frac{1}{2}(m_1 + m_3)\right] \left(\frac{x}{\frac{1}{2}k}\right)^2 \\ m_y &= -\frac{m_4}{4} + \frac{\ell}{k} V_A + \frac{1}{2} m_4 \left(\frac{y}{\frac{1}{2}\ell}\right) - \left[\frac{\ell}{k} V_A + \frac{1}{4} m_4\right] \left(\frac{y}{\frac{1}{2}\ell}\right)^2 \\ m_{xy} &= \frac{1}{2}(V_A + V_D) \left(\frac{x}{\frac{1}{2}k}\right) + \frac{1}{2}(V_A - V_D) \left(\frac{x}{\frac{1}{2}k}\right) \left(\frac{y}{\frac{1}{2}\ell}\right) \end{aligned} \right\} (5.34)$$

Ligevægtsligningen (5.33) bliver i stedet til

$$\frac{4\left[a + \frac{1}{2}(m_1 + m_3)\right]}{k^2} + \frac{2}{k\ell} (V_A + V_D) + \frac{m_4}{\ell^2} = \frac{1}{2}P \quad (5.35)$$

Reaktionerne findes til

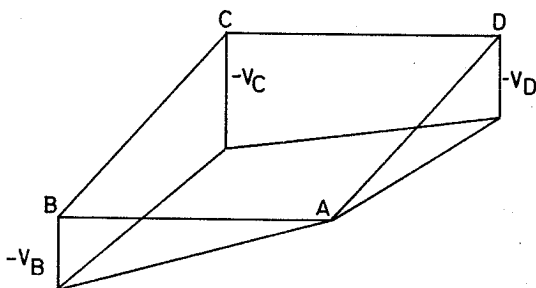


Figur 5.7: Fordeling af vridende momenter.
 $P = p k l$

Ligevægtsbetingelsen (5.2) giver da

$$\frac{4[a + \frac{1}{2}m_3]}{k^2} + \frac{4[d + \frac{1}{2}m_4]}{l^2} - i = \frac{1}{2}p \quad (5.40)$$

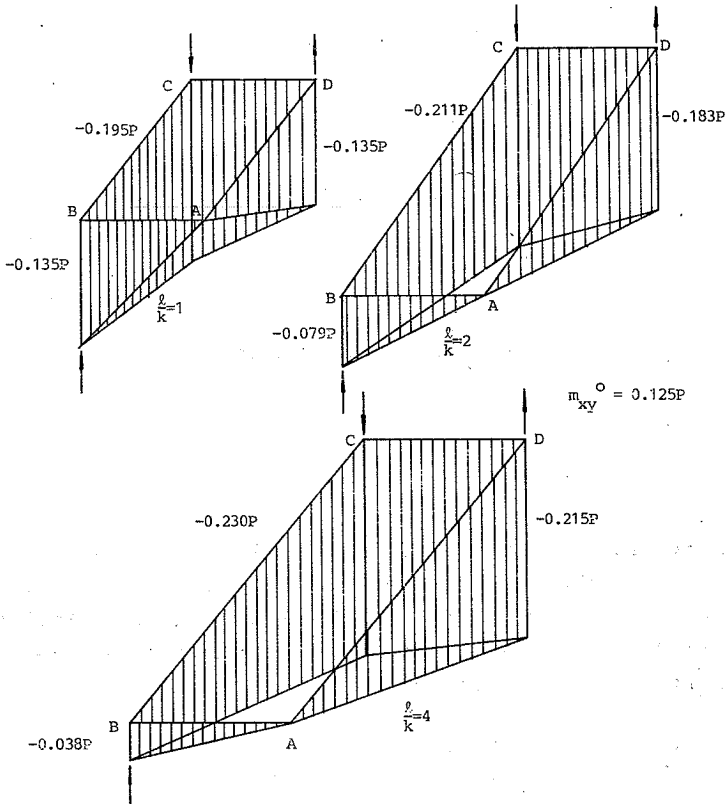
For denne plade gælder det altså, at 4 af de 5 parametre a , d , m_3 , m_4 og i er frie. Vælges 4 af dem, kan den femte bestemmes af (5.40).



