



Afdelingen for Bærende Konstruktioner
Department of Structural Engineering
Danmarks Tekniske Højskole · Technical University of Denmark

Plasticitetsteoretisk Analyse af Beregningsmetoder for Jernbetonbjælkers Forskydningsbæreevne

Jens Rasmussen
Søren B. Christensen
Hans Exner
M. P. Nielsen

Serie R

No 137

1984

PLASTICITETSTEORETISK ANALYSE AF
BEREGNINGSMETODER
FOR
JERNBETONBJÆLKERS FORSKYDNINGSBÆREEVNE

Jens Rasmussen
Søren B.Christensen
Hans Exner
M.P.Nielsen

**Plasticitetsteoretisk Analyse af Beregningsmetoder for Jernbeton-
bjælkens Forskydningsbæreevne**

Copyright © by Jens Rasmussen, Søren B. Christensen, Hans Exner
og M.P. Nielsen 1984

Tryk:

Afdelingen for Bærende Konstruktioner

Danmarks Tekniske Højskole

Lyngby

ISBN 87-87336-21-9

Resumé

Den nedreværdiløsning, der ligger til grund for diagonaltrykmetoden forudsætter, at bjælken inddeles i lige store intervaller, i hvilke betontrykket regnes at have samme hældning. Det er en nærliggende tanke at arbejde med intervaller af forskellig længde og i de enkelte intervaller regne med den betontrykhældning, der fuldt ud udnytter betonens effektive trykstyrke.

I rapporten eftervises ved øvreværdibereregning, at bjælken dimensioneret efter diagonaltrykmetoden med variabel betontrykhældning både med og uden revneviddekriterium giver tilfredsstillende resultater for bæreevnen.

Undersøgelsen omfatter bjælker med lodrette og skrå bøjler, afkortet og uafkortet længdearmering samt slap såvel som forspændt længdearmering.

Der foretages desuden en øvreværdimæssig sammenligning af bæreevnen for bjælker dimensioneret efter DS 411 og bjælker dimensioneret efter diagonaltrykmetoden.

Endelig sammenlignes de 2 beregningsmetoder økonomisk ud fra, hvor meget forskydningsarmering der kræves.

Summary

A plastic analysis of design methods for the shear capacity of a reinforced concrete beam

The lower bound solution used in the standard formulation of the diagonal compression field theory assumes, that the beam is subdivided into a number of equal intervals. In these intervals the inclination of the compressive stress of the concrete is supposed to be the same. It is an obvious thought to deal with intervals of different lengths and with different inclinations of the compressive stress of the concrete determined in such a way that the compression strength of the concrete is fully utilized.

By the means of an upper bound solution we show that beams, which are designed by the diagonal compression field theory, with variable inclination of the compressive stress, have satisfactory maximum shear capacity.

The investigation deals up with beams with transverse and inclined stirrups, cut off and constant longitudinal reinforcement and prestressed and unprestressed beams. Beams designed by the diagonal compression field theory and the Danish Code of Practice, DS 411, are compared with relation to the maximum shear capacity and the economy (the amount of shear reinforcement).

Indholdsfortegnelse	Side
Notation	4
1. Indledning	5
2. Sammenligning mellem DS 411 og nedreværdiløsningen	15
3. Beskrivelse af øvreværdiundersøgelsen	23
4. Enkeltkraft tæt ved understøtning	26
a) DS 411 sammenlignet med øvreværdiløsningen	26
b) Bøjlearmeringsmængde	30
5. Sammenligning af bæreevnen ved dimensionering efter de forskellige metoder	32
6. Indirekte understøtning	49
7. Konklusion	55
Litteraturliste	56

Notation

b	:	kroppbredde
C	:	træk- eller trykkraft i bjælkeoverside
h	:	indre momentarm
l	:	bjælkens længde
M	:	bøjende moment
P	:	enkeltkraft
Q	:	forskydningskraft
σ_c	:	regningsmæssig betonstyrke
σ_f	:	bøjlearmeringens regningsmæssige flydespænding
T	:	trækraft i længdearmering i bjælkeunderside

α	:	bøjlearmeringens hældning med bjælkeaksen
θ	:	revnevinkel
κ	:	$\cot \theta$
μ	:	$\cot \alpha$
ν	:	betonens effektivitetsfaktor ($\nu \leq 1$)
σ_b	:	betonspænding
σ_{ck}	:	karakteristisk betontrykstyrke
σ_{fk}	:	karakteristisk armeringstrækstyrke
σ_{tk}	:	karakteristisk betontrækstyrke
τ	:	forskydningsspænding = $Q/b h$
τ'	:	reduceret forskydningsspænding
φ_b	:	geometrisk bøjlearmeringsforhold
Φ	:	mekanisk længdearmeringsforhold
ψ	:	mekanisk bøjlearmeringsforhold

1. Indledning

Ved dimensionering af jernbetonbjælkens forskydningsarmering anvendes i dag hovedsagelig betonnormen DS 411 [73.1], hvis beregningsforskrifter i stor udstrækning er empirisk baseret.

Forskning inden for plasticitetsteorien gennem de seneste år har ført til udvikling af diagonaltrykmotoden, der gør det muligt at foretage dimensioneringen på et sikrere grundlag. I mange tilfælde fører den nye metode også til mere økonomiske konstruktioner. Diagonaltrykmotoden kan kort beskrives som følger:

Betragt en bjælke armeret med længdearmering som langsgående jern i bjælkeunder- og eventuelt bjælkeoverside samt forskydningsarmering bestående af lukkede bøjler omkring længdearmeringen.

Optagelsen af de indre spændinger baseres på den simplificerede antagelse, at træk- og trykzonen i betontværsnittet koncentrerer sig i træk- og trykstringer, hvorimellem forskydningszonen ligger.

I forskydningszonen antages en spændingstilstand i betonen svarende til et enakset tryk under en vis vinkel θ med bjælkeaksen. Hvis betonens trækstyrke negligeres, svarer dette til retliniede revner under en vis vinkel med bjælkeaksen.

Dersom vi lader denne trykhældning være konstant hen igennem bjælken svarende til den værdi, som giver den maksimale udnyttelse af betonen i det hårdest belastede tværsnit, vil vi få en korrekt nedreværdiløsning for bjælken, og dimensionering efter denne vil give os en statisk sikker løsning.

Løsningen med konstant trykhældning hen igennem hele bjælken viser sig at give et temmelig stort bæreevneoverskud, dersom den sammenlignes med en øvre værdianalyse.

I det følgende søges formuleret en tilnærmet nedreværdimotode, der giver bedre overensstemmelse med øvre værdiløsningen. Man kunne tænke sig at opnå dette ved at anvende mere komplicerede spændingsfordelinger i forskydningszonen; men dette ville sandsynligvis føre til metoder, der er for komplicerede i praksis. Der er derfor forsøgt en anden vej.

Deler vi bjælken op i en række intervaller med en nærmere fastlagt længde, og anvender vi inden for hvert af disse intervaller en tryk-

hældning, som giver fuld udnyttelse af betonstyrken, fås - som det vil blive vist - meget fin overensstemmelse med øvreværdianalysen. Trykhældningen vil herved komme til at variere fra delinterval til delinterval, hvorved der ikke længere bliver tale om en eksakt nedreværdiløsning. I hvert snit, som skiller de enkelte intervaller, får vi nogle spændingsdiskontinuiteter, der ikke tages højde for.

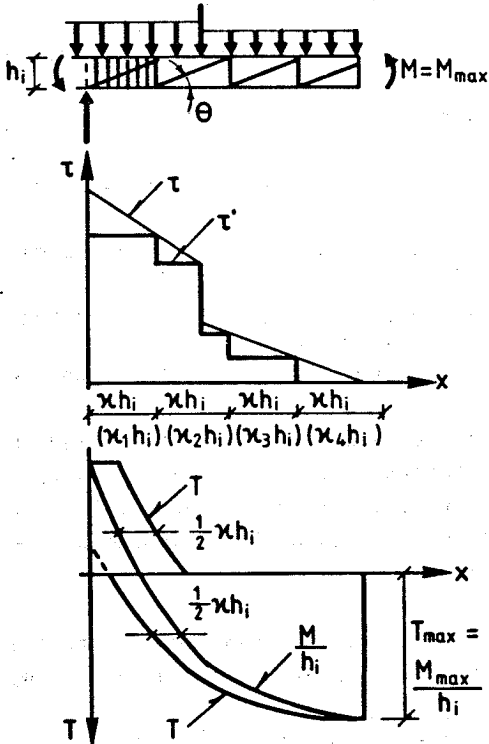
Ved dimensioneringen benyttes en stringermodel med følgende forudsætninger:

1. Armeringsstålet er stift, idealplastisk og kan kun optage normalspændinger i sin længderetning. Flydespænding i træk og tryk er σ_f .
2. Betonen er et stift, ideal plastisk materiale med den modificerede Coulomb'ske brudhypotese som flydebetingelse, idet betonen ikke regnes at kunne optage trækspændinger. Deformationerne styres af den associerede flydelov.
3. Spændingstilstanden i bjælken er plan, hvilket betyder, at armeringen må regnes jævnt fordelt over bjælkens bredde.

På de følgende sider er i oversigtsskemaer opstillet beregningsforskrifter for diagonaltrykmetoden for forskellige tilfælde, se iverdigt [80.2].

Oversigtsskema 1

Forskydningsarmering, lodrette bøjler



$$\kappa = \cot \theta$$

φ : bøjlearmeringsprocent

s_f : bøjlearmeringens regningsmæssige flyde-spænding

$$\tau = \frac{Q}{bh_i}$$

Q : forskydningskraft

M : bøjende moment

b : kropbredde

h_i : indre momentarm ved maksimale moment M_{max}

T : trækraft i længde-armering

τ' : reduceret forskydningsspænding, se figur

s_c : regningsmæssig beton-trykstyrke

σ_{ck} : karakteristisk beton-trykstyrke

$$\varphi s_f = \frac{\tau'}{\kappa}$$

$$\sigma_b = \tau \left(\kappa + \frac{1}{\kappa} \right) \leq v s_c$$

$$v = 0,7 - \frac{\sigma_{ck}}{200}, \quad \sigma_{ck} < 60 \text{ MPa}$$

$$1 \leq \kappa \leq \begin{cases} 2,5 & \text{for bjælker med konstant længdearmering} \\ 2,0 & \text{for bjælker med afkortet længdearmering} \end{cases}$$

Bemærkninger

- 1) Vedrørende afkortning af længdearmering, se [75.1], § 7.6.
- 2) I bjælker belastet langs undersiden anordnes en speciel op-hængningsarmering til at føre lasten op til overside.
- 3) I miljøklasse A bør benyttes bøjler af forkammet armering eller skrå bøjler.
- 4) DS 411's regler vedrørende minimumsbøjlearmering, se § 7.4.1, bør benyttes.
- 5) DS 411's regler vedrørende maksimale bøjleafstande, se § 6.2.4.1, bør benyttes.
- 6) DS 411's regler vedrørende tværarmering ved forankringer og stød, se § 7.2.4, bør benyttes.
- 7) Ved simple understøtninger forankres trækarmingen for kraften $1/2 R\kappa$, hvor R er reaktionen.
Vedrørende eksempler på dimensionering af vederlagszonen, se [75.1], se § 7.7.
- 8) Der kan regnes med forskellige κ -værdier i de forskellige intervaller κh_i , når blot betingelsen $\sigma_b = \tau(\kappa + 1/\kappa) \leq v s_c$ er opfyldt. Den største κ -værdi, der under hensyn til denne betingelse kan regnes med, findes ved at løse ligningen $\sigma_b = v s_c$.
Man finder derved betingelserne

$$1 \leq \kappa \leq \begin{cases} 2,5 & \text{for bjælker med konstant længdearmering} \\ 2,0 & \text{for bjælker med afkortet længdearmering} \\ \frac{1}{2} \frac{v s_c}{\tau} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\frac{1}{2} v s_c} \right)^2} \right] & (\tau \leq \frac{1}{2} v s_c) \end{cases}$$

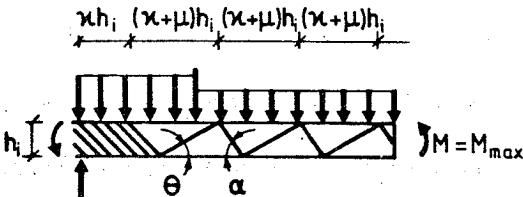
På hver delstrækning indsættes den maksimale værdi af τ . Længdearmeringen i bjælkeunder- og overside bestemmes ved hhv.

$$T = \frac{M}{h_i} + \frac{1}{2} Q \kappa \quad \text{og} \quad C = \frac{M}{h_i} - \frac{1}{2} Q \kappa$$

I omegnen af punkter med spring i κ regnes med indhyllingskurven til den herved bestemte T-kurve.

Øversigtsskema 2

Forskydningsarmering, skrå bøjler



$$\kappa = \cot \theta$$

$$\mu = \cot \alpha$$

φ : bøjlearmeringsprocent i snit vinkelret på bøjlerne målt langs overside

s_f : bøjlearmeringens regningsmæssige flyde-spænding

$$\tau = \frac{Q}{bh_i}$$

Q : forskydningskraft

M : bøjende moment

b : kropbredde

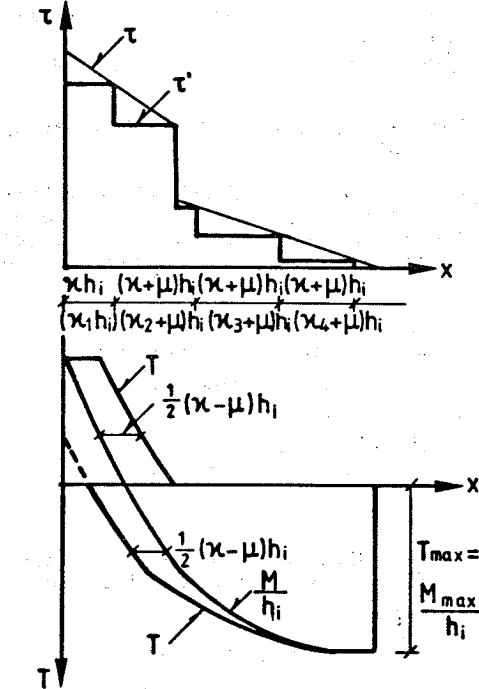
h_i : indre momentarm ved maksimale moment M_{max}

T : trækraft i længde-armering

τ' : reduceret forskydnings-spænding, se figur

s_c : regningsmæssig beton-trykstyrke

σ_{ck} : karakteristisk beton-trykstyrke



$$\varphi s_f = \frac{\tau' (1 + \mu^2)}{\kappa + \mu}$$

$$\sigma_b = \frac{\tau (1 + \kappa^2)}{\kappa + \mu} \leq v s_c$$

$$v = 0,7 - \frac{\sigma_{ck}}{200} \quad , \quad \sigma_{ck} < 60 \text{ MPa}$$

$$1 \leq \kappa \leq \begin{cases} 2,5 & \text{for bjælker med konstant længdearmering} \\ 2,0 & \text{for bjælker med afkortet længdearmering} \end{cases} \quad 0 \leq \mu \leq 1$$

