KAT.

Afdelingen for Bærende Konstruktioner
Department of Structural Engineering
Danmarks Tekniske Højskole · Technical University of Denmark

Revneteori for Biaksiale Spændingstilstande

Bent Feddersen
M. P. Nielsen

Serie R No 163 1983

REVNETEORI FOR BIAKSIALE SPÆNDINGSTILSTANDE

Bent Feddersen, civilingeniør
M.P. Nielsen, professor, dr.techn.

Afdelingen for Bærende Konstruktioner

Danmarks tekniske Højskole

FORORD

Denne rapport er blevet muliggjort gennem særlig økonomisk støtte fra Afdelingen for Bærende Konstruktioner, Danmarks tekniske Højskole.

Arbejdet er primært baseret på et eksamensprojekt [82.1] udført ved ovenstående afdeling foråret 1982 af civilingeniør Bent Feddersen med professor, dr.techn. M.P. Nielsen som vejleder.

Rapporten er maskinskrevet af Bente Jensen, mens tegningerne er udført af Anne-Mette Tranders.

RESUMÉ

I denne rapport udvikles beregningsudtryk til bestemmelse af revneretning, revneafstande samt revnevidder i armerede betonkonstruktioner med biaksiale spændingstilstande.

Revneretningen findes ved en minimering af konstruktionens komplementære elastiske energi.

For revneafstande og revnevidder angives en simplificeret beregningsmetode baseret på den enaksede revneteori.

Det vises, at teorien stemmer godt overens med forsøg.

SUMMARY

In this report a theory is developed for the calculation of crack directions, crack distances and crack widths in reinforced concrete structures subjected to biaxial stress fields.

The crack direction is determined by minimization of the complementary elastic energy.

For crack distances and crack widths an approximate method of calculation, based on the uniaxial theory, is given.

It is shown, that the theory is in good agreement with tests.

SYMBOLER

L	Bredde af skive eller plade.
t	Tykkelse af skive eller plade.
d	Armeringsdiameter.
ℓ	Revneafstand.
ℓ_x	Teoretisk bestemt, enakset revneafstand målt langs x-aksen.
ℓ_y	Teoretisk bestemt, enakset revneafstand målt langs y-aksen.
w	Revnevidde.
β	Revneparameter, defineret ved $\beta = \frac{A_{be}}{\pi \Sigma d}$.
A_{be}	Effektivt betonareal, defineret som det betonareal, der omkring et armeringsjern er aktivt ved spændingsoptagelsen.
σ	Normalspænding. σ med kun index x eller y angiver ydre belastning.
τ	Forskydningsspænding. τ med kun indexer xy angiver ydre belastning.
σ_c	Betonens cylindertrykstyrke.
σ_t	Betonens trækstyrke.
T	Kraft i armeringen i en revne.
C	Komplementære elastiske energi.
E	Elasticitetskoefficient.
ε	Længdetøjninger.
n	Forholdet mellem armeringens og betonens elasticitetskoefficient.
θ	Revneretning (samme som betontrykkets retning) i forhold til x,y - koordinatsystemet.
φ	Geometriske armeringsforhold.
ω	Forholdet mellem ydre normalspænding og forskydningsspænding.
γ	φ_y/φ_x .

NEDRE INDEX

(x,y)	Koordinatsystem parallel med armeringsretningerne.
(ξ,η)	Koordinatsystem hvis η-akse er parallel med revneretningen.
b	Beton.
a	Armering.
aa	Værdi hvor betonens trækspændinger er negligeret.
ab, bb	Værdi hvor betonens trækspændinger er medtaget.

max	Maksimalværdi.
min	Minimalværdi.
m	Middelværdi.
f	Fraktilværdi, som overskrides i f% af udfaldene.

<u>ØVRE INDEX</u>

f	Forsøgsværdi.
b	Beregningsværdi.

<u>INDHOLDSFORTEGNELSE</u>

1. INDLEDNING

De fleste betonnormer verden over fastsætter visse maksimalt tilladelige revnevidder for armerede konstruktioner. Grænserne er dog noget varierende fra land til land. Reglerne skal primært sikre betonkonstruktionen en passende holdbarhed. Æstetiske aspekter har givetvis også spillet en rolle ved reglernes udformning.

De fleste, i praksis forekommende, jernbetonkonstruktioner er påvirket af en plan spændingstilstand. Trods dette gælder de eksisterende revneformler kun for enaksede spændingstilstande. De udtryk, der i litteraturen er angivet for biaksiale spændingstilstande, er "enaksede formler" multipliceret med en empirisk faktor, se f.eks. [77.1].

I denne rapport forsøges det at udlede en generel revneteori for biaksiale spændingstilstande.