Figur 5.9

Hvis de vridende momenter i hjørnerne indføres som parametre, se fig.5.9, finder man følgende udtryk for momentfordelingen:

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{1}{2}V_D \frac{k}{l} - \frac{1}{4}m_3 + \frac{1}{2}m_3 \left(\frac{x}{l}\right) - \left[\frac{1}{2}V_D \frac{k}{l} + \frac{1}{4}m_3\right] \left(\frac{x}{l}\right)^2 \\ m_y &= \frac{1}{2}V_B \frac{l}{k} - \frac{1}{4}m_4 + \frac{1}{2}m_4 \left(\frac{y}{k}\right) - \left[\frac{1}{2}V_B \frac{l}{k} + \frac{1}{4}m_4\right] \left(\frac{y}{k}\right)^2 \\ m_{xy} &= -\frac{1}{4}(V_B + V_C + V_D) + \frac{1}{4}(V_B + V_C - V_D) \left(\frac{x}{l}\right) + \\ &+ \frac{1}{4}(-V_B + V_C + V_D) \left(\frac{y}{k}\right) + \frac{1}{4}(V_B - V_C + V_D) \left(\frac{x}{l}\right) \left(\frac{y}{k}\right) \end{aligned} \quad (5.41)$$



Figur 5.10 Fordeling af vridende momenter.
 $P = p k \ell$.

Ligevægtsbetingelserne (5.2) giver herefter

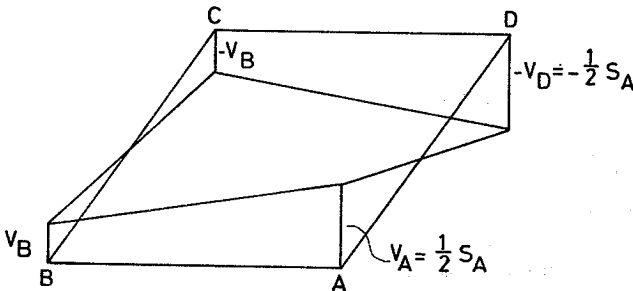
$$\frac{4[a + \frac{1}{2}m_3]}{k^2} = \frac{1}{2}P \quad (5.46)$$

Ligningen indeholder kun to parametre, altså kun én fri. Bemærk imidlertid, at parameteren d i (5.45) også kan vælges frit, men denne størrelse har kun indflydelse på fordeling af lasten mellem de vridende momenter og de bøjende momenter, ikke på bærevnen.

Reaktionerne bestemmes som i de foregående tilfælde ved hjælp af formlerne i afsnit 5.1. Specielt bestemmes søjlereaktionerne ved hjælp af (5.11) og (5.14). Man finder

$$S_A = S_D = \frac{1}{4}P k \ell - \frac{1}{2}m_3 \frac{\ell}{k} \quad (5.47)$$

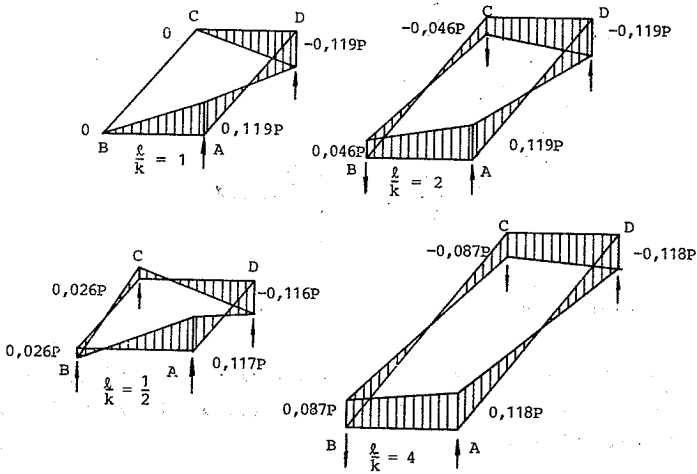
idet (5.46) er benyttet. Dette resultat findes også umiddelbart af en momentligning for pladen som helhed.



Figur 5.12

stømte i hjørnerne A og D, kan fordelingerne kun benyttes til at afpasse hjørnemomenterne i C og B til den lineærelastiske løsning.

Bemærk, at hjørnemomenterne i C og B kan have begge fortegn afhængigt af ℓ/k .