Bemærkninger

- 1) Vedrørende afkortning af længdearmering, se [75.1], § 7.6
- 2) DS 411's regler vedrørende minimumsbøjlearmering, se § 7.4.1, bør benyttes
- 3) DS 411's regler vedrørende maksimale bøjleafstande, se § 6.2.4.1, bør benyttes
- 4) DS 411's regler vedrørende tværarmering ved forankringer og stød, se § 7.2.4, bør benyttes
- 5) Ved simple understøtninger forankres længdearmeringen for kraften $1/2 R(\kappa-\mu)$, hvor R er reaktionen
Vedrørende eksempler på dimensionering af vederlagszonen, se [75.1], § 7.7
- 6) Den til τ' -kurven hørende bøjlearmering refererer til bøjlearmeringsprocenten langs bjælkens overside
- 7) Der kan regnes med forskellige κ -værdier i de forskellige intervaller, når blot betingelsen $\sigma_b = \tau(1+\mu^2)/(\kappa+\mu) \leq v s_c$ er opfyldt. Den største κ -værdi, der under hensyn til denne betingelse kan regnes med, findes ved løsning af ligningen $\sigma_b = v s_c$. Man får herved betingelserne

$$1 \leq \kappa \leq \begin{cases} 2,5 & \text{for bjælker med konstant længdearmering} \\ 2,0 & \text{for bjælker med afkortet længdearmering} \end{cases} \quad \begin{matrix} 0 \leq \mu \leq 1 \\ \tau \leq \frac{1+\mu}{2} v s_c \end{matrix}$$

$$\frac{1}{2} \frac{v s_c}{\tau} \left[1 + \sqrt{1 - \left(1 - \frac{v s_c}{\tau} \mu\right) \left(\frac{\tau}{\frac{1}{2} v s_c}\right)^2} \right]$$

På hver delstrækning indsættes den maksimale værdi af τ . Længdearmeringen i bjælkeunder- og overside bestemmes ved henholdsvis

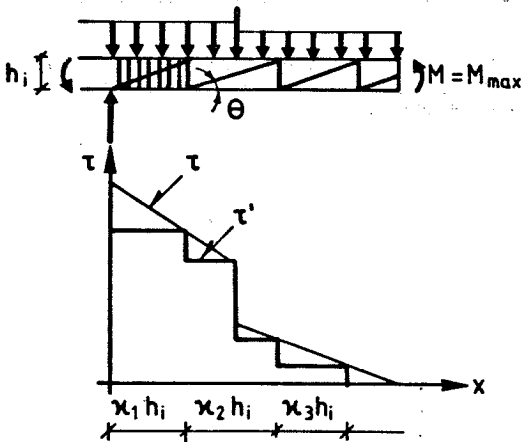
$$T = \frac{M}{h_i} + \frac{1}{2} Q(\kappa-\mu) \quad \text{og} \quad C = \frac{M}{h_i} - \frac{1}{2} Q(\kappa-\mu)$$

I omegnen af punkter med spring i κ regnes med indhyllingskurven til den herved bestemte T-kurve.

Øversigtsskema 3

Spændbetonbjælker, revnefri for brugslast, gennemgående længdearmering

Forskydningsarmering, lodrette bøjler



$$\kappa = \cot \theta$$

φ : bøjlearmeringsprocent

s_f : bøjlearmeringens regningsmæssige flydespænding

$$\tau = \frac{Q}{bh_i}$$

Q : forskydningskraft

M : bøjende moment

b : kropbredde

h_i : indre momentarm ved maksimale moment M_{\max}

τ' : reduceret forskydningspænding, se figur

s_c : regningsmæssig betontrykstyrke

σ_{ck} : karakteristisk betontrykstyrke

$$\varphi s_f = \frac{\tau'}{\kappa}$$

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{v s_c}{\tau} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\frac{1}{2} v s_c} \right)^2} \right]$$

$$\tau \leq \frac{1}{2} v s_c$$

κ bestemmes på hver delstrækning ud fra den maksimale værdi af τ på den pågældende strækning.

$$v = 0,7 - \frac{\sigma_{ck}}{200} \quad , \quad \sigma_{ck} < 60 \text{ MPa}$$

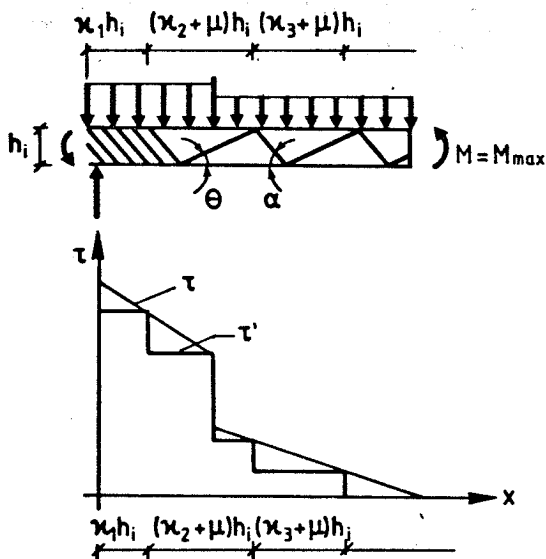
Bemærkninger

- 1) I bjælker belastet langs undersiden anordnes en speciel ophængningsarmering til at føre lasten op til overside.
- 2) I miljøklasse A bør benyttes bøjler af forkammet armering eller skrå bøjler.
- 3) DS 411's regler vedrørende minimumsbøjlearmering, se § 7.4.1, bør benyttes.
- 4) DS 411's regler vedrørende maksimale bøjleafstande, se § 6.2.4.1, bør benyttes.
- 5) Ovenstående beregningsmetode kan også benyttes på slapt armerede bjælker, hvis der ikke stilles krav til begrænsning af revnevidderne for brugslasten.
- 6) Ved simple understøtninger bør armeringen forankres for en kraft $1/2 R_k$, hvor R er reaktionen, og hvor k indsættes som k -værdien i faget nærmest understøtningen.

Øversigtsskema 4

Spændbetonbjælker, revnefri for brugslast, gennemgående længde-
armering

Forskydningsarmering, skrå bøjler



$$\kappa = \cot \theta$$

$$\mu = \cot \alpha$$

φ : bøjlearmerings-
procent i snit vin-
kelret på bøjlerne
målt langs overside

s_f : bøjlearmeringens
regningsmæssige
flydespænding

$$\tau = \frac{Q}{bh_i}$$

Q : forskydningskraft

M : bøjende moment

b : kropbredde

h_i : indre momentarm
ved maksimale mo-
ment $M = M_{\max}$

τ' : reduceret forskyd-
ningsspænding, se
figur

s_c : regningsmæssig
betontrykstyrke

σ_{ck} : karakteristisk
betontrykstyrke

$$\varphi s_f = \frac{\tau' (1 + \mu^2)}{\kappa + \mu}$$

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{v s_c}{\tau} \left[1 + \sqrt{1 - \left(1 - \frac{v s_c}{\tau} \mu\right) \left(\frac{\tau}{\frac{1}{2} v s_c}\right)^2} \right] \quad 0 \leq \mu \leq 1$$

$$\tau \leq \frac{1 + \mu}{2} v s_c$$

κ bestemmes på hver delstrækning ud fra den maksimale værdi af τ
på den pågældende strækning.

$$v = 0,7 - \frac{\sigma_{ck}}{200} \quad , \quad \sigma_{ck} < 60 \text{ MPa}$$

Bemærkninger

- 1) DS 411's regler vedrørende minimumsbøjlearmering, se § 7.4.1, bør benyttes.
- 2) DS 411's regler vedrørende maksimale bøjleafstande, se § 6.2.4.1, bør benyttes.
- 3) Ovenstående beregningsmetode kan også benyttes på slapt armerede bjælker, hvis der ikke stilles krav til begrænsning af revneviderne for brugslasten.
- 4) Ved simple understøtninger bør armeringen forankres for en kraft $1/2 R(\kappa-\mu)$, hvor R er reaktionen, og hvor κ indsættes som κ -værdien i faget nærmest understøtningen.

2. Sammenligning mellem DS 411 og nedreværdiløsningen

I dette afsnit sammenlignes forskydningsbæreevnen τ som funktion af bøjlearmeringsforholdet ψ i forskydningszonen for følgende 2 beregningsmetoder:

- DS 411
- Plasticitetsteoriens nedreværdiløsning

Der betragtes en vandret, simpelt understøttet bjælke med koncentreret belastning med 2 typer længdearmering:

- slap armering
- forspændt armering

I beregningerne varieres på den karakteristiske betontrykstyrke:

Slap armering:

$$\sigma_{ck} = 10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ck} = 30 \text{ MPa}$$

Forspændt armering:

$$\sigma_{ck} = 30 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ck} = 40 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ck} = 50 \text{ MPa}$$

Forspændingen udføres således, at der maksimalt kommer en betontrykspænding i undersiden på $\sigma_{us} = 0,7 \sigma_{ck}$. Betonspændingen ved oversiden er $\sigma_{os} = 0$.

Den lodrette komponent af forspændingskraften er lig med 0, idet kablerne forudsættes vandrette.

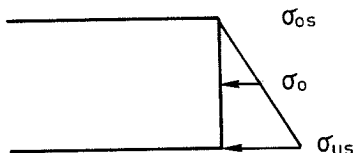


Fig.2.1: Betontrykspænding i opspændingsstadium

Beregningerne foretages for både lodrette og skrå bøjler. For at kunne sammenligne de 2 metoder er regningsmæssige værdier i DS 411 omsat til karakteristiske ved multiplikation med partialkoefficienten $f_b = 1,8$, der gælder for kontrolklasse II og normale belastningskombinationer.

Lodrette bøjler:

a. DS 411

1. Slap armering:

$$\varphi_b \geq \begin{cases} \frac{\tau - \tau_0}{\sigma_{fk}} \\ \varphi_{\min} \end{cases}$$

$$\tau_{\max} \leq \begin{cases} 0,25 \sigma_{ck} \\ 10,80 \text{ MPa} \end{cases}$$

2. Forspændt armering:

$$\varphi_b \geq \begin{cases} \frac{\tau - 0,1 \cdot \sigma_0 - \tau_0}{\sigma_{fk}} \\ \varphi_{\min} \end{cases}$$

$$\tau_{\max} \leq \begin{cases} 0,25 \sigma_{ck} \\ 10,80 \text{ MPa} \end{cases}$$

I formlerne er:

$$\varphi_{\min} = 0,2 \frac{\sigma_{tk}}{\sigma_{fk}}$$

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \sigma_{tk}$$

$$\sigma_0 = 1,8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,7 \cdot \sigma_{ck} = 0,63 \sigma_{ck}$$

b. Nedreværdiløsning

$$\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = \begin{cases} \sqrt{\psi(\nu-\psi)} & \text{for } \psi \leq \frac{\nu}{2} \\ \frac{1}{2} \nu & \text{for } \psi > \frac{\nu}{2} \end{cases}$$

hvor

$$\nu = 0,7 - \frac{\sigma_{ck}}{200}$$

$$\psi = \varphi_b \frac{\sigma_{fk}}{\sigma_{ck}}$$

Skrå bøjler:

Bøjlerne har hældningen α med bjælkeaksen.

a. DS 411

1. Slap armering:

$$\varphi_b \geq \begin{cases} \frac{\tau - \tau_0}{\sigma_{fk} (\cos\alpha + \sin\alpha)} \\ \varphi_{\min} \end{cases}$$

$$\tau_{\max} \leq \begin{cases} 0,35 \sigma_{ck} \\ 12,6 \text{ MPa} \end{cases}$$

2. Forspændt armering:

$$\varphi_b \geq \begin{cases} \frac{\tau - 0,1 \sigma_0 - \tau_0}{\sigma_{fk} (\cos\alpha + \sin\alpha)} \\ \varphi_{\min} \end{cases}$$

$$\tau_{\max} \leq \begin{cases} 0,35 \sigma_{ck} \\ 12,6 \text{ MPa} \end{cases}$$

I DS 411 angives bøjlearmeringsprocenten i et vandret snit. Ved sammenligning med nedreværdiløsningen, hvor bøjlearmeringsprocenten angives i snit vinkelret på bøjlerne, skal normens værdier multipliceres med $1/\sin\alpha$.

b. Nedreværdiløsning

$$\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = \begin{cases} \sqrt{\psi \sin^2 \alpha (\nu - \psi \sin^2 \alpha)} + \psi \cos \alpha \sin \alpha & \text{for } \psi \sin^2 \alpha \leq \frac{1}{2} \nu (1 + \cos \alpha) \\ \frac{1}{2} \nu \cot \frac{\alpha}{2} & \text{for } \psi \sin^2 \alpha > \frac{1}{2} \nu (1 + \cos \alpha) \end{cases}$$

For $\alpha = 45^\circ$:

$$\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{2} \psi (\nu - \frac{1}{2} \psi)} + \frac{1}{2} \psi & \text{for } \psi \leq (1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) \nu \\ 1,207 \nu & \text{for } \psi > (1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) \nu \end{cases}$$

Disse udtryk giver den korrekte nedreværdi for skrå bøjler, men af sikkerhedsmæssige grunde er der indført en øvre grænse for τ/σ_{ck} (se oversigtsskemaerne).

For de forskellige betonstyrker fås:

σ_{ck} MPa	σ_{tk} MPa	τ_0 MPa	σ_0 MPa
10	1,0	0,5	6,3
20	1,4	0,7	12,6
30	1,8	0,9	18,9
40	2,0	1,0	25,2
50	2,2	1,1	31,5

Bæreevneudtrykket efter nedreværdiløsningen er uafhængigt af, om længdearmeringen er forspændt eller ej.

På fig.2.2-13 afbildes bæreevnen τ som funktion af armeringsforholdet i de forskellige tilfælde. Der er tillige angivet normens minimumbøjlearmering. Kurverne vedr. skrå bøjler svarer til $\alpha = 45^\circ$.