Desværre kan den beskrevne teori ikke uden modifikationer anvendes på bjælkers forskydningszone eller på vridningspåvirkede bjælker. Dette skyldes blandt andet, at i en bjælkes forskydningszone mangler armeringen i den ene retning i reglen, og i vridningspåvirkede bjælker koncentreres længdearmeringen oftest i hjørnerne. De nødvendige modifikationer vil blive søgt beskrevet i en kommende rapport.
For at kunne beregne revnevidder og revneafstande må man kende revneretningen. Jesper F. Jensen et.al. [78.1] har vist, at bestemmelse af betontrykkets retning ved hjælp af en minimering af den komplementære elastiske energi giver endog ganske gode resultater for bjælkers vedkommende. Det synes således rimeligt også at anvende dette princip ved beregningen af betontrykkets retning i det generelle biaksiale spændingstilfælde.

Beregningen af revneafstande og revnevidder er ikke alene et traditionelt statisk problem, men også et statistisk fænomen, idet variationskoefficienterne for revneafstanden, samt revneviddens middelværdi er henholdsvis mellem 30-50% og 40-65%. Det synes således urimeligt i udledelsen af en teori at medtage led, der opsluges af den statistiske usikkerhed.

I det følgende udledes simplificerede beregningsudtryk, som er baseret på den enaksede revneteori, der er behandlet mere uddybende i ref. [83.1].

2. REVNERETNINGEN

I en armeret betonkonstruktion kan man komme ud for flere revnesystemer afhængigt af belastningsniveauet. I det urevnede stadium kan spændingstilstanden beskrives ved hjælp af elasticitetsteorien, idet armeringens indflydelse på stivheden i reglen kan negligeres. Det første revnesystem vil dannes i snittene med trækhovedspændingerne , når spændingen kommer op på betonens trækstyrke. Den tilsvarende revneretning betegnes den initiale revneretning.

Ved stigende belastning vil virkemåden nærme sig til virkemåden af et system med trækstyrken nul, mens beton og armering i reglen stadig vil være i et spændingsområde, hvor de kan regnes lineærelastiske. De hertil svarende revneretninger vil ofte være forskellige fra de initiale revneretninger. Ved et forsøg ser man derfor efterhånden det nye revnesystem udvikle sig ved, at nye revner dannes og krydser de gamle revner. De gamle revner vil i dette stadium i reglen overføre forskydningsspændinger, hvilket kan lade sig gøre, fordi en revne er meget ujævn; blandt andet vil revnerne oftest løbe uden om stenpartiklerne. Man taler på engelsk om "aggregate interlock".

Det har vist sig, at revneretningen i det fuldt revnede stadium med god tilnærmelse svarer til revneretningen i et system, hvor trækstyrken sættes til nul, og hvor beton og armering regnes lineærelastiske.

Efterhånden som belastningen nærmer sig bæreevnen, kan et tredie revnesystem udvikle sig, revnesystemet ved brudlasten. De hertil svarende revneretninger vil ofte være forskellige fra de tidligere revneretninger.

Her gennemgåes nu en metode til beregning af revneretningen i det fuldt revnede stadium. Jernbetonskiven, vist i fig. 1, med de ortogonale armeringsretninger x og y betragtes. Spændingstilstanden er homogen svarende til de ydre påvirkninger σ_x , σ_y og τ_{xy} .

I det fuldt revnede stadium regnes spændingsfordelingen at være som vist i fig. 1. Revneretningen θ vil indstille sig således, at den komplementære elastiske energi antager en minimumsværdi, idet den komplementære energi udregnes under forudsætning af, at trækspændingerne i betonen er nul.