Figur 5.13 Fordeling af vridende momenter.

$$P = pk\ell.$$

Ligevægtsligningen (5.2) får formen:

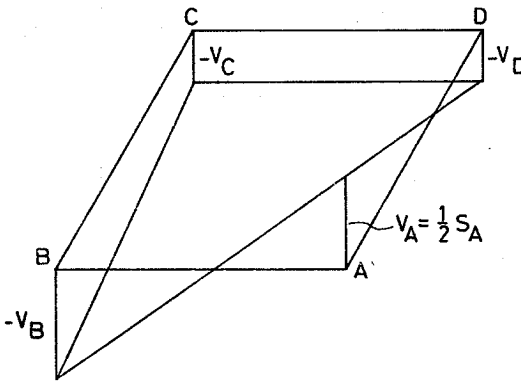
$$\frac{4[a + \frac{1}{2}m_3]}{k^2} + \frac{4[d + \frac{1}{2}m_4]}{l^2} - i = \frac{1}{2}P \quad (5.52)$$

Ligningen indeholder 5 parametre, hvoraf de 4 altså kan vælges frit. Desuden er parameteren g i (5.51) fri.

Reaktionerne bestemmes ved hjælp af formlerne i afsnit 5. Særligt findes søjlereaktionen til

$$S_A = \frac{1}{4}Pk - \frac{1}{2}m_4 \frac{k}{l} - \frac{1}{2}m_3 \frac{l}{k} + 2g \quad (5.53)$$

idet (5.52) er benyttet.



Figur 5.15

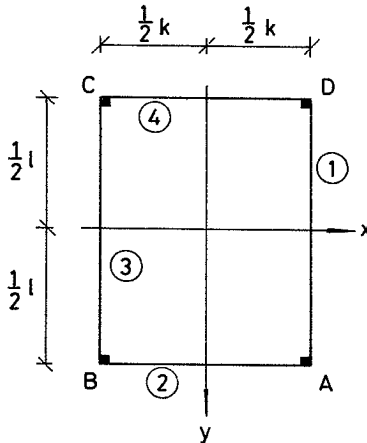
Hvis hjørnemomenterne ønskes benyttet som parametre, se fig. 5.15, fås følgende udtryk for momentfordelingen:

$$\begin{aligned}
 S_A &= \frac{1}{4} p k \ell - \frac{1}{2} m_4 \frac{k}{\ell} - \frac{1}{2} m_3 \frac{\ell}{k} + 2g \\
 S_B &= 2V_B \\
 S_C &= -2V_C \\
 S_D &= 2V_D
 \end{aligned}
 \tag{5.57}$$

For at kunne begrænse afvigelserne fra den lineærelastiske løsning er fordelingen af de vridende momenter efter den lineærelastiske løsning skitseret i fig.5.16 for en simpelt understøttet plade. Bemærk, at hjørnereaktionerne S_B og S_D i alle tilfældene er opadrettet, og S_C er nedadrettet. Der er altså negative momenter i nærheden af C. Bemærk også, at værdien af S_A i det lineærelastiske område svarer omtrent til, at $g=0$. Det er derfor naturligt også i de plastiske løsninger at sætte $g=0$.

5.7 Plade understøttet på fire søjler

Den i fig.5.1.7 viste plade har jævnt fordelt belastning p og er understøttet på fire søjler.



Figur 5.17

I dette tilfælde skal (5.3) og (5.10) tilfredsstilles med højresiderne lig med nul. Desuden skal (5.2) tilfredsstilles. Der vælges en antisymmetrisk fordeling af de vridende momenter, hvorved $g = h = m = 0$.