Lodrette bøjler, slap armering:

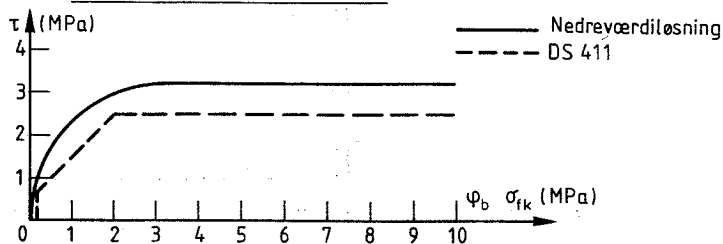


Fig. 2.2: $\sigma_{ck} = 10$ MPa , $\phi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,20$ MPa

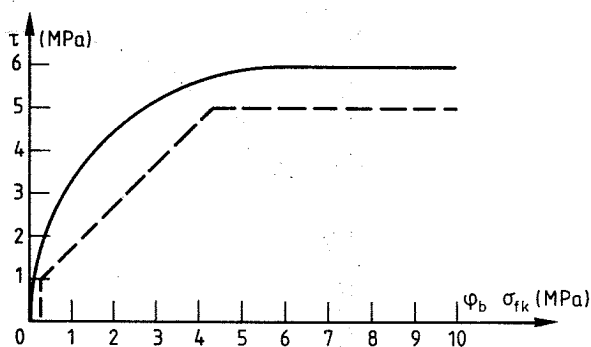


Fig. 2.3: $\sigma_{ck} = 20$ MPa , $\phi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,28$ MPa

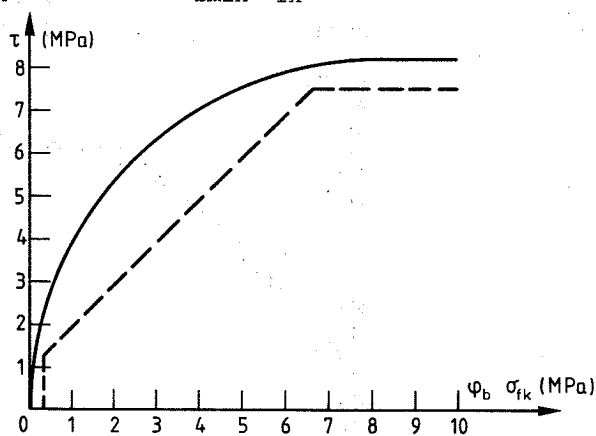


Fig. 2.4: $\sigma_{ck} = 30$ MPa , $\phi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,36$ MPa

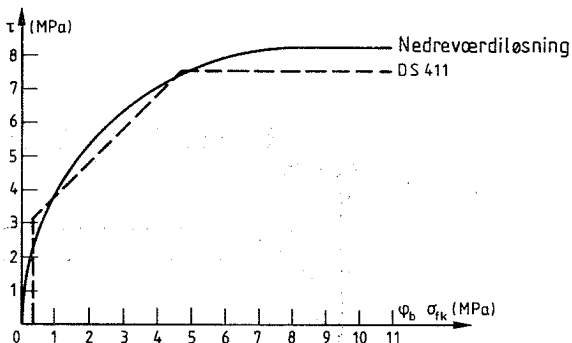


Fig. 2.5: $\sigma_{ck} = 30$ MPa , $\phi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,36$ MPa

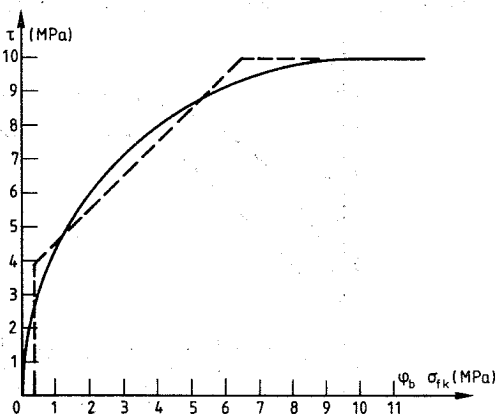


Fig. 2.6: $\sigma_{ck} = 40$ MPa , $\phi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,40$ MPa

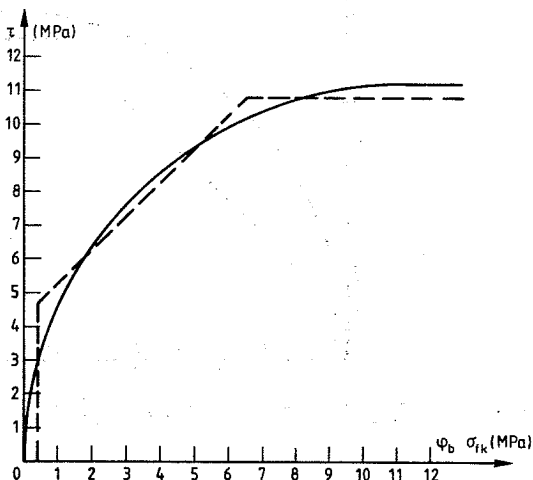


Fig. 2.7: $\sigma_{ck} = 50$ MPa , $\phi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,45$ MPa

Skrå bøjler, slap armering:

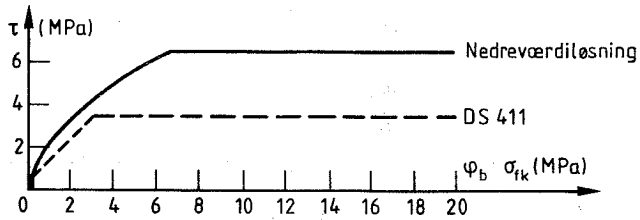


Fig. 2.8: $\sigma_{ck} = 10 \text{ MPa}$, $\varphi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,20 \text{ MPa}$

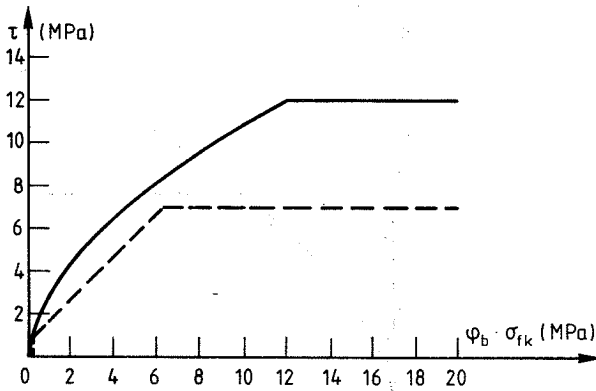


Fig. 2.9: $\sigma_{ck} = 20 \text{ MPa}$, $\varphi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,28 \text{ MPa}$

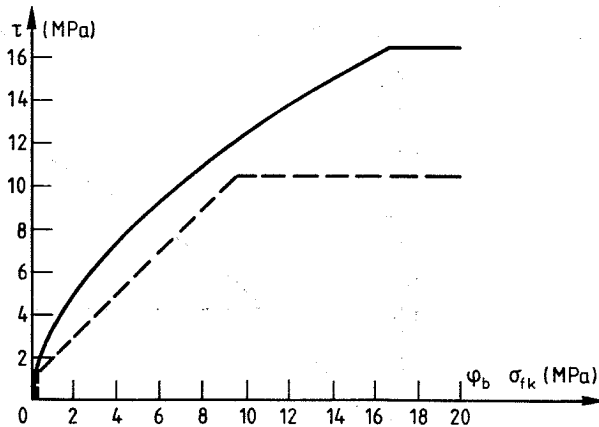
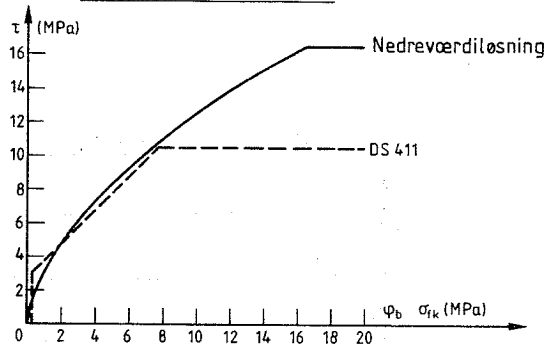
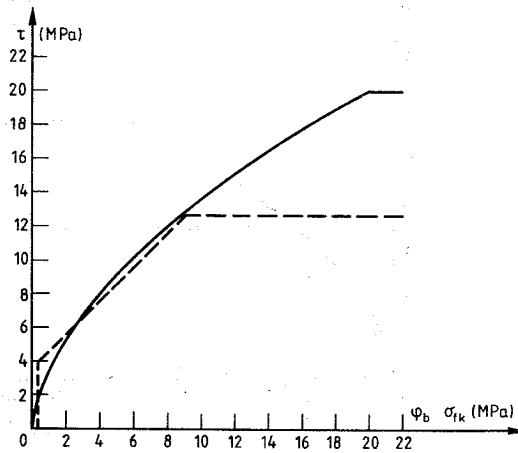
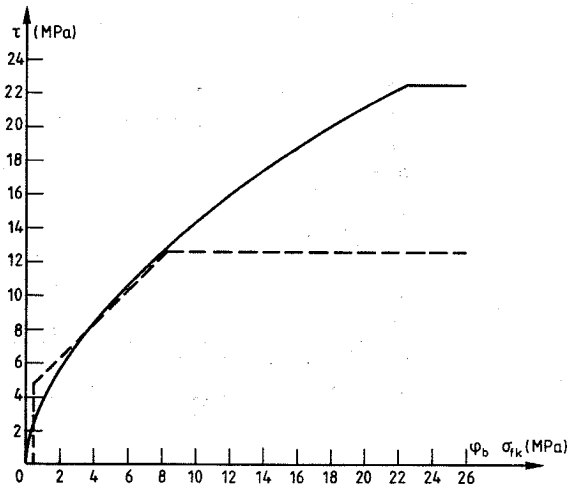


Fig. 2.10: $\sigma_{ck} = 30 \text{ MPa}$, $\varphi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,36 \text{ MPa}$

Skrå bøjler, forspændt armering:

Fig. 2.11: $\sigma_{ck} = 30$ MPa , $\varphi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,36$ MPaFig. 2.12: $\sigma_{ck} = 40$ MPa , $\varphi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,40$ MPaFig. 2.13: $\sigma_{ck} = 50$ MPa , $\varphi_{bmin} \sigma_{fk} = 0,45$ MPa

Bemærkninger til fig.2.2-13:

Lodrette bøjler:

Af kurverne ses det, at DS 411 generelt undervurderer forskydningsbæreevnen for slapt armerede bjælker. Nedreværdiløsningen giver op til 100% større bæreevne.

For forspændte bjælker stemmer de 2 beregningsmetoder fint overens, idet der er en maksimal afvigelse på ca $\pm 10\%$.

Skrå bøjler:

Ved slap armering ses en mindre fordel ved at benytte nedreværdiløsningen fremfor DS 411, når der er tale om bøjlearmeringsforhold uden for det normale anvendelsesområde. Der er en gennemsnitlig 10% større bæreevne beregnet efter nedreværdiløsningen. Ved større mængde bøjlearmering giver nedreværdiløsningen en meget større bæreevne som følge af normens τ_{\max} -grænse.

For forspændte bjælker ses, at i det normale anvendelsesområde er DS 411 på den usikre side, idet bæreevnen her er gennemsnitlig 15% større end nedreværdiløsningen. For større mængde bøjlearmering gør τ_{\max} -grænsen sig igen gældende.

3. Beskrivelse af øvre værdiundersøgelsen

I de følgende analyser benyttes øvre værdiløsningen, og fremgangsmåden er som beskrevet nedenfor.

Af en simpelt understøttet bjælke betragtes en bjælkehalvdelen. Denne deles via 21 ækvidistante snit op i 20 intervaller. Snittene nummereres fortløbende fra understøtning til bjælkemidte med numrene 1-21 i både over- og underside. Der betragtes nu et spektrum af flydelinier udgående fra undersiden af stringerbjælken i hvert af de betragtede snit og sluttende i oversiden i et snit med nummer større end eller lig med nummeret for snittet, hvorfra flydelinien starter. Figur 3.1 viser nogle flydeliniemuligheder startende i snit 6 og snit 14.

Mekanismen består nu i, at den midterste del af bjælken translaterer nedad i forhold til den yderste del. Der kan eventuelt også

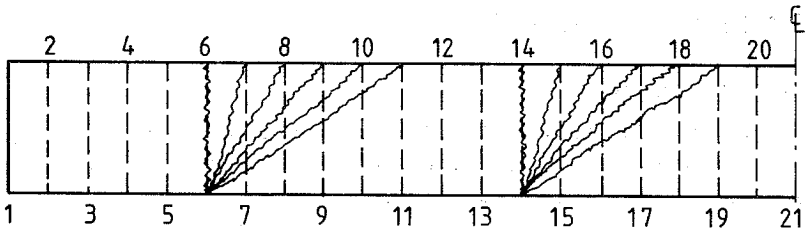


Fig.3.1: Opdeling af bjælkehalvdel

ske en bevægelse i bjælkeaksens retning. Belastningen antages at angribe i bjælkens overside.

For hver af disse brudmuligheder findes øvre værdien af bæreevnen τ/σ_{ck} i snittet, hvor flydelinien slutter i bjælkeoversiden, og den mindste værdi af alle flydeliniemuligheder, der ender i det pågældende punkt, giver den bedste øvre værdi i snittet.

Beregningerne er meget omfattende og foretages via edb.

Dissipationsformlerne, der ligger til grund for øvre værdiløsningerne, er udledt i [78.2]:

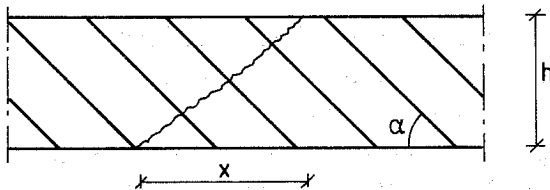


Fig.3.2:

Lodrette bøjler:

$$\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = \begin{cases} \frac{v}{2} \left[\sqrt{4 \frac{\phi}{v} (1 - \frac{\phi}{v}) + (\frac{x}{h})^2} - \frac{x}{h} \right] + \psi \frac{x}{h} & \text{for } \phi < \frac{v}{2} \\ \frac{v}{2} \left[\sqrt{1 + (\frac{x}{h})^2} - \frac{x}{h} \right] + \psi \frac{x}{h} & \text{for } \phi \geq \frac{v}{2} \end{cases}$$

Skrå bøjler:

$$\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = \begin{cases} \frac{\nu}{2} \left[\sqrt{1 - [1 - 2(\frac{\Phi}{\nu} + \frac{\psi}{\nu} \cos \alpha) (\frac{x}{h} \sin \alpha + \cos \alpha)]^2} + (\frac{x}{h})^2 - \frac{x}{h} \right] + \\ \quad + \psi \sin \alpha (\frac{x}{h} \sin \alpha + \cos \alpha) & \text{for } 1 - 2(\frac{\Phi}{\nu} + \frac{\psi}{\nu} \cos \alpha) (\frac{x}{h} \sin \alpha + \cos \alpha) \geq 0 \\ \\ \frac{\nu}{2} \left[\sqrt{1 + (\frac{x}{h})^2} - \frac{x}{h} \right] + \psi \sin \alpha (\frac{x}{h} \sin \alpha + \cos \alpha) & \text{for } 1 - 2(\frac{\Phi}{\nu} + \frac{\psi}{\nu} \cos \alpha) (\frac{x}{h} \sin \alpha + \cos \alpha) < 0 \end{cases}$$

I formlerne er x = flydeliniens projektion på bjælkeaksen
 h = afstand mellem tryk- og trækstringer
 α = bøjlerens vinkel med bjælkeaksen
 Φ og ψ = henholdsvis det mekaniske længde- og bøjle-
 armeringsforhold
 ν = effektivitetsfaktoren

Belastning

Som last undersøges dels ensformigt fordelt belastning, dels enkeltkræfter samt en kombination af ensformigt fordelt last og enkeltkraft. Disse belastningstilfælde anses som repræsentative for alle øvrige mulige belastningstilfælde vinkelret på bjælkeaksen.

Størrelsen af belastningen er fastlagt ud fra ønsket om at dække bæreevnekurven fra tidligere, τ/σ_c som funktion af bøjlearmeringsforholdet ψ , bedst muligt med tre punkter, se fig.3.3.