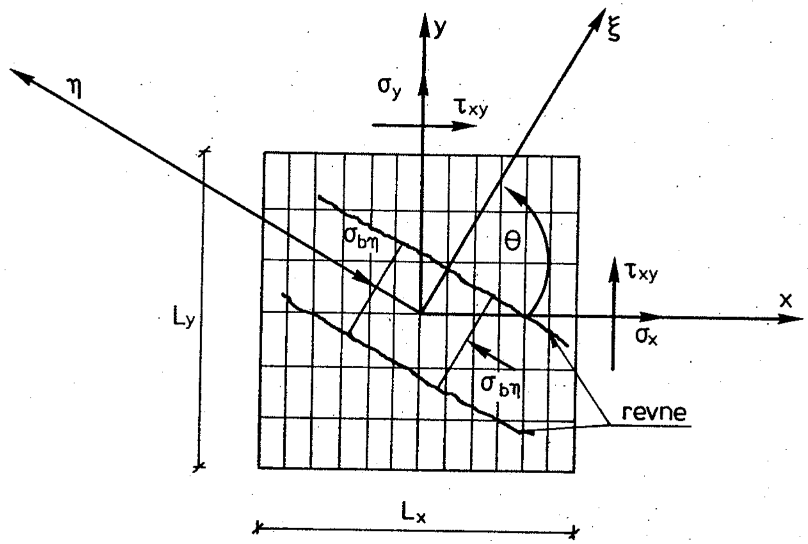

Fig. 1: Revneretningen

Af ligevægtsligningerne fås, se fig. 1,

$$\sigma_x = -\sigma_{b\eta}\sin^2\theta + \varphi_x\sigma_{aax} \qquad (1)$$

$$\sigma_y = -\sigma_{b\eta}\cos^2\theta + \varphi_y\sigma_{aay} \qquad (2)$$

$$\tau_{xy} = \sigma_{b\eta}\sin\theta\cos\theta \qquad (3)$$

Elimineres $\sigma_{b\eta}$ af (1)-(3), fås følgende udtryk for armeringsspændingerne

$$\sigma_{aax} = \frac{1}{\varphi_x}(\sigma_x + \tau_{xy}\tan\theta) \qquad (4)$$

$$\sigma_{aay} = \frac{1}{\varphi_y}(\sigma_y + \tau_{xy}\cot\theta) \qquad (5)$$

Betonens bidrag til den komplementære elastiske energi er, idet (3) anvendes,

$$C_b = \frac{\tau_{xy}^2 L_x L_y t}{2E_b}(\tan^2\theta + \cot^2\theta + 2) \qquad (6)$$

Udtrykket (6) gælder kun i det tilfælde, hvor den ene hovedspænding er en trykspænding. Andre tilfælde har her ingen interesse.

Armeringens bidrag til den komplementære elastiske energi er, idet armeringen kun regnes at kunne optage normalspændinger efter længderetningen og (4) og (5) anvendes

$$C_a = \frac{L_x L_y t}{2E_a}\left[\frac{1}{\varphi_x}(\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2\tan^2\theta + 2\sigma_x\tau_{xy}\tan\theta) + \frac{1}{\varphi_y}(\sigma_y^2 + \tau_{xy}^2\cot^2\theta + 2\sigma_y\tau_{xy}\cot\theta)\right] \qquad (7)$$

Hermed haves den samlede komplementære elastiske energi.

$$C = C_a + C_b \qquad (8)$$

Minimering af C med hensyn til θ fører til ligningerne

$$(n + \frac{1}{\varphi_x})\tan^4\theta + \frac{\omega_x}{\varphi_x}\tan^3\theta - \frac{\omega_y}{\varphi_y}\tan\theta - (n + \frac{1}{\varphi_y}) = 0 \quad \text{for} \quad \tau_{xy} \neq 0 \qquad (9)$$

$$\tan^2\theta = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}\frac{1}{\gamma} \quad \text{for} \quad \tau_{xy} = 0 \qquad (10)$$

Betonens bidrag til den komplementære elastiske energi er oftest negligibel. Dette kan vises at være tilfældet, når

$$n\varphi_x << 1 \quad \text{og} \quad n\varphi_y << 1 \qquad (11)$$

Hermed fås det simplere udtryk for (9).

$$\gamma\tan^4\theta + \gamma\omega_x\tan^3\theta - \omega_y\tan\theta - 1 = 0 \quad \text{for} \quad \tau_{xy} \neq 0 \qquad (12)$$

Revneretningen kan således bestemmes af enten (9) & (10) eller (10) & (12).

Både (9) og (12) må løses ved iteration. Det ses, at (12) ved anvendelse af (4) og (5) kan omformes til

$$\tan^2\theta = \frac{\sigma_{aay}}{\sigma_{aax}} \qquad (13)$$

3. REVNEAFSTANDEN

Spændingsforholdene ved dannelsen af en ny revne i nærheden af en eksisterende revne betragtes, se fig. 2.

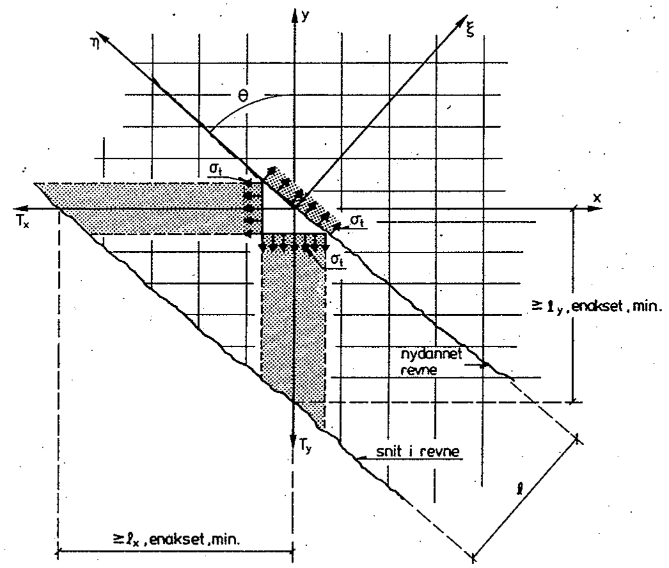

Fig. 2: Snit i en revne.