Momentfordelingen bliver herved entydigt bestemt til

$$\begin{aligned}
 m_x &= \frac{1}{8} p k^2 \left(1 - \left(\frac{x}{\frac{1}{2}k} \right)^2 \right) \\
 m_y &= \frac{1}{8} p l^2 \left(1 - \left(\frac{y}{\frac{1}{2}l} \right)^2 \right) \\
 m_{xy} &= \frac{1}{2} p x y
 \end{aligned}
 \tag{5.58}$$

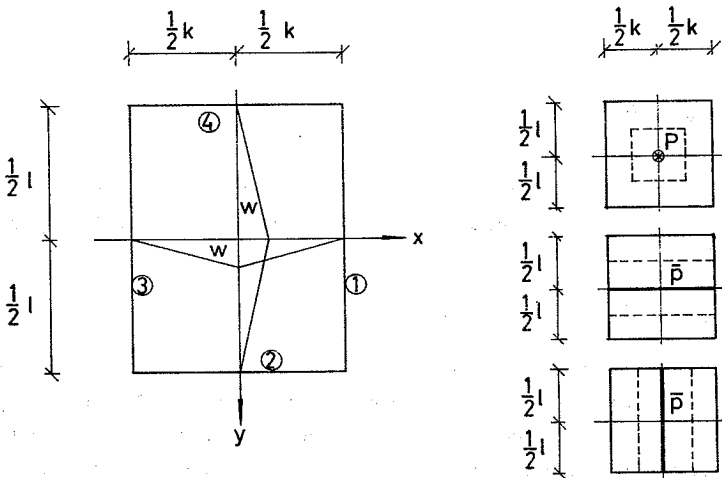
Søjlereaktioner findes ved hjælp af (5.11) - (5.14), der giver

6. PLADER MED VILKÅRLIG BELASTNING

6.1 Små ekstrabelastninger foruden jævnt fordelt last

Hvis en jævnt fordelt belastning overlejres med andre mindre belastninger, kan disse med tilstrækkelig nøjagtighed behandles som et tillæg til den jævnt fordelte last.

Den til en given belastning svarende jævnt fordelte last kan mest rationelt bestemmes ved at benytte, at ligevægtsligningen (2.4) for en rektangulær pladedel kan udledes ved hjælp af arbejdsligningen svarende til f.eks. en flytningstilstand, hvor pladedelen deformerer sig til en hyperbolsk paraboloid, hvor randene ingen flytning får, og hvor plademidten får flytningen w . En jævnt fordelt last p udfører i så fald arbejdet $\frac{1}{4}pwk\ell$. En til en given last ækvivalent jævnt fordelt last kan herefter bestemmes ved at



Figur 6.1

kræve, at den givne lasts arbejde skal være lig med det arbejde, som udføres af den ækvivalente jævnt fordelte last.

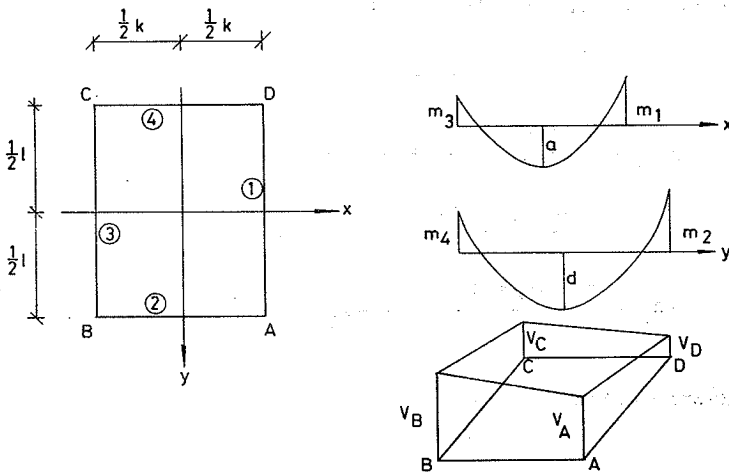
Da tillægsbelastningen er forudsat lille, kan de samme udtryk benyttes også i tilfælde, hvor det drejer sig om faste belastninger uanset deres placering, uden at fejlen får nogen større betydning.

6.2 Vilkaarlige belastninger

De fleste, mere komplicerede belastninger vil kunne behandles som en kontinuerlig belastning med stykkevis konstant belastningsintensitet over rektangulære delfelter. Belastningsintensiteten kan altså variere fra felt til felt.

En belastning bestående af én eller flere enkeltkræfter kan behandles som en belastning af ovennævnte type, idet momentfordelingen i afsnit 4.1 benyttes til at fordele en enkeltkraft ud over et rektangulært delfelt med midtpunkt i enkeltkraftens angrebepunkt. Den på basis af forudsætningen om konstant belastningsintensitet fundne momentfordeling må da naturligvis overlejres med momentfordelingerne, der skal til at fordele enkeltkræfterne ud over de respektive felter.