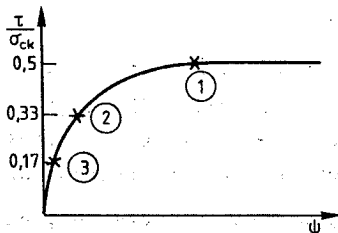


Fig. 3.3

Idet effektivitetsfaktoren ν indføres, svarer punkterne til følgende værdier af τ/σ_c ved understøtningen.

$$\textcircled{1} \quad \tau/\sigma_{ck} = \nu \cdot 0,50$$

$$\textcircled{2} \quad \tau/\sigma_{ck} = \nu \cdot 0,33$$

$$\textcircled{3} \quad \tau/\sigma_{ck} = \nu \cdot 0,17$$

Revnevinkel

Af hensyn til revnevidden kan trykhældningen med bjælkeaksen i forskydningszonen ikke gøres vilkårlig lille.

Kriteriet for maksimal revnevidde kan opfyldes ved at sætte en nedre grænse på θ -værdien og dermed en øvre grænse på κ -værdien. Foreløbig er foreslået at anvende grænsen $\kappa=2,5$ for bjælker med gennemgående længdearmring, og $\kappa=2,0$ for bjælker med afkortet længdearmring, se [78.3].

Dimensioneringsforudsætninger

Dimensionering af forskydningsarmering efter diagonaltrykmetoden foreskriver konstant bøjlearmeringsforhold inden for de tidligere beskrevne delintervaller af længden $\kappa \cdot h$. Øvre værdiundersøgelsen forudsætter konstant bøjlearmering inden for hvert af de 20 intervaller, som en bjælkehalvdel inddeles i. Hvor dette ikke harmonerer med dimensioneringsforskrifterne, anvendes i undersøgelsen en længdevægtet middelværdi for ψ i de berørte intervaller.

4. Enkeltkraft tæt ved understøtning

Der ses først på et specialtilfælde, hvor man lader en enkeltkraft gå mod understøtningen.

a. DS 411 sammenlignet med øvre værdiløsningen

DS 411 foreskriver, at det er tilstrækkeligt at dimensionere bøjlearmeringen i intervallet $0-h$ fra understøtningen for forskydningskraften i afstanden h fra understøtningen (DS 411 - §6.2.4).

I det følgende undersøges dette nærmere ved, at vi lader en enkelt-

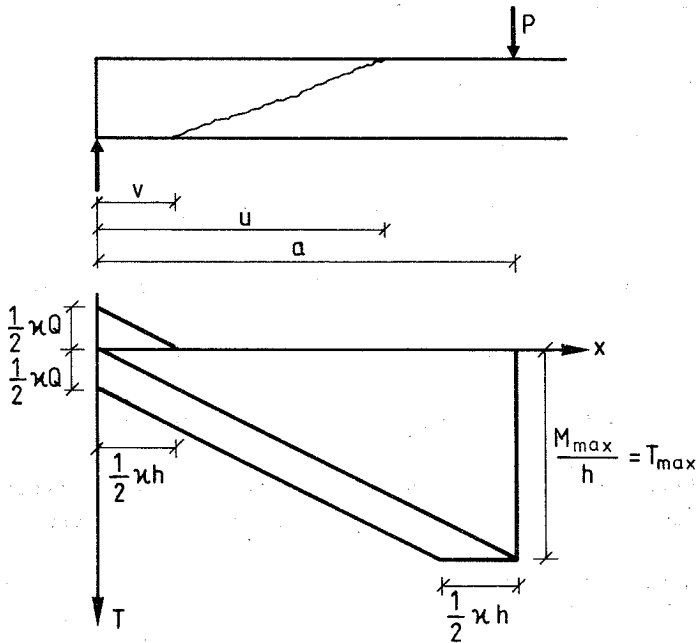


Fig.4.1

kraft vandre fra midten af bjælken ud mod understøtningen i spring af passende lille størrelse. For hvert punkt, kraften befinder sig i, beregnes øvre værdien for bjælkens bæreevne.

Ved dimensioneringen af bøjle- og længdearmingen benyttes nedreværdiløsningen fra [78.1] - dog med $\psi = 0$ for enkeltkraften nær understøtningen efter DS 411.

$$\text{Bøjlearmering: } \psi = \begin{cases} \frac{v}{2} - \sqrt{\left(\frac{v}{2}\right)^2 - \left(\frac{T}{\sigma_{ck}}\right)^2} & \text{for } a \geq h \\ 0 & \text{for } a < h \end{cases}$$

$$\text{Længdearmring: } \phi = \begin{cases} \frac{T+C}{h b \sigma_{ck}} & \text{for } v < \frac{1}{2} \kappa h \\ \frac{T}{h b \sigma_{ck}} & \text{for } v \geq \frac{1}{2} \kappa h \end{cases}$$

Heri er: $T = \frac{M}{h} + \frac{1}{2} \cdot \kappa \cdot P$

$$C = \frac{M}{h} - \frac{1}{2} \cdot \kappa \cdot P$$

Der regnes uden begrænsning på κ , dvs.:

$$\tau \cdot \left(\kappa + \frac{1}{\kappa}\right) = v \cdot \sigma_{ck}, \text{ hvor } v = 0,7 - \frac{\sigma_{ck}}{200}$$

Ved beregningerne ses på en bjælke med følgende data:

$$b = 250 \text{ mm} \quad , \quad h = 600 \text{ mm} \quad , \quad \ell = 10 \text{ m}$$

$$\sigma_{fk} = 560 \text{ MPa} \quad , \quad \sigma_{ck} = 20 \text{ MPa} \quad , \quad v = 0,60$$

På fig.4.2-4.4 er bæreevnen $\frac{\tau}{\sigma_{ck}}$ afbildet som funktion af enkeltkraftens placering. Der er dimensioneret for følgende tilfælde:

$$\textcircled{1} \quad \frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,30$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,20$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,10$$

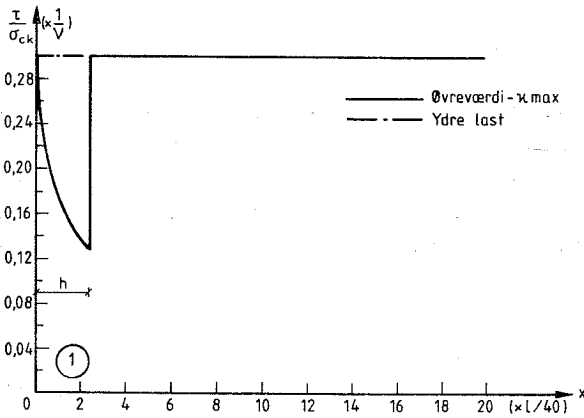


Fig. 4.2: $\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,30$

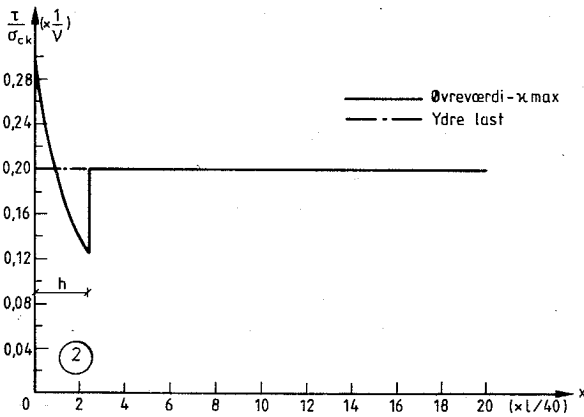


Fig. 4.3: $\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,20$

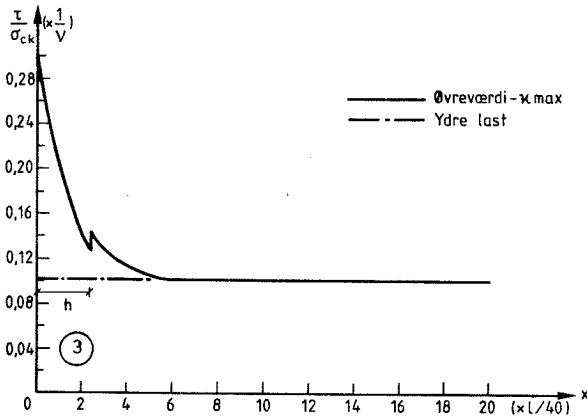


Fig. 4.4: $\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,10$

Bemærkning til fig.4.2-4.4:

Kurverne viser klart, at forskriften i DS 411 om, at man i nærheden af vederlaget kan nøjes med at dimensionere for τ i afstanden h fra vederlaget, er på den usikre side for høje betonspændinger. I de skitserede tilfælde ses det, at for enkeltkraften stående inden for afstanden h fra vederlaget har bjælkerne op til 60% mindre bæreevne end det, de er dimensioneret for.

b. Bøjlearmeringsmængde

Som vist er DS 411's krav til forskydningsarmering ikke tilstrækkelig nær understøtningen. For at vurdere hvordan man skal dimensionere bøjlearmeringen i det omtalte interval, findes den nødvendige bøjlearmeringsgrad for en enkeltkraft gående mod understøtning.

ϕ bestemmes som tidligere.

ψ findes af øvreverdiløsningen:

$$\psi = \begin{cases} \frac{\tau}{\sigma_{ck}} \cdot \frac{h}{x} - \frac{h}{x} \frac{v}{2} \left[\sqrt{4 \phi/v (1 - \phi/v) + \left(\frac{x}{h}\right)^2} - \frac{x}{h} \right] & \text{for } \phi < \frac{v}{2} \\ \frac{\tau}{\sigma_{ck}} \cdot \frac{h}{x} - \frac{h}{x} \frac{v}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{x}{h}\right)^2} - \frac{x}{h} \right] & \text{for } \phi \geq \frac{v}{2} \end{cases}$$

På fig.4.5 er ψ vist som funktion af enkeltkraftens placering.

Bemærkning til fig.4.5:

Det fremgår af kurverne, at der kun opnås en ganske ubetydelig besparelse af bøjlearmering, dersom denne dimensioneres ud fra øvre værdiløsningen i intervallet h fra understøtningen, fremfor at fortsætte med konstant bøjlearmering lig med den maksimale mængde.

Konklusionen af ovenstående undersøgelse er, at ved dimensionering af en bjælke med en enkeltkraft, uanset øvrig belastning, efter diagonaltrykmotoden, indlægges der et snit ved springet i forskydningskraftkurven, selv om dette ikke falder sammen med et af de snit, der ellers benyttes ved dimensioneringen.

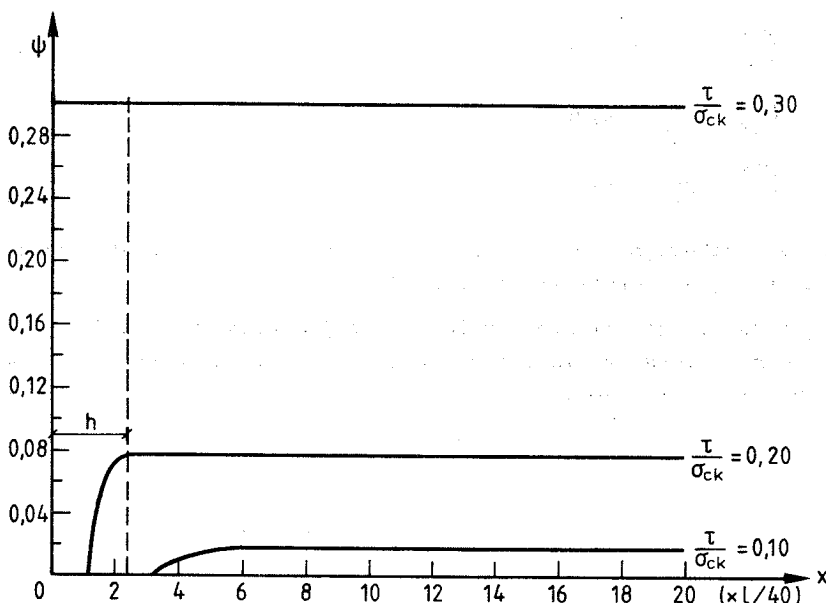


Fig. 4.5: Nødvendig bøjlearmering for enkeltkraft gående mod understøtning.

5. Sammenligning af bæreevnen ved dimensionering efter de forskellige metoder

Det følgende er en øvreværdikontrol og sammenligning af bæreevnen for jernbetonbjælker dimensioneret efter diagonaltrykmetoden med og uden revneviddekriterium og DS 411.

Der ses på både slap og forspændt længdearmring, og der varieres på lasten og bøjlehældningen.

Beregningerne er foretaget for bjælker med følgende data:

$$\begin{aligned}
 l &= 10 \text{ m} & , & & b &= 250 \text{ mm} & , & & h &= 600 \text{ mm} \\
 \sigma_{fk} &= 560 \text{ MPa} & (572 \text{ MPa i tilfælde 1}). \\
 \sigma_{ck} &= 20 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

For skrå bøjler er vinklen med bjælkeaksen 45° .

Der er dimensioneret for 3 værdier af bæreevnen ved understøtningen:

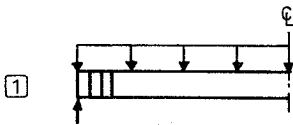
$$\textcircled{1} \quad \frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,30$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,20$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,10$$

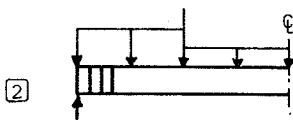
Øvreværdiberegninger er baseret på den i afsnit 3 beskrevne mekanisme, og er foretaget via edb [80.1].

De forskellige belastningsmåder og bøjlearrangementer fremgår af følgende oversigt, idet der for hvert tilfælde gennemregnes med de 3 værdier for $\frac{\tau}{\sigma_{ck}}$.

Lodrette bøjler:Afkortet længdearmring:

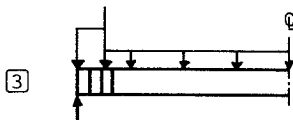
Jævn last

Fig.5.1-5.3



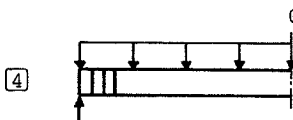
Jævn last + enkeltkraft, tilf.A;

Fig.5.4-5.6



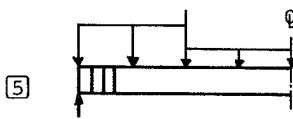
Jævn last + enkeltkraft, tilf.B;

Fig.5.7-5.9

Uafkortet længdearmring:

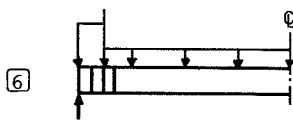
Jævn last

Fig.5.10-5.12



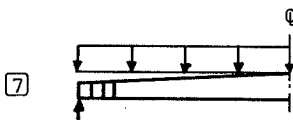
Jævn last + enkeltkraft, tilf.A;

Fig.5.13-5.15



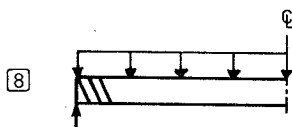
Jævn last + enkeltkraft, tilf.B;

Fig.5.16-5.18



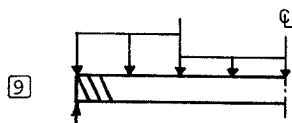
Jævn last, variabel højde;

Fig.5.19-5.21

Skrå bøjlerAfkortet længdearmring:

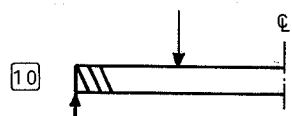
Jævn last

Fig.5.22-5.24



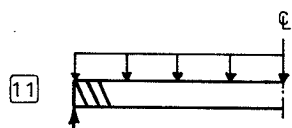
Jævn last + enkeltkraft

Fig.5.25-5.27



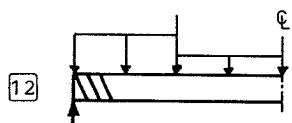
Enkeltkraft

Fig.5.28-5.30

Uafkortet længdearmring:

Jævn last

Fig.5.31-5.33



Jævn last + enkeltkraft

Fig.5.34-5.36

Følgende signaturer benyttes på figurerne:

_____ : Ydre last

_____ : k_{\max}
Øvre værdien af bæreevnen for bjælker dimensioneret efter diagonaltrykmotoden uden revneviddekriterium.

----- : $k_{\max} = 2,0$ eller $2,5$
Øvre værdien af bæreevnen for bjælker dimensioneret efter diagonaltrykmotoden med revneviddekriterium.