Den i fig. 1 viste spændingstilstand regnes gældende, det vil sige at der i betonen er en trykspænding $\sigma_{b\eta}$ parallel med revnen. I selve revnen overfører hvert enkelt armeringsjern henholdsvis kræfterne T_x og T_y, se fig. 2. Det antages nu, at armeringsjernene tilnærmelsesvis vil overføre spændinger til betonen på samme måde som i det enaksede tilfælde, se [83.1]. Når trækspændingerne i betonen både efter henholdsvis x og y retningen kommer op på betonens trækstyrke σ_t, vil $\sigma_{b\eta}$ overlejres af et hydrostatisk træk således at $\sigma_{b\xi} = \sigma_t$ og en ny revne vil kunne dannes, se fig. 2. For at $\sigma_{b\xi}$ kan nå værdien σ_t, kræves det altså, at betonen både efter x og y retningen har nået spændingen σ_t. De overføringslængder ℓ_x og ℓ_y, der kræves før betonen når spændingen σ_t, antages at kunne beregnes af udtrykkene for det enaksede tilfælde, se [83.1]. Det ses således, at den største projektionsværdi af ℓ_x og ℓ_y på ξ-retningen er afgørende for den vinkelrette revneafstand ℓ. Hermed kan ℓ altså bestemmes af

$$\ell = \begin{cases} \ell_x|\cos\theta| & \text{for} \quad \ell_x \geq \ell_y|\tan\theta| \\ \ell_y|\sin\theta| & \text{for} \quad \ell_x \leq \ell_y|\tan\theta| \end{cases} \tag{14}$$

For revneretninger nær 0° og 90° vil den ene retning blive dominerende, således at spændingen i betonen i den anden retning ikke altid vil nå σ_t, før en revne dannes.

Findes værdien af ℓ_x eller ℓ_y til værdier der nogenlunde svarer til de respektive afstande mellem armeringsjernene, vil revneafstanden oftest blive lig med den tilsvarende armeringsafstand efter enten x- eller y-retningen, idet krydsende armeringsjern virker revneintroducerende på grund af kærvvirkningen.

4. REVNEVIDDEN

Tøjningstilstanden i en armeret skive uden trækstyrke med homogen spændingstilstand kan regnes at være homogen med hovedretningen i henholdsvis betontrykkets retning og retningen vinkelret herpå. Tøjningerne i armeringsjernene kan regnes at være længdetøjninger alene, svarende til den homogene tøjningstilstands længdetøjning i retningen svarende til armeringsjernene. Eventuelle vinkelændringer i armeringsretningerne regnes ikke at give anledning til tøjninger i armeringsstængerne, se [69.1].

Da summen af længdetøjningerne er en invariant fås, se fig. 3.

$$\varepsilon_{abx} + \varepsilon_{aby} = \varepsilon_{bb\eta} + \varepsilon_{bb\xi} \tag{15}$$

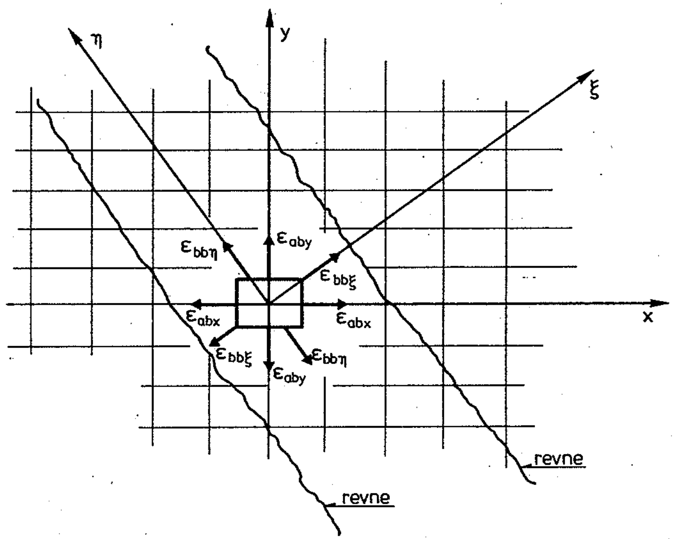

Fig. 3: Tøjningstilstand mellem revner.