For hvert felt vil det i dette tilfælde være simplest at benytte hjørneværdierne til at karakterisere de vridende momenter. De bøjende momenter karakteriseres som tidligere ved værdierne langs feltets rande og i feltets midtlinier parallelle med randene.



Figur 6.2

$$\begin{aligned}
 S_A &= 2 V_A \\
 S_B &= -2 V_B \\
 S_C &= 2 V_C \\
 S_D &= -2 V_D
 \end{aligned}
 \tag{6.15}$$

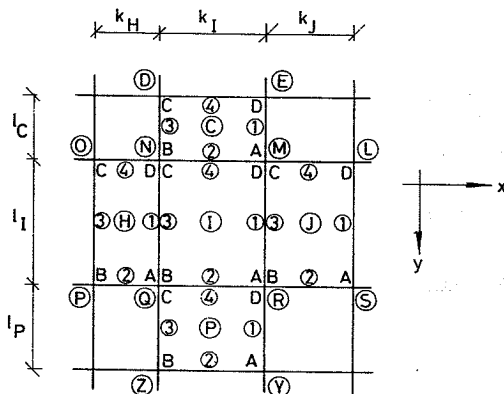
Fortegnsregning for randlastene og hjørnereaktionerne er stadig som vist i fig. 5.1 .

Ligevægtsligningen for elementet (5.2) bliver

$$\frac{4[a + \frac{1}{2}(m_1 + m_3)]}{k^2} + \frac{4[d + \frac{1}{2}(m_2 + m_4)]}{\ell^2} + \frac{V_B - V_A + V_D - V_C}{k\ell} = \frac{1}{2} P \tag{6.16}$$

For en plade opdelt i rektangulære elementer af vilkårlig størrelse og med vilkårlig belastningsintensitet bliver de statiske betingelser dels (6.16) for hvert element, dels betingelserne, at randlastene og de bøjende momenter langs tilstødende elementrande stemmer overens, og endelig at randlaste og hjørnereaktioner langs den givne plades rand stemmer med de givne belastninger. De vridende momenter langs tilstødende elementrande vil automatisk stemme overens, når hjørneværdierne benyttes som parametre.

Betragtes eksempelvis et element I, se fig. 6.3 , bliver ligevægts-



Figur 6.3

$$\begin{aligned}
 \frac{-4a_I - 3m_{1I} - m_{3I}}{K_I} &= \frac{4a_J + m_{1J} + 3m_{3J}}{K_J} \\
 \frac{-4a_H - 3m_{1H} - m_{3H}}{k_H} &= \frac{4a_I + m_{1I} + 3m_{3I}}{k_I} \\
 \frac{-4d_C - 3m_{2C} - m_{4C}}{l_C} &= \frac{4d_I + m_{2I} + 3m_{4I}}{l_I} \\
 \frac{-4d_I - 3m_{2I} - m_{4I}}{l_I} &= \frac{4d_P + m_{2P} + 3m_{4P}}{l_P}
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

I det endelige ligningssystem, der opstilles, indføres naturligvis de bøjende momenter efter den globale nummerering af elementrandene og ikke den lokale. Desuden indføres hjørneværdierne af de vridende momenter navngivet efter den globale knudenummerering, dvs. fx

$$V_{AI} = V_{BJ} = \dots = V_R.$$

Ligevægtsbetingelserne for element I lyder da

$$\begin{aligned}
 &\frac{4[a_I - \frac{1}{2}(m_{xMR} + m_{xNQ})]}{k_I^2} + \frac{4[d_I - \frac{1}{2}(m_{yQR} + m_{yMN})]}{l_I^2} \\
 &+ \frac{V_Q - V_R + V_M - V_N}{k_I l_I} = \frac{1}{2} P_I
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

To typiske kontinuitetsbetingelser i (6.20) lyder

$$\frac{-4a_I + 3m_{xMR} + m_{xNQ}}{k_I} = \frac{4a_J - m_{xLS} - 3m_{xMR}}{k_J} \tag{6.22}$$

$$\frac{-4d_C + 3m_{yMN} + m_{yDE}}{l_C} = \frac{4d_I - m_{yQR} - 3m_{yMN}}{l_I} \tag{6.23}$$