..... : DS 411
Øvre værdien af bæreevnen for bjælker dimensioneret efter DS 411.

----- : DS 411 - spændbeton
Øvre værdien af bæreevnen for spændbeton dimensioneret efter DS 411.

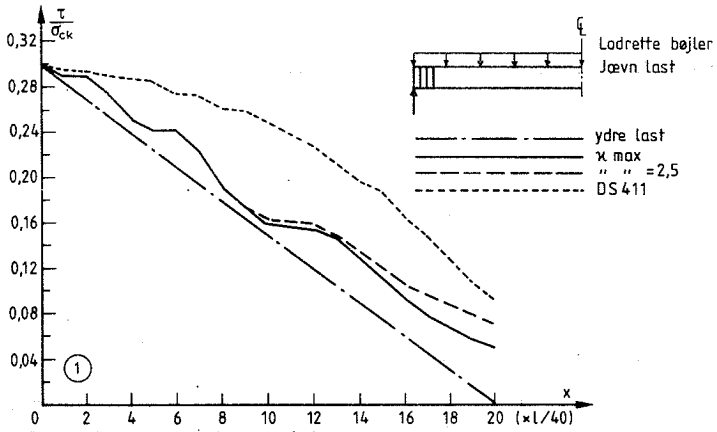


Fig. 5.1

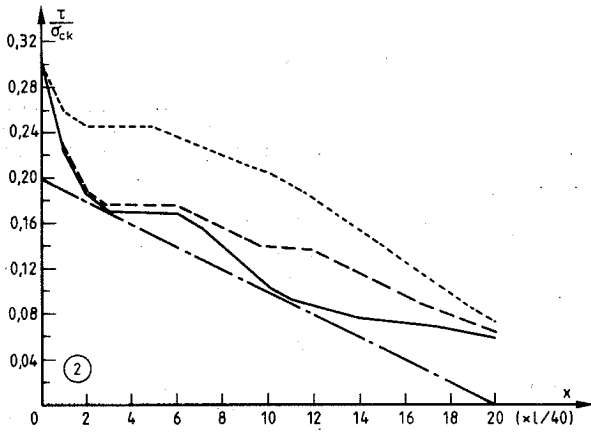


Fig. 5.2

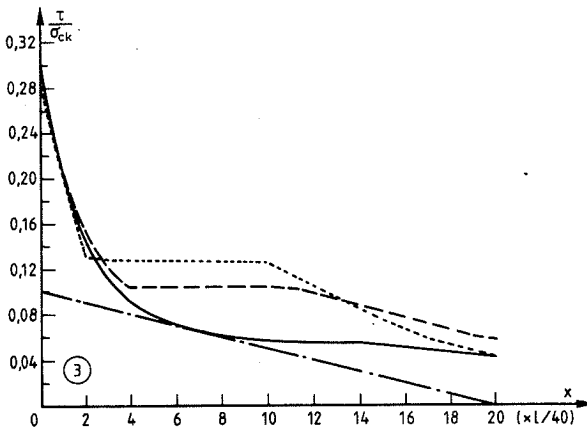


Fig. 5.3

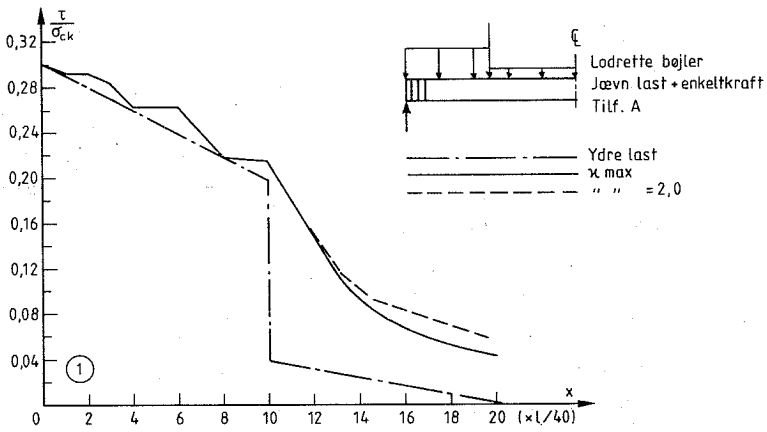


Fig. 5.4

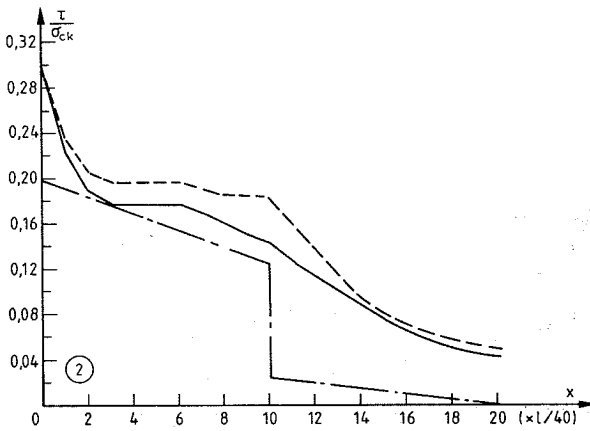


Fig. 5.5

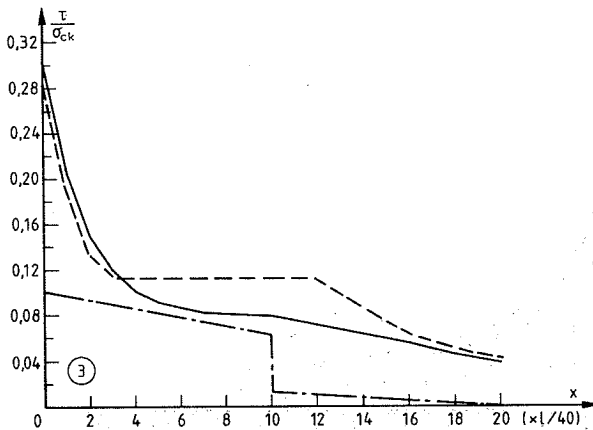
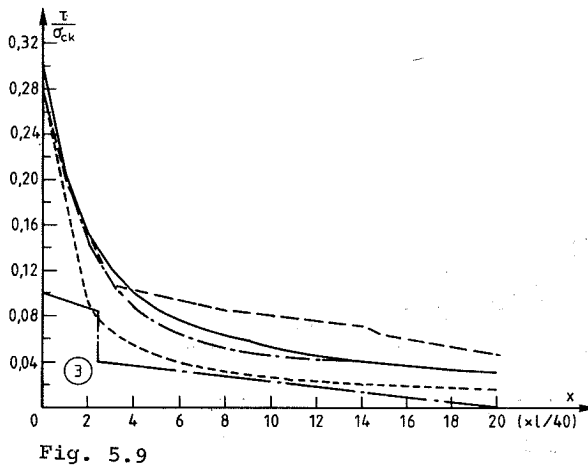
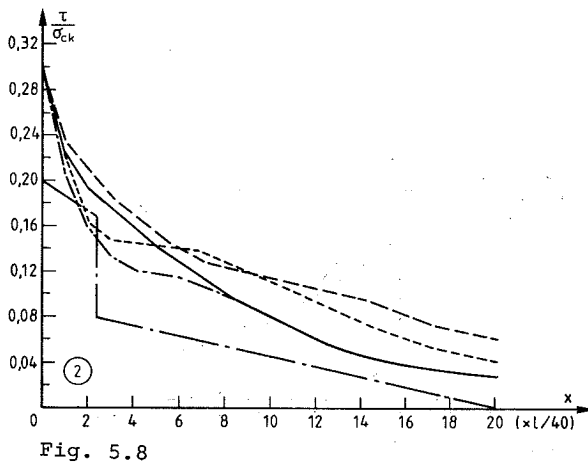
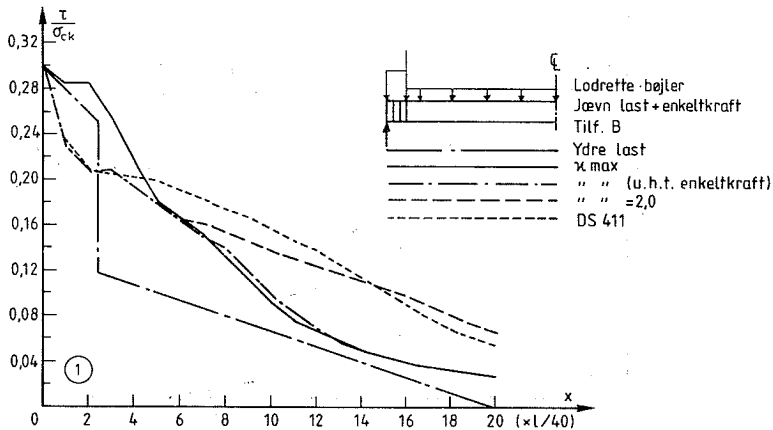
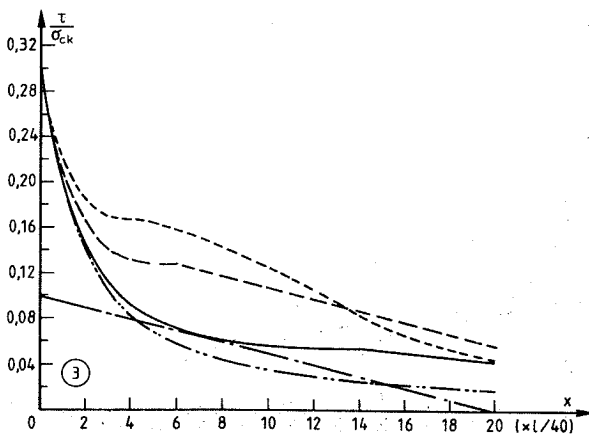
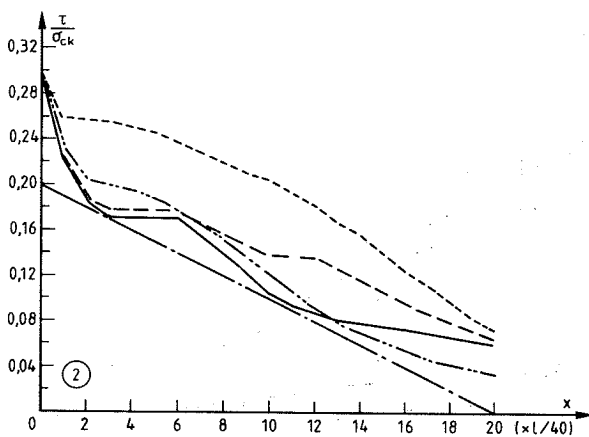
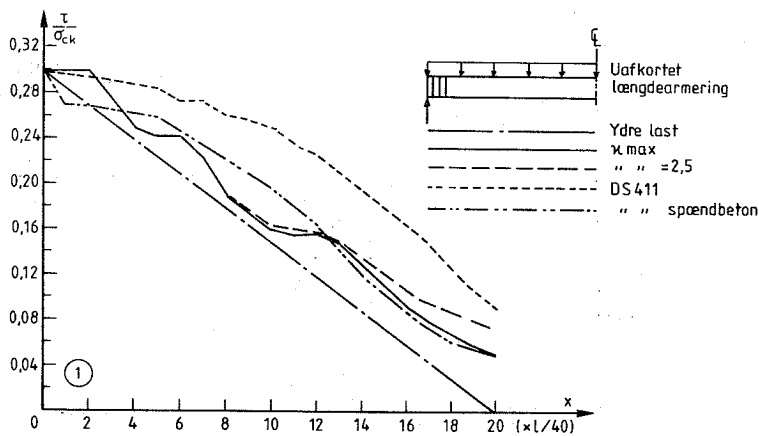