Efter η-aksen er der en trykspændingstilstand i betonen, og det kan derfor antages at $|\varepsilon_{bb\eta}| << \varepsilon_{bb\xi}$, således at

$$\varepsilon_{bb\xi} = \varepsilon_{abx} + \varepsilon_{aby} \tag{16}$$

Hermed fås følgende udtryk for revnevidden

$$w = \ell\, \varepsilon_{bb\xi} = \ell(\varepsilon_{abx} + \varepsilon_{aby}) \tag{17}$$

Ved beregning af en betonkonstruktions armeringsspændinger i det elastiske revnede stadium negligeres oftest trækspændingerne i betonen således, at det er ε_{aax} og ε_{aay}, der bestemmes. Disse udtryk kan anvendes i (16), dog bør det checkes, at betontrækspændingernes bidrag til stivheden (tension stiffening) er negligibel. Dette kan gøres ved beregning af $\delta \frac{4\sigma_t \beta}{E_a d}$ efter henholdsvis x og y retningen, se [83.1]. Er disse udtryk ikke negligible bliver beregningen af $\varepsilon_{bb\xi}$ betydeligt mere kompliceret. Som et tilnærmelsesudtryk vil

$$\varepsilon_{bb\xi} = \varepsilon_{aax} + \varepsilon_{aay} - \delta \frac{4\sigma_t}{E_a} \left(\frac{\beta_x}{d_x} + \frac{\beta_y}{d_y}\right) \tag{18}$$

hvor

$$\delta = \left\{ \begin{array}{lll} \frac{1}{3} & \text{for} & \text{korttidslast} \\ \frac{1}{5} & \text{for} & \text{langtidslast} \end{array} \right. \tag{19}$$

kunne anvendes. Udtrykket (18) stemmer for alle revnehældninger med undtagelse af revnehældningerne nær 0° og 90°. For disse revneretninger vil korrektionsbidraget for den svage retning blive for stort. Indtil videre og i mangel af bedre regnes (18) dog gældende for alle værdier af θ.

For den maksimale revnevidde regnes som ved enaksede tilstande

$$w_{max} = (1{,}8 \text{ å } 2{,}0)\,\ell_m\, \varepsilon_{bb\xi} \tag{20}$$

idet max her betegner en ikke nærmere defineret fraktilsværdi.

5. TEORI VURDERET MED FORSØG

5.1 REN FORSKYDNING

En isotropt armeret skive påvirket til ren forskydning får revneretningen $\theta = 45^{\circ}$. Hermed fås for revneafstanden, idet $\ell_x = \ell_y$ og (14) anvendes.

$$\ell = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\ell_x \tag{21}$$

Da $\varepsilon_{abx} = \varepsilon_{aby}$ fås for revnevidden ved hjælp af (17)

$$w = \sqrt{2}\,\ell_x\,\varepsilon_{abx} \tag{22}$$

Leonhardt har på basis af forsøg fundet talfaktoren til ca. 1,6. Der ses således at være rimelig overensstemmelse mellem den teoretiske og den forsøgsmæssigt bestemte faktor.

5.2 FORSØG AF JØRG PETER

Forsøg med skiver udført af Jørg Peter er beskrevet i [64.1]. Skiverne samt kraftpåvirkningen er vist i fig. 4.

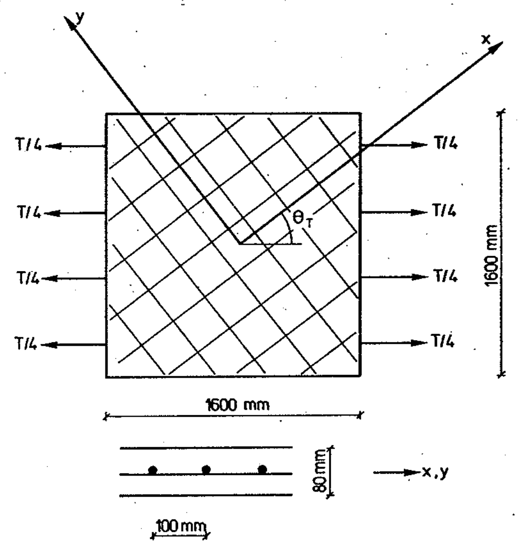

Fig. 4: Skiveforsøg af Jørg Peter.

Alle skiver er ortogonalt armeret efter x og y retningerne med 8 mm "Rippentorstähle" med flydespændingen 422 N/mm². Gennemsnitsværdien af betonens cylindertrykstyrke er for alle skiver 19,7 N/mm².