For simpelt understøttede og indspændte rande opstilles betingelser for K-størrelserne naturligvis ikke. Hvis det bøjende moment langs en rand er givet, indføres denne værdi i ligningerne; hvis

7. PLADEKONSTRUKTIONER SAMMENSAT AF REKTANGULÆRE PLADEFELTER

Ved beregning af pladekonstruktioner sammensat af flere rektangulære pladefelter må der ved beregningen tages hensyn til, at ikke alle felter behøver at være belastet med totallast samtidigt.

Den simpleste måde at tage hensyn til dette på er at beregne hvert enkelt felt for følgende lasttilfælde:

- 1) Totallast, idet der langs de indspændte rande regnes med de valgte indspændingsmomenter,
- 2) Bunden last alene, idet der langs de indspændte rande regnes med de samme indspændingsmomenter som under 1).

Når hvert enkelt pladefelt dimensioneres på denne måde, ses det, at enhver kombination af totallast og bunden last kan optages. Beregningsmetoden svarer til den, der sædvanligvis benyttes ved beregning af kontinuerlige bjælker efter plasticitetsteorien (delvis indspænding).

$$2) \quad m_x < -|m_{xy}| \quad (8.1)$$

$$m_{fx} = 0 \quad m_{fy} = m_y + \frac{m_{xy}^2}{|m_x|}$$

$$2a) \quad m_y \leq |m_{xy}| : \text{ som 1a)}$$

$$2b) \quad m_y > |m_{xy}| : \text{ som 1b)}$$

Hvis $m_x > m_y$, gælder de samme formler, blot ombyttes x og y .

Hvis armeringen i den ene retning er kendt, f_x fordi armeringen ønskes holdt konstant i en del eller i hele pladen, eller hvis man af andre grunde ønsker at afvige fra den optimale armering i det enkelte punkt, kan man med fordel benytte følgende alternative formelsæt:

$$\begin{aligned} m_{fx} &= m_x + \gamma |m_{xy}| & m_{fy} &= m_y + \frac{1}{\gamma} |m_{xy}| \\ m'_{fx} &= -m_x + \gamma' |m_{xy}| & m'_{fy} &= -m_y + \frac{1}{\gamma'} |m_{xy}| \end{aligned} \quad (8.2)$$

Her er γ og γ' positive tal, som teoretisk set kan vælges frit. De bør dog ikke afvige for meget fra de værdier, der giver optimal armering i det enkelte punkt. γ og γ' behøver ikke at være ens i hvert enkelt punkt.

Armeringen kan således bestemmes ved at optegne kurver af typen vist i figur 8.1 langs et passende antal linier parallelt med henholdsvis x - og y -aksen.

I praksis sættes ofte $\gamma = \gamma' = 1$, hvorved de bestemmende værdier af m_{fx} , m'_{fx} , m_{fy} og m'_{fy} hurtigt kan findes.

Man kan naturligvis også udregne de bøjende og vridende momenter i et tilpas fint net og ved hjælp af (8.1) bestemme den nødvendige armering i netpunkterne.

Ved bestemmelse af den nødvendige udstrækning af armering, der ikke føres igennem hele pladen, kan man naturligvis udnytte, at en armeringsstang kan optage en kraft, der langs forankringslængden

spændt plade. Tænkes de vridende momenter - i stedet for at være fordelt som f_x på fig.5.2 helt ud til randene - at aftage retliniet til nul langs nogle smalle randstrimler l_0 som skitseret i fig.8.2, kan et korrigeret momentfelt findes ved superposition af en række belastningstilfælde på følgende måde:

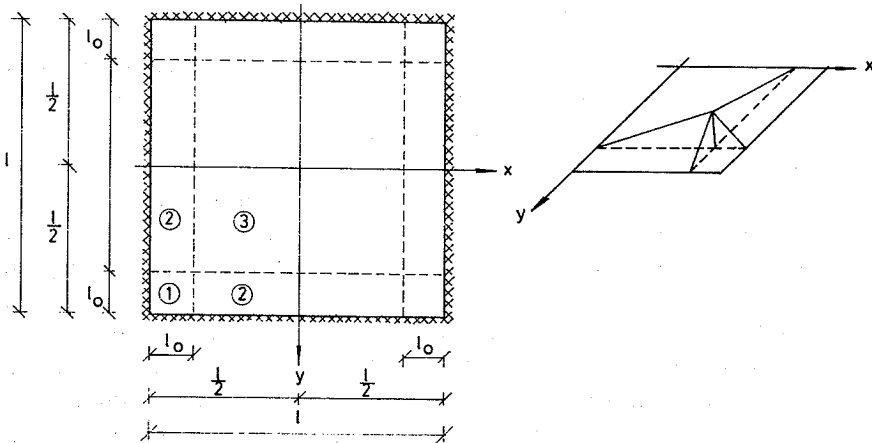
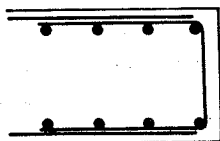


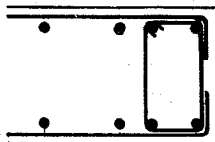
Fig.8.2

- 1) Lasten svarende til det korrigerede momentfelt udregnes. Denne vil være uændret, jævnt fordelt og nedadrettet i felterne af type 3, opadrettet, jævnt fordelt i felterne af type 2 og nedadrettet, jævnt fordelt i felterne af type 1,
- 2) Det under 1) fundne momentfelt overlejres med momentfeltet svarende til laste lig med, men modsat rettet de under 1) fundne i felterne 1 og 2. Momenterne kan tænkes bestemt ved hjælp af strimmelmetoden. Lasten i felterne 1, der tænkes båret med halvdelen i hver retning, føres først ud som en jævnt fordelt last over strimlerne l_0 i hele deres længde,

til underside langs randene. Eventuelt kan der indlægges U-bøjler, som stødes med overside- og undersidearmeringen som vist i fig.8.3. Endelig kan randen naturligvis forskydningsarmeres som en bjælke med lukkede bøjler som vist i fig.8.4.



Figur 8.3



Figur 8.4

De nævnte randstrimler af bredden $1/10$ af den korte spændvidde kan også benyttes til kontrol af forskydningsspændingerne på grund af de koncentrerede hjørnereaktioner ved simpelt understøttede eller indspændte rande. En koncentreret hjørnereaktion regnes altså fordelt over et areal lig med $2 \cdot 1/10 = 1/5$ af den korte spændvidde gange pladetykkelsen. Her vil det normalt ikke være nødvendigt med en særlig randarmering, idet forskydningsspændingerne i reglen vil kunne holdes under, hvad betonen alene kan regnes at optage.

LITTERATURHENVISNINGER

- [1] Prager, W.:
The General Theory of Limit Design. Proc. 8th Int.Congr.
Theor.App.Mech., Istanbul 1952, Vol.II, pp.65-72.
- [2] Wood, R.H.:
Studies in Composite Construction, Part II. National
Building Studies, Research Paper, No.22, London 1955.
- [3] Nielsen, M.P.:
Limit Analysis of Reinforced Concrete Slabs. Acta Poly-
technica Scandinavica, Ci 26, Copenhagen 1964.
- [4] Nielsen, M.P.:
En tilnærmelsesformel for den rektangulære plade.
København 1964. Ikke publiceret.
- [5] Nielsen, M.P. og Finn Bach:
A class of lower bound solutions for rectangular slabs.
Bygningsstatistiske Meddelelser, Vol.50, No.3, 1979, pp.
43-58.
- [6] Jesper Jensen, Jens Rasmussen, Finn Bach og M.P.Nielsen:
Forsøg med vridning og gennemlokning af jernbetonplader.
Afdelingen for Bærende Konstruktioner, Danmarks tekniske
Højskole, Lyngby, 1980.
- [7] Hillerborg, A.:
Jämnviktsteori för armerade betongplattor. Betong, Vol.
41, nr.4, 1956, pp.171-181.
- [8] Hillerborg, A.:
Strimlemetoden. Stockholm 1959.
- [9] Hillerborg, Arne:
Strimlemetoden, Stockholm 1974.
- [10] Johansen, K.W.:
Brudlinieteorier, København 1943.
- [11] Johansen, K.W.:
Pladeformler, København 1949, 3.udg., 2.oplag 1977.
- [12] Nielsen, N.P.:
Om jernbetonskivers styrke. København 1969.