Fig. 5.6





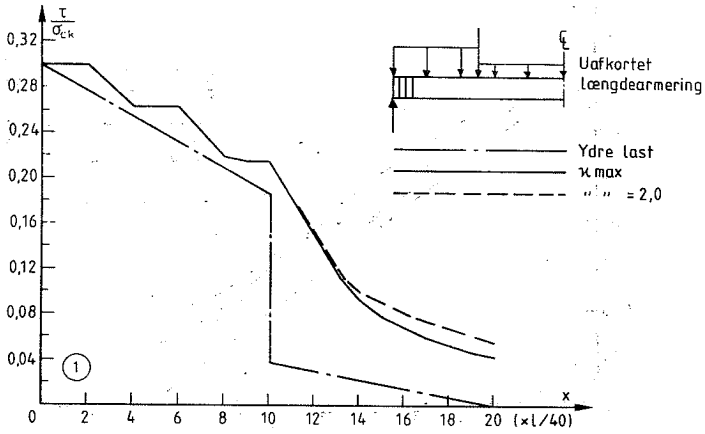


Fig. 5.13

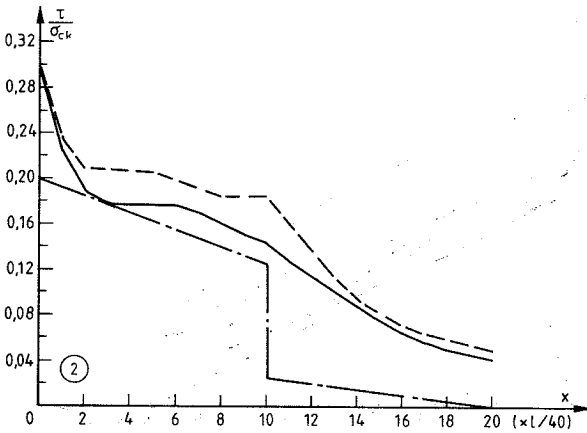


Fig. 5.14

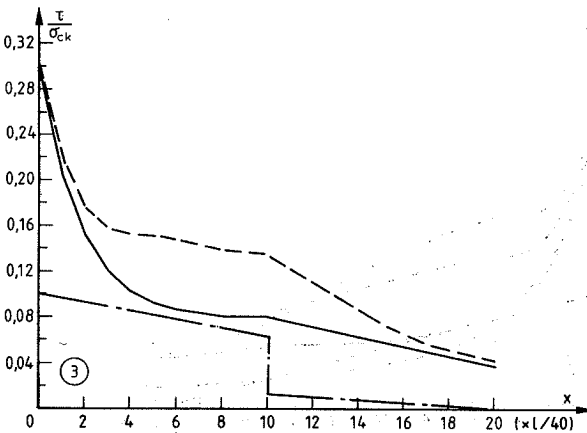


Fig. 5.15

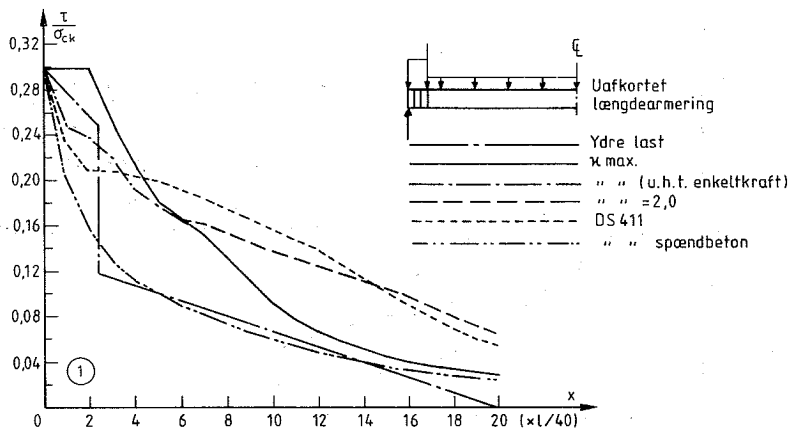


Fig. 5.16

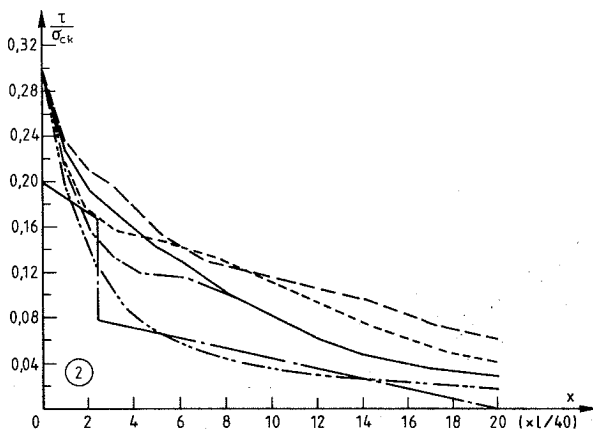


Fig. 5.17

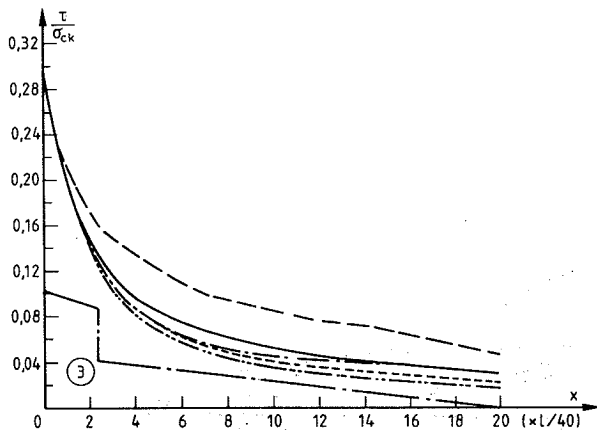


Fig. 5.18

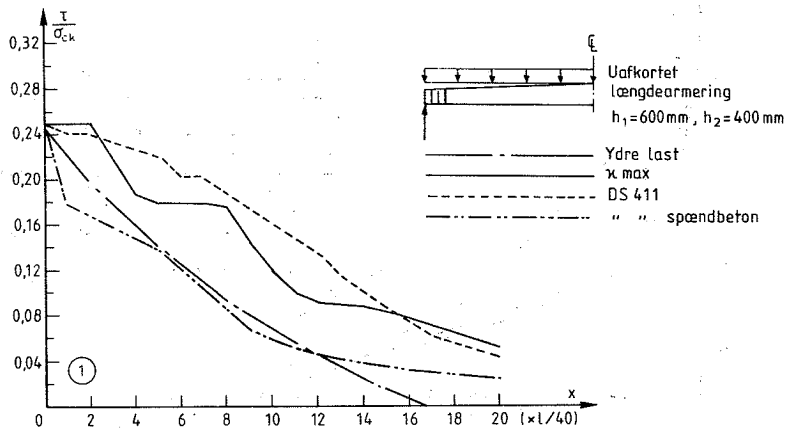


Fig. 5.19

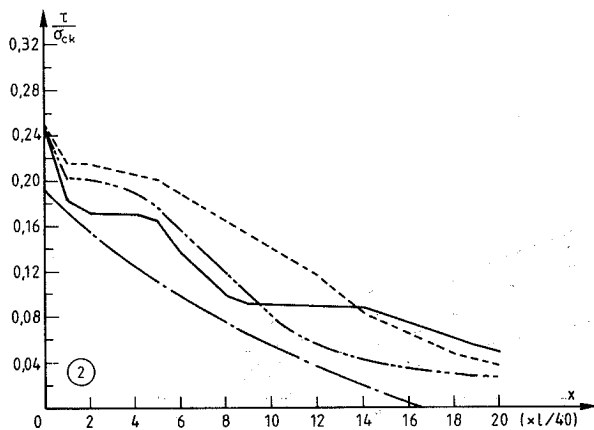


Fig. 5.20

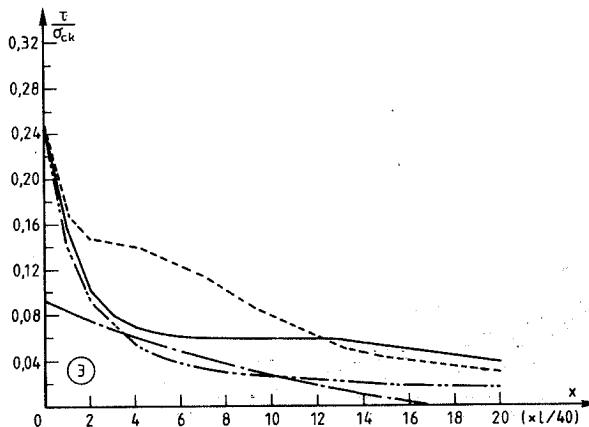


Fig. 5.21

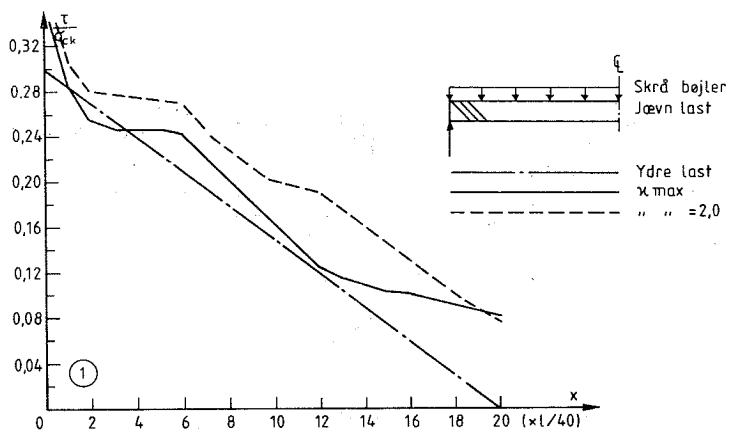


Fig. 5.22

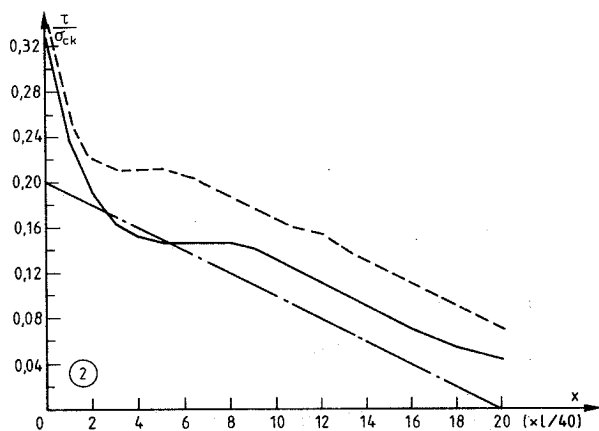


Fig. 5.23

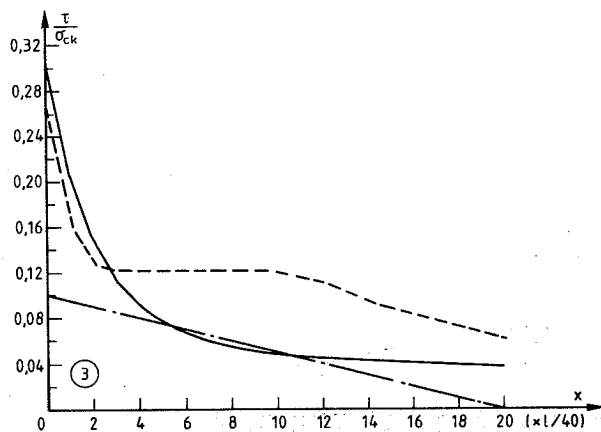


Fig. 5.24

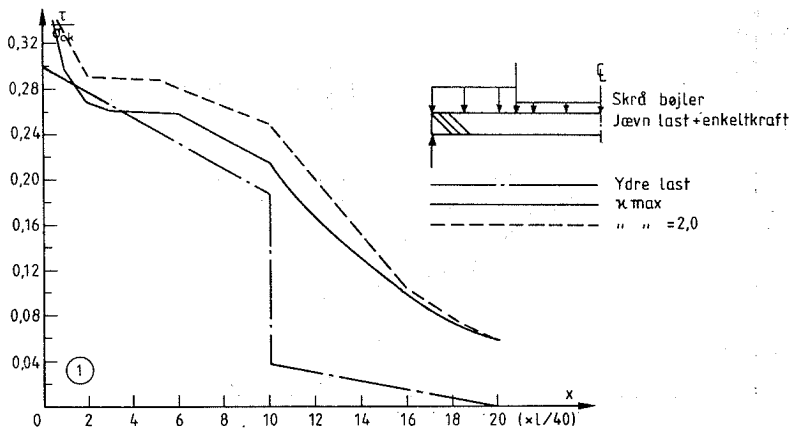


Fig. 5.25

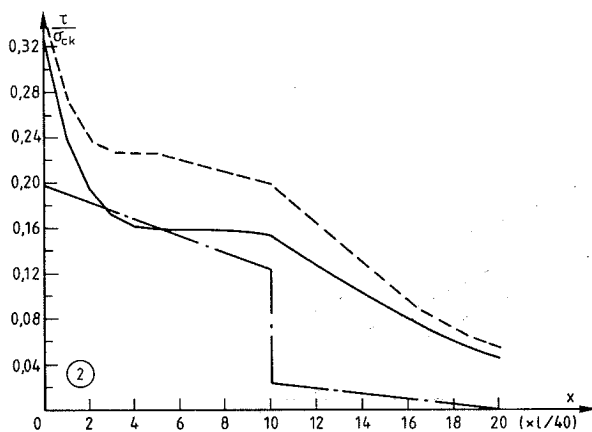


Fig. 5.26

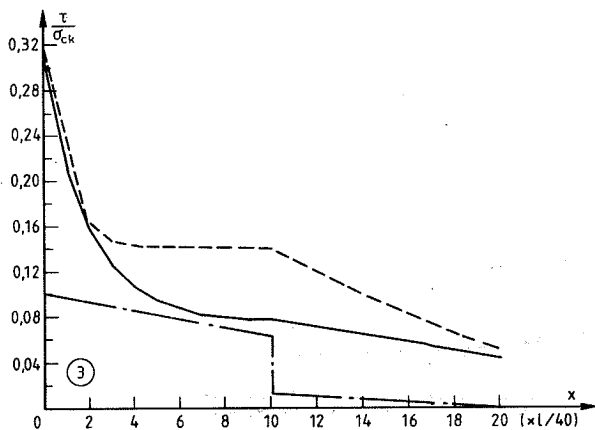
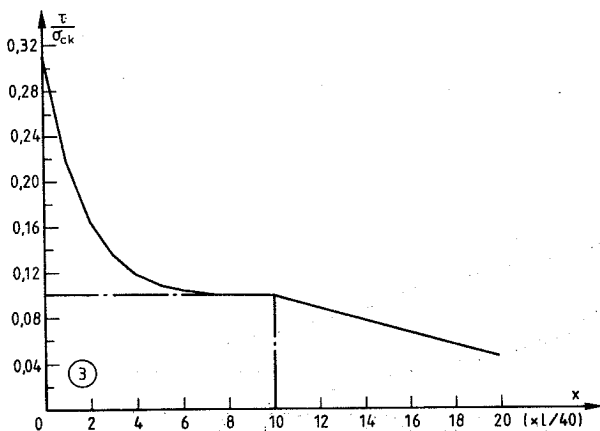
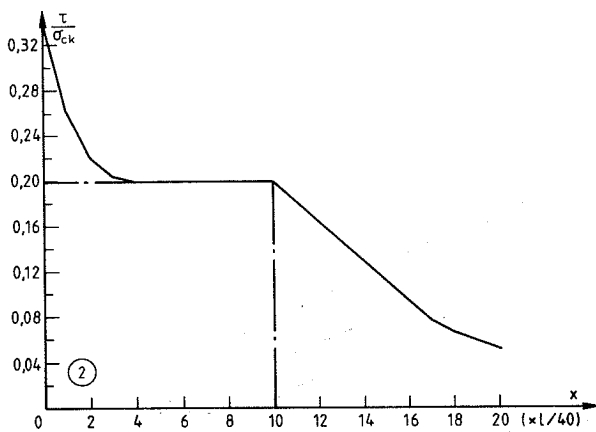
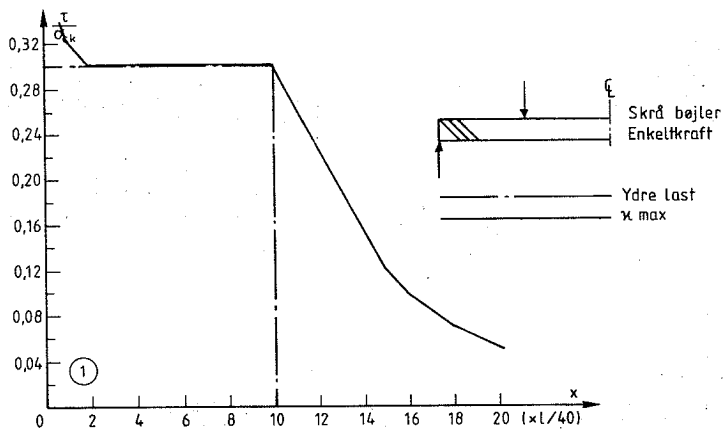