Alle forsøgsværdier blev målt i et 1000 x 1000 mm² kvadrat i midten af skiverne, idet der her kan regnes med en homogen spændingstilstand. Armeringstøjningerne blev målt 15 steder i hver enkelt skive. Gennemsnittet af disse værdier er vist i tabel 1, idet tøjningerne er omsat til spændinger ved division med $E_a = 2{,}1 \cdot 10^5$ N/mm². Ved hjælp af disse spændinger er revneretningen bestemt efter (13). Resultatet er angivet som θ^f i tabel 1. En bestemmelse af θ efter (9) er angivet i tabel 1 som θ^b idet

$$\sigma_x = \frac{T}{128000}\cos^2\theta_T\ ,\quad \sigma_y = \frac{T}{128000}\sin^2\theta_T$$
$$\tau_{xy} = -\frac{T}{128000}\cos\theta_T\sin\theta_T \tag{23}$$

er anvendt. Udtrykkene (23) samt θ^b er også anvendt ved beregning af armeringsspændingerne efter (4) og (5). Værdierne er vist i de sidste kolonner i tabel 1.

For hver enkelt skive ses θ^f af tabel 1 at stige svagt for stigende belastningstrin, således at θ^f nærmer sig θ^b. Dette er i overensstemmelse med beregningsmodellens forudsætninger, idet revnedannelsen i betonen vil træde kraftigere frem for stigende belastningstrin, ligesom betydningen af betonens trækspændinger vil aftage. Det synes dog rimeligt at betragte θ som værende konstant for hele det revnede elastiske stadium, hvilket tildels bekræftes af forsøgene, således at θ fundet af formlerne i afsnit 2 kan anvendes i hele det elastiske revnede stadium.

Bjælke nr.	θ_T	T	σ^f_{abx}	σ^f_{aby}	θ^f	θ^b	σ^b_{aax}	σ^b_{aay}
	grad	kN	N/mm²	N/mm²	grad	grad	N/mm²	N/mm²
S2r0	0	200	126	0	0	0	248	0
		250	210	0	0		310	0
		300	294	0	0		372	0
		350	399	0	0		434	0
S2r10	10	200	80	15	23,4	29,2	264	83
		250	221	25	18,6		330	104
		300	357	55	21,4		396	125
S2r20	20	200	101	25	26,5	35,5	276	141
		250	206	53	26,9		345	176
		300	290	80	27,7		414	211
		350	424	141	30,0		483	246
S2r30	30	200	63	34	36,3	39,8	275	191
		250	210	122	37,3		344	239
		300	311	185	37,6		413	286
		350	485	279	37,2		482	334
S2r40	40	200	80	59	40,7	43,3	261	232
		250	212	162	41,2		326	290
		300	294	242	42,2		391	348
		350	384	321	42,4		456	406

Alle θ^f og θ^b værdier har negativt fortegn.

Tabel 1: Armeringsspændinger samt revneretninger. Forsøgs- og beregningsværdier.

I fig. 5 - fig. 8 er θ^b fra tabel 1 indtegnet på billeder af skiverne, og overensstemmelsen med de virkelige revneretninger ses at være god. Belastningsretningen for skiverne i fig. 5-8 er lodret.

I skiverne blev revneafstanden målt i tre linier parallel med den ydre krafts retning, idet den midterste målelinie lå i midten af skiven, mens de to andre lå 400 mm til hver side. Den målte middelrevneafstand er i tabel 2 angivet som længden ℓ_x , d.v.s. den målte længde er her divideret med $\cos\theta_T$.

θ_T	0	10	10	20	20	30	40
ℓ^f_{xm} (mm)	137	170	122	138	122	133	150

Tabel 2: Målte middelrevneafstande.

Som middelværdi for tallene i tabel 2 fås ℓ^f_{xm} = 139 mm, med variationskoefficienten 12%. Idet det erindres, at variationskoefficienten alene på forsøgsværdierne af revneafstanden er 30%-50%, kan revneafstanden i tabel 2 siges at være konstant i overensstemmelse med teorien. Regnes hele betonarealet effektivt fås revneparameteren til β = 318 mm. Da denne β-værdi ligger i det tvivlsomme område for Efsen & Krenchels samt CEB's enaksede revneafstandsformel, se nærmere diskussion i [83.1], synes det her rimeligt, at anvende Beeby's enaksede revneafstandsformel. Som det fremgår af [83.1] er der stor usikkerhed med hensyn til revneafstandsbestemmelsen i skiver påvirket til enakset træk parallel med armeringen. Derfor anvendes her indtil videre formlen for revneafstanden lige over armeringsjernene. Hermed fås

$$\ell^b_{xm} = 144 \text{ mm} \tag{24}$$

Denne værdi er i god overensstemmelse med forsøgsværdien.