- R 113. MADSEN, HENRIK OVERGAARD: Load models and load combinations. 1979.
- R 114. RIBERHOLT, H. and P. HAUGE MADSEN: Strength distribution of timber structures. Measured variation of the cross sectional strength of structural lumber. 1979.
- R 115. PEDERSEN, MAX ELGAARD: En generel beregningsmetode for betontvarsnit. 1980.
- R 116. PEDERSEN, MAX ELGAARD: Kipstabilitet af armerede betonbjælker. 1980.
- R 117. BRYDER, KAJ L.: Optimeringsmetoder for 2-dimensionale legeringer af ideal-plastisk materiale. 1980.
- R 118. DUKOW, EWTIM N.: Optimale Projektierung von vorgespannten Brückenträgern. 1980.
- R 119. PEDERSEN, HENNING: Optimering af jernbetonplader. 1980.
- R 120. BACH, FINN, M.P. NIELSEN and M.W. BRÆSTRUP: Shear tests on reinforced concrete T-beams. Series V, U, X, B and S. 1980.
- R 121. Resumeoversigt 1979. Summaries of papers 1979. 1980.
- R 122. NIELSEN, J.Aa., F. JOHNSEN og N.J. GIMSING: Trykkede pladefelters bæreevne. 1980.
- R 123. KRAGERUP, JAN: Undersøgelse af stålnormens metoder til bestemmelse af bæreevnen af geometrisk imperfekte stålsøjler. 1980.
- R 124. HANSEN, SVEND OLE: Vindbelastede skorstene. 1. del. Matematiske modeller. 1980.
- R 125. HANSEN, SVEND OLE: Vindbelastede skorstene. 2. del. Stignæs skorstenen. 1980.
- R 126. GIMSING, NIELS J.: Four papers on cable supported bridges. 1980.
- R 127. SVENSSON, SVEN EILIF og JAN KRAGERUP: Interaktiv bæreevne af sammensatte søjler. 1980.
- R 128. GIMSING, NIELS J. og JØRGEN GIMSING: Analysis of erection procedures for bridges with combined cable systems. Cable net bridge concept. 1981.
- R 129. ROSTAM, STEEN og EIGIL STEEN PEDERSEN: Partially prestressed concrete bridges. Danish experience. 1981.
- R 130. BRØNDUM-NIELSEN, TROELS: Stress analysis of cracked arbitrary concrete section under service load. 1981.
- R 131. Reserveret.
- R 132. Reserveret.
- R 133. Reserveret.
- R 134. ABK's informationsdag 1981. 1981.
- R 135. Resumeoversigt 1980. Summaries of papers 1980. 1981.
- R 136. BACH, FINN og M.P. NIELSEN: Nedreværdiløsninger for jernbetonplader. 1981.
- R 137. RASMUSSEN, JENS, SØREN B. CHRISTENSEN, HANS EXNER og M.P. NIELSEN: Plasticitetsteoretisk analyse af beregningsmetoder for jernbetonbjælkens forskydningsbæreevne. 1981.

Hvis De ikke allerede modtager Afdelingens resumeoversigt ved udgivelsen, kan Afdelingen tilbyde at tilsende næste års resumeoversigt, når den udgives, dersom De udfylder og returnerer nedenstående kupon.

Returneres til
Afdelingen for Bærende Konstruktioner
Danmarks tekniske Højskole
Bygning 118
2800 Lyngby

Fremtidig tilsendelse af resumeoversigter udbedes af
(bedes udfyldt med blokbogstaver):

Stilling og navn:

Adresse:

Postnr. og -distrikt:

The Department has pleasure in offering to send you a next year's list of summaries, free of charge. If you do not already receive it upon publication, kindly complete and return the coupon below.

To be returned to:
Department of Structural Engineering
Technical University of Denmark
Building 118
DK-2800 Lyngby, Denmark.

The undersigned wishes to receive the Department's
List of Summaries:
(Please complete in block letters)

Title and name

Address.....

Postal No. and district.....

Country.....