Fig. 5.27



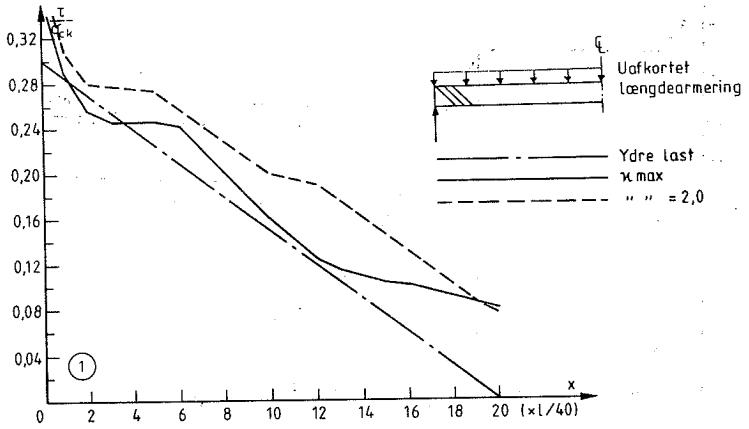


Fig. 5.31

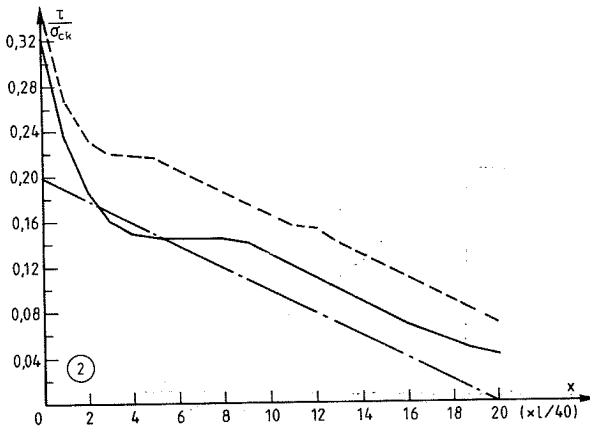


Fig. 5.32

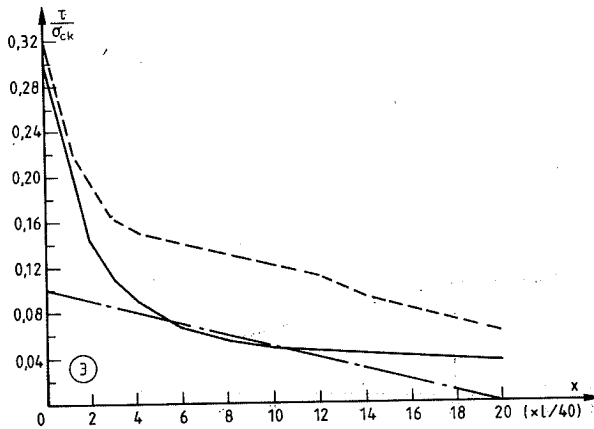


Fig. 5.33

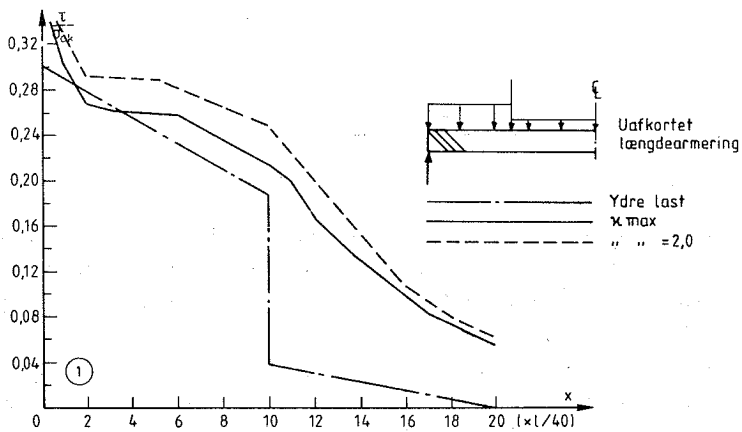


Fig. 5.34

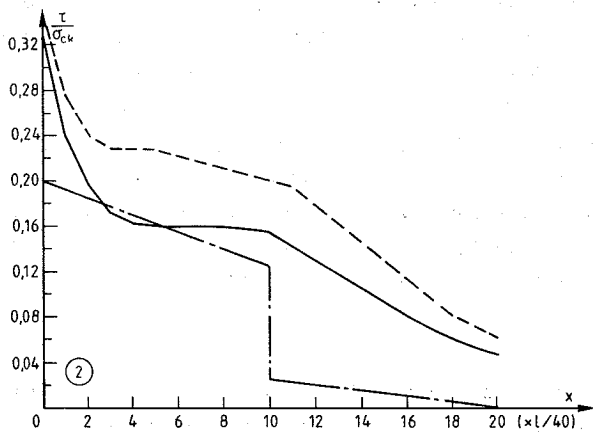


Fig. 5.35

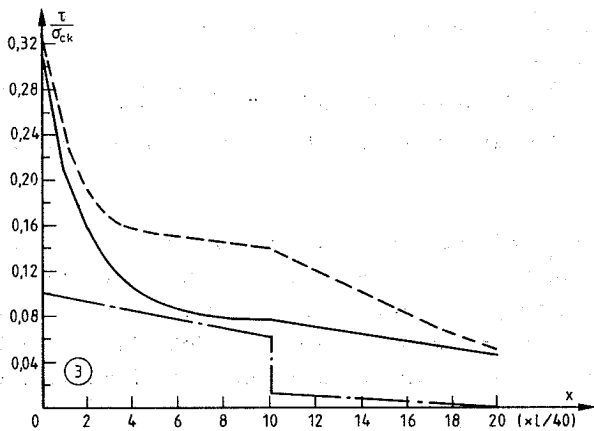


Fig. 5.36

Kommentarer til fig.5.1-5.36:

Lodrette bøjler:

Generelt giver dimensionering efter DS 411 bæreevner meget på den sikre side. Diagonaltrykmetoden giver bedre resultater, idet den følger den ydre last pænt. Uden revnekriterium opnås selvfølgelig de bedste resultater; men selv med revnekriterium ligger bæreevnen under DS 411. På fig.5.7-5.9 og 5.16-5.18 ses igen problemet ved dimensionering efter DS 411 inden for afstanden h fra vederlag. På fig.5.10-5.12 og fig.5.16-5.21 ses, at for spændbetonbjælker dimensioneret efter DS 411 fås for lave bæreevner. Her skal dog bemærkes, at i nogle tilfælde vil dette reddes af krav om minimumsarmering. På fig.5.19-5.20 ses på bjælker med variabel højde. Her giver κ_{\max} bedre resultater end DS 411.

Bjælken med variabel højde og med slap armering viser en overdimensionering efter DS 411. Spændbeton er underdimensioneret efter DS 411, men bæreevnen ville dog være i orden, såfremt normen var fulgt strengt, idet der nær understøtningen er regnet med en trykhældning på 35° , hvor normen siger 45° .

Skrå bøjler:

Dimensionering uden revnekriterium giver gode resultater. Der ses dog en lille underdimensionering i flere tilfælde, men så lille, at den kan accepteres.

Dimensionering med revnekriterium giver selvfølgelig bæreevner mere på den sikre side.

Generelt er der overdimensioneret for små $\frac{\tau}{\sigma_{ck}}$ nær understøtningen. For afkortet og uafkortet længdearmering tegner billedet sig helt ens.

I forbindelse med ovennævnte analyse blev forbruget af bøjlearmering efter de forskellige metoder sammenlignet, se [80.1]. I de fleste tilfælde gav normen ofte et meget større armeringsforbrug fremfor diagonaltrykmetoden, hvor selvfølgelig dimensionering med revnekriterium gav større forbrug end uden revnekriterium.

6. Indirekte understøtning

Der betragtes en bjælke understøttet på en tværbjælke i samme niveau.

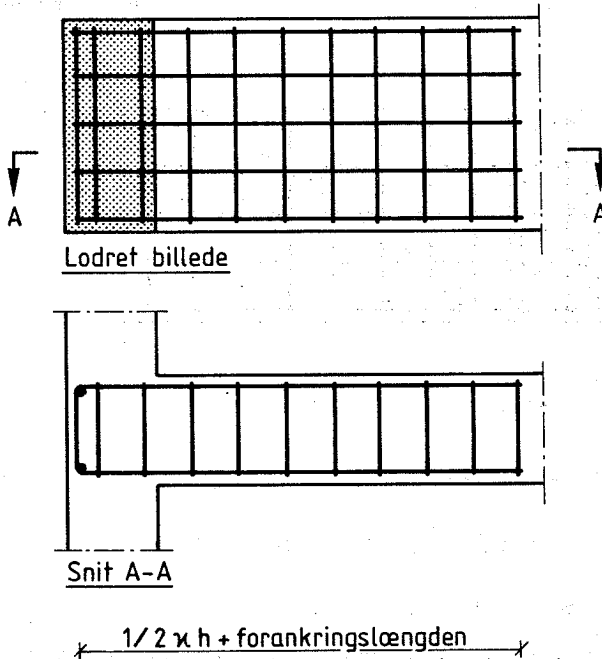


Fig.6.1

Til at opfange de skrå betontryk fra forskydningszonen anbringes en vandret armering i form af tætliggende U-bøjler. Disse bør i et lodret snit kunne optage kraften κR , hvor R er reaktionen. Den lodrette bøjlearmering dimensioneres som før.

Undersidearmeringen dimensioneres til at kunne optage en trækraft, der af forankringshensyn aftager til 0 ved bjælkeenden. Tilsvarende for oversidearmeringen.

Længden af den vandrette armering $\frac{1}{2} \kappa \cdot h$ begrundes med, at her er trykstringerkraften nul i stringermodellen. Dette vil ved en øvre-værdiundersøgelse blive vist at være tilstrækkeligt. Til længden $\frac{1}{2} \kappa \cdot h$ skal naturligvis lægges forankringslængden.

Øvre værdiundersøgelsen:

Der betragtes en mekanisme med rette flydelinier fra undersiden til oversiden. Selve beregningen følger den tidligere anvendte metode, idet en bjælkehalvdel deles op i 100 ækvivalente intervaller.

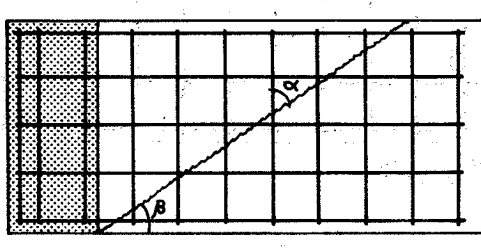


Fig. 6.2

Arbejds ligningen giver:

$$\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = \frac{1}{2} v \frac{1 - \cos(\alpha - \beta)}{\sin\beta \cdot \cos\alpha} + \phi \operatorname{tg}\alpha + \psi \operatorname{tg}\beta$$

De vandrette bøjler indgår i ϕ .

Optimeres dette udtryk med hensyn til α , fås det tidligere fundne udtryk:

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \begin{cases} \frac{1}{2} v [\sqrt{4\phi/v(1-\phi/v) + (\frac{x}{h})^2} - \frac{x}{2}] + \psi \frac{x}{h} & \text{for } \phi \leq \frac{1}{2} v \\ \frac{1}{2} v [\sqrt{1 + (\frac{x}{h})^2} - \frac{x}{h}] + \psi \frac{x}{h} & \text{for } \phi > \frac{1}{2} v \end{cases}$$

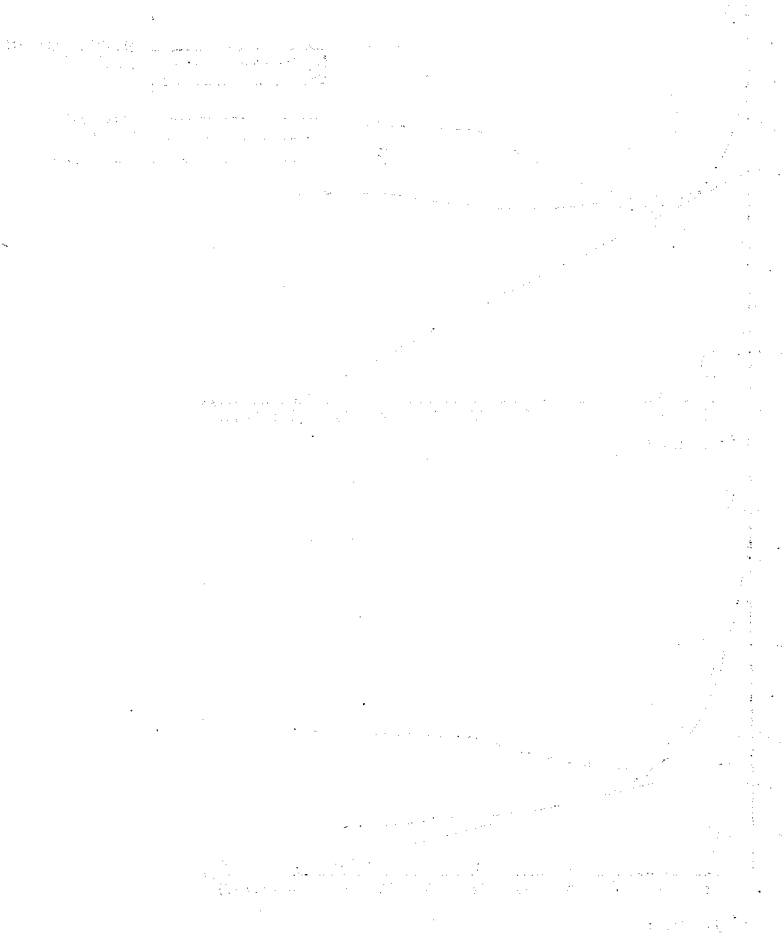
Som før ses på en bjælke med følgende dimensioner:

$$l = 10 \text{ m} \quad , \quad h = 600 \text{ mm} \quad , \quad b = 250 \text{ mm}$$

$$\sigma_{ck} = 20 \text{ MPa} \quad , \quad \sigma_{fk} = 572 \text{ MPa}$$

Bjælken dimensioneres efter nedreværdiløsningen, og en øvre værdi-beregning foretages.

På fig.6.3-6.8 afbildes bæreevnen i forskellige tilfælde. Der er vist kurver for $\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,2$ og $\frac{\tau}{\sigma_{ck}} = 0,1$ ved understøtning. Det ses af kurverne, at længden $\frac{1}{2} \kappa \cdot h$ er tilstrækkelig, og dimensioneringen er på den sikre side.