I fig. 9-13 er de målte middelrevnevidder indtegnet med fuldt optrukken linie. Med stiplet linie er en beregnet revnevidde indtegnet, idet forsøgsværdierne er anvendt i beregningsudtrykket,

$$w_m = \frac{\ell^f_{xm}\cos\theta^f}{2{,}1\cdot 10^5}(\sigma^f_{abx} + \sigma^f_{aby}) \tag{25}$$

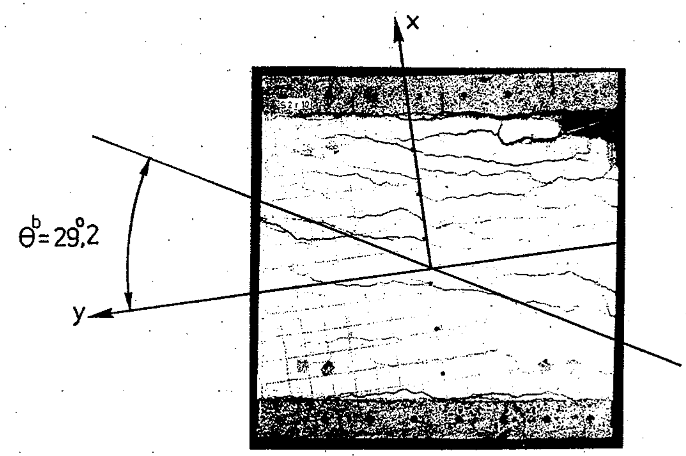

Fig. 5: Skive S2r10, $\theta_T = 10^\circ$

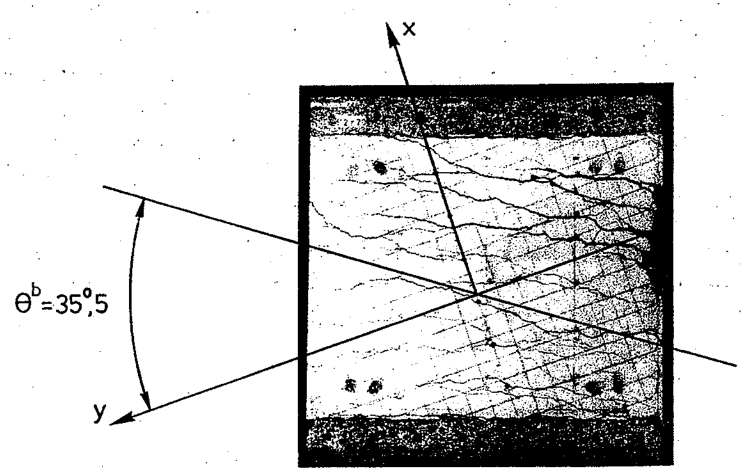

Fig. 6: Skive S2r20, $\theta_T = 20^\circ$

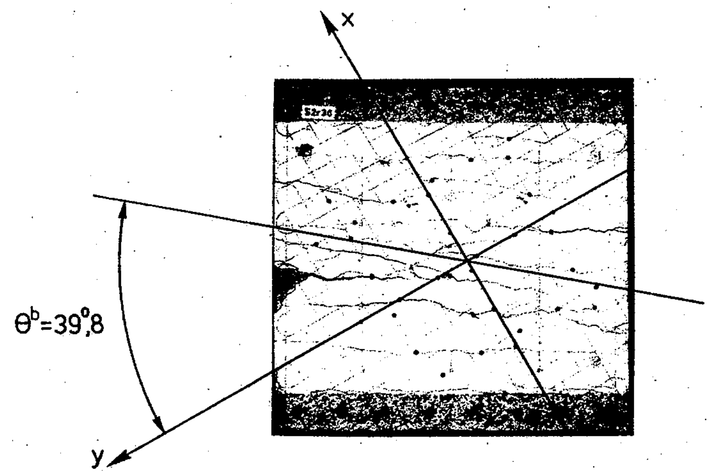

Fig. 7: Skive S2r30, $\theta_T = 30^\circ$

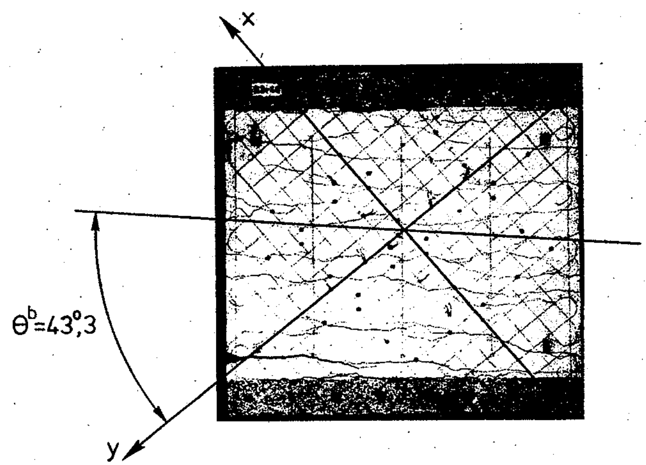

Fig. 8: Skive S2r40, $\theta_T = 40^\circ$

Den sidste kurve i fig. 9-13 er en beregnet kurve, hvor (18) er anvendt, idet "tension stiffening" ikke er negligibel. Alle værdier der indgår i beregningen er beregningsværdier, således at