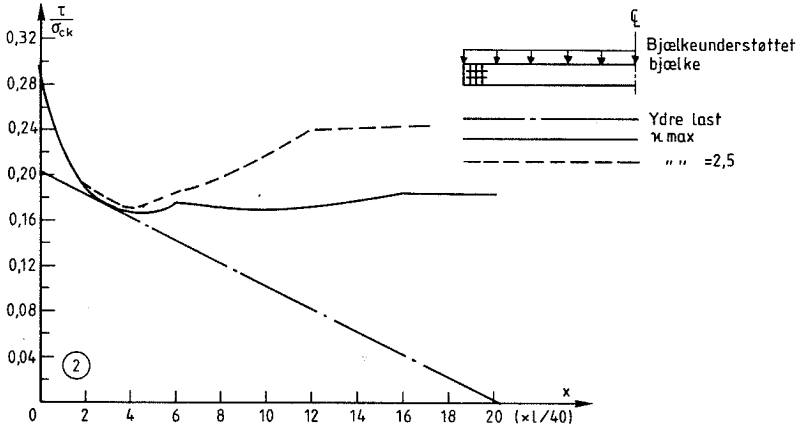


Fig. 6.3

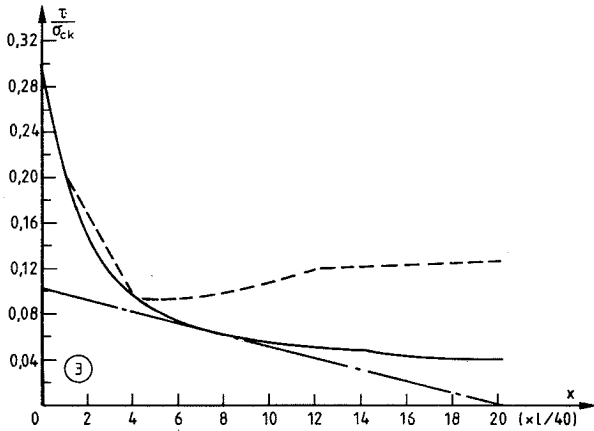
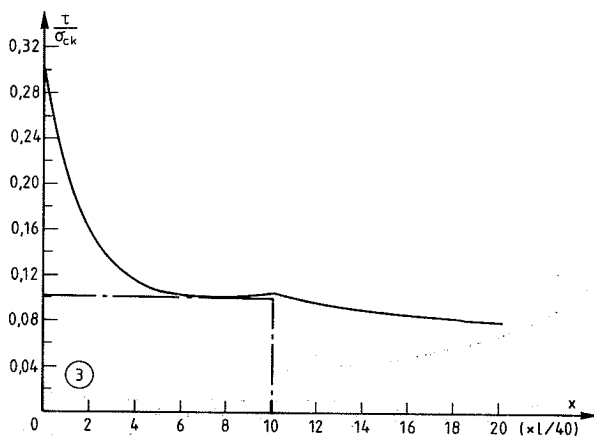
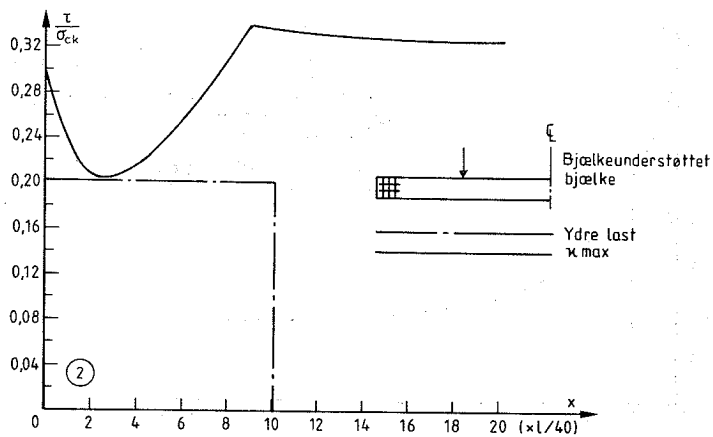


Fig. 6.4



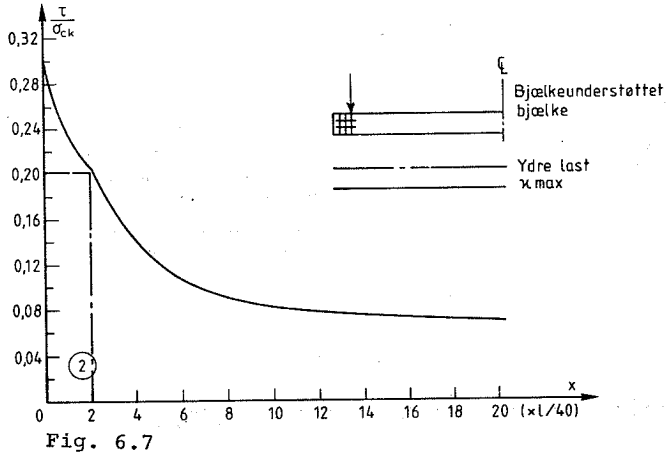


Fig. 6.7

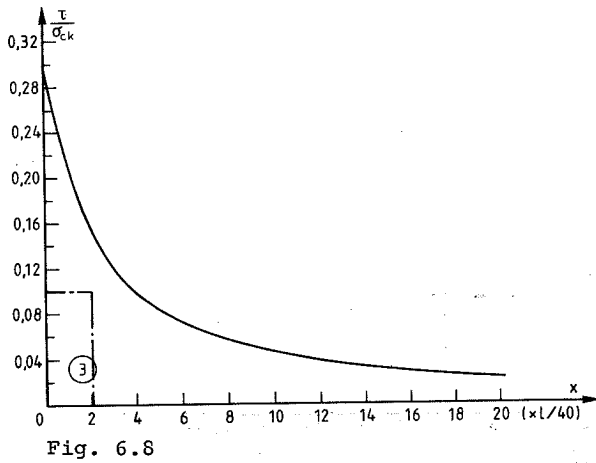


Fig. 6.8

7. Konklusion

Det er eftervist, at man ved dimensionering efter diagonaltrykmetoden kan benytte metoden med at lade κ variere langs bjælken, så man i hvert delinterval $\kappa \cdot h$ udnytter betonspændingerne fuldt ud.

Generelt kan siges, at dimensionering efter diagonaltrykmetoden giver bedre resultater end ved dimensionering efter DS 411, der ofte er for meget på den sikre side. Disse bæreevneundervurderinger af normen gælder specielt for slapt armerede bjælker, mens normen i visse tilfælde for forspændte bjælker overvurderer bæreevnen, således at dimensioneringen er meget usikker. Det synes også eftervist, at DS 411's forskrift om, at man kan dimensionere inden for afstanden h fra vederlag med forskydningskraften i afstanden h fra vederlag, er meget usikker. Man bør tværtimod fortsætte med armeringen helt til vederlag, idet en afkorting efter øvre værdiløsningen kun giver meget små besparelser i armeringsmængde.

Hvad angår mængden af bøjlearmering, som de forskellige beregningsmetoder foreskriver, synes det generelle billede at vise, at anvendelse af diagonaltrykmetoden fremfor normen giver anledning til en ofte betydelig besparelse.

Ved dimensionering efter diagonaltrykmetoden med revnekriterium fås ofte bæreevner meget mere på den sikre side end ved beregning uden revnekriterium.

Endelig er de i [80.2] angivne regler for indirekte understøtning eftervist.

Litteraturliste

- [73.1] : Dansk Ingeniørforening: Norm for Betonkonstruktioner, DS 411, Teknisk Forlag, København, 2.udg., 1973
- [75.1] : Nielsen, M.P.:
Beton 1, Del 1, 2 og 3, Aalborg/København, 1975.
- [78.1] : Nielsen, M.P.; Bræstrup, M.W; Jensen, B.C.; Bach, F.:
Concrete Plasticity, Specialpublikation udgivet af
Dansk Selskab for Bygningsstatik, Lyngby 1978.
- [78.2] : Jensen, J.F.; Bræstrup, M.W.; Bach, F.; Nielsen, M.P.:
Nogle plasticitetsteoretiske bjælkeløsninger. Afde-
lingen for Bærende Konstruktioner, Danmarks tekniske
Højskole, Rapport R 101, 1978.
- [78.3] : Jensen, J.F.; Jensen, V; Christensen, H.H.; Bach, F.;
Bræstrup, M.W.; Nielsen, M.P.:
On behavior of cracked reinforced concrete beams in
the elastic range. Afdelingen for Bærende Konstruk-
tioner, Danmarks tekniske Højskole, Rapport R 103, 1978.
- [80.1] : Rasmussen, J.:
Plasticitetsteoretisk analyse af beregningsmetoder
for jernbetonbjælkers forskydningsbæreevne. Eksamen-
sprojekt, Afdelingen for Bærende Konstruktioner, Dan-
marks tekniske Højskole, 1980.
- [80.2] : Nielsen, M.P.; Bach, F.:
Beregning af forskydningsarmering efter diagonaltryk-
metoden. Bygningsstatiske Meddelelser, Vol. 51, No. 3-4,
1980, pp. 65.

AFDELINGEN FOR BÆRENDE KONSTRUKTIONER
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

Department of Structural Engineering
Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby

SERIE B

(Tidligere: Rapporter)

- R 132. BRINCKER, RUNE: Plane revneudbredelsesproblemer i li-
nearnt viscoelastiske materialer. Revnemodeller og udbre-
delseskriterier. 1983.
- R 133. Reserveret.
- R 134. ABK's informationsdag 1981. 1981.
- R 135. Resuméoversigt 1980. Summaries of Papers 1980. 1981.
- R 136. BACH, FINN og M.P. NIELSEN: Nedreværdiløsninger for
jernbetonplader. 1981.
- R 137. Publication pending.
- R 138. NIELSEN, LEIF OTTO og PETER NITTEGAARD-NIELSEN: Element-
metodeberegninger på mikrodatamat. 1981.
- R 139. MONDORF, P.E.: Concrete Bridges. Literature Index.
1981.
- R 140. NIELSEN, METTE THIEL: Lamb's Problem. Internal Harmonic
Point Load in a Half-Space. 1981.
- R 141. JENSEN, JESPER FRØBERT: Plasticitetsteoretiske løsninger
for skiver og bjælker af jernbeton. 1982.
- R 142. MØLLMANN, H.: Thin-Walled Elastic Beams with Finite
Displacements. 1981.
- R 143. KRAGERUP, JAN: Five Notes on Plate Buckling. 1982.
- R 144. NIELSEN, LEIF OTTO: Konstitutiv modellering af frik-
tionsdæmpning. 1982.
- R 145. NIELSEN, LEIF OTTO: Materiale med friktion til numeriske
beregninger. 1982.
- R 146. Resuméoversigt 1981. Summary of Papers 1981. 1982.
- R 147. AGERSKOV, H. and J. BJØRNBÅK-HANSEN: Bolted End Plate
Connections in Round Bar Steel Structures. 1982.
- R 148. NIELSEN, LEIF OTTO: Svingninger med friktionsdæmpning.
1982.
- R 149. PEDERSEN, CARL: Stability Properties and Non-Linear
Behaviour of Thin-Walled Elastic Beams of Open Cross-
Section. Part 1: Basic Analysis. 1982.
- R 150. PEDERSEN, CARL: Stability Properties and Non-Linear
Behaviour of Thin-Walled Elastic Beams of Open Cross-
Section. Part 2: Numerical Examples. 1982.
- R 151. KRENCHER, HERBERT and HANS WINDBERG JENSEN: Organic
Reinforcing Fibres for Cement and Concrete. 1982.
- R 152. THIEL, METTE: Dynamic Interaction between Soil and Foun-
dation. 1982.
- R 153. THIEL, METTE: Soil-Pile Interaction in Horizontal Vibra-
tion. 1982.
- R 154. RIBERHOLT, H. og PER GOLTERMANN: Sømmede træbjælker.
1982.
- R 155. JENSEN, JENS HENNING: Forkammede armeringsstængers for-
ankring, specielt ved vederlag. 1. del. 1982.
- R 156. JENSEN, JENS HENNING: Forkammede armeringsstængers for-
ankring, specielt ved vederlag. 2. del. Appendix A til
F. 1982.
- R 157. ARPE, ROBERT and CLAES DYRBYE: Elasto-Plastic Response
to Stochastic Earthquakes. 1983.
- R 158. WALD, FRANTISEK: Non-Linear Analysis of Steel Frames
(with Special Consideration of Deflection). 1983.

- R 159. BRÆSTRUP, MIKAEL W.: Ten Lectures on Concrete Plasticity. Course given in Nanjing, China, October 1982. 1983.
- R 160. FEDDERSEN, BENT og M.P. NIELSEN: Opbøjet spændarmering som forskydningsarmering. 1983.
- R 161. KRAGERUP, JAN: Buckling of Rectangular Unstiffened Steel Plates in Compression. 1983.
- R 162. FEDDERSEN, BENT og M.P. NIELSEN: Revneteorier for enaksede spændingstilstande. 1983.
- R 163. FEDDERSEN, B. og M. P. NIELSEN: Revneteorier for biaksiale spændingstilstande. 1983.
- R 164. GIMSING, NIELS J.: Preliminary Design and Optimization of Cable Systems for Bridges. 1983.
- R 165. Resuméoversigt 1982. Summaries of Papers 1982. 1983.
- R 166. NITTEGAARD-NIELSEN, PETER, JOHN FORBES OLESEN og HILMER RIBERHOLT: Elementmetodeberegning af skiveafstivede lamelkonstruktioner. 1983.
- R 167. RIBERHOLT, HILMER og PETER SPØER: Indlimede bolte til indfæstning af vingerne på Nibemølle-B. 1983.
- R 168. GIMSING, NIELS J. and ANDERS BORREGAARD SØRENSEN: Investigations into the Possibilities of Constructing Bridges with a Free Span of 3000 m. 1983.
- R 169. NIELSEN, LEIF OTTO: Randelementmetoden til 3-dimensional spændingsanalyse. 1983.
- R 170. NIELSEN, JOHN SANDER: A Theoretical and Experimental Study of Concrete Beams - Especially Over-Reinforced Beams - Subjected to Torsion. Part I. Theory. 1983.
- R 171. NIELSEN, JOHN SANDER: A Theoretical and Experimental Study of Concrete Beams - Especially Over-Reinforced Beams - Subjected to Torsion. Part II. Experiments. 1983.
- R 172. LANGSØ, H.E. og V. ASKEGAARD: Sammenhæng mellem frostnedbrydning af jernbetonbjælker og ændring af frekvensspektrum, dæmpningsforhold og bæreevne. 1983.
- R 173 - R 174. Reserveret. Publication pending.
- R 175. EXNER, HANS: Plasticitetsteori for Coulomb Materialer. 1983.
- R 176. EXNER, HANS: Betonbjælkers Bøjningsbæreevne. 1983.
- R 177. AGERSKOV, H. and J. BJØRNBAK-HANSEN: Optimum Design of Corner-Supported Double-Layer Space Trusses. 1983.
- R 178. BJØRNBAK-HANSEN og H. AGERSKOV: Udmattelsesforsøg med Ortotrop Broanepanel. 1983.
- R 179. KRISTIANSEN, NIELS ØRSKOV: Tryk- og Strømningsforhold i Siloer med Kohæsive Medier. 1984.
- R 180. NIELSEN, JOHN SANDER: The Effect of Stirrup Spacing on the Ultimate Load of Reinforced Concrete Beams Subjected to Pure Torsion. 1984.
- R 181. KERN, JENS CHR.: Numerisk Brudstadietberegning af Stift, Plastiske Materialer. 1984.
- R 182. FEDDERSEN, B., U. HESS, H. EXNER og M.P. NIELSEN: Gennemlokning af Huldælelementer.

Abonnement 1.7.1983 - 30.6.1984 kr. 110,-.
 Subscription rate 1.7.1983 - 30.6.1984 D.Kr. 110.-.