$$w_m = \frac{160 \cos\theta^b}{2{,}1\cdot 10^5} (\sigma^b_{aax} + \sigma^b_{aay} - 149) \qquad (26)$$

For $\theta^b = 0$ anvendes i stedet for 149 i (26) halvdelen af denne værdi, altså 74, idet armeringen efter y-retningen ikke er aktiv.

Overensstemmelsen mellem forsøgsværdierne og beregningen efter (25) er god, og det synes således bekræftet, at beregningsmetoden fungerer tilfredsstillende. Beregningsværdien efter (26) synes at være lidt konservativ, specielt for små belastninger. Dette er dog fuldt ud i overensstemmelse med forudsætningerne for beregningen efter (18), se nærmere herom i afsnittet om revnevidder i [83.1]. Beregningen synes dog som tilnærmelse absolut at fungere efter hensigten.

For forsøgsværdierne findes middelværdien af w^f_{max}/w^f_m til 1,85 med en variationskoefficient på 25%. Dette forhold stemmer overens med faktoren angivet i (20).

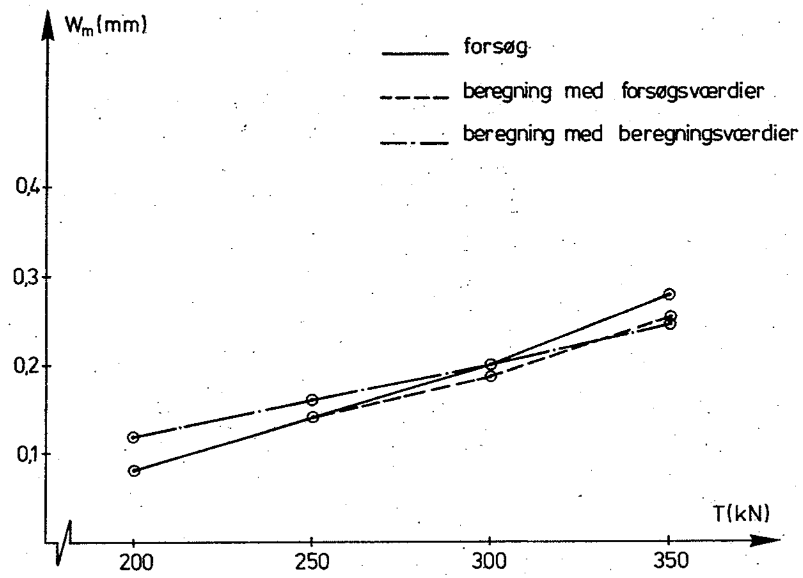

Fig. 9: Skive S2r0

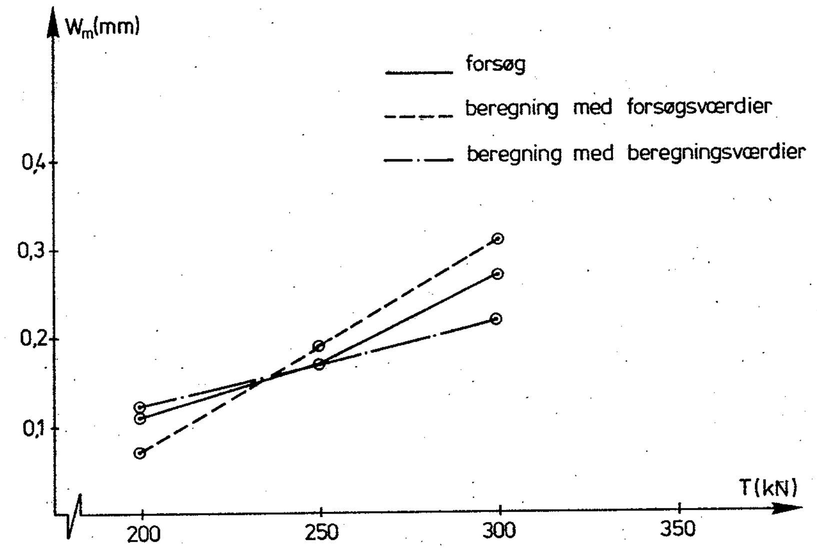

Fig. 10: Skive S2r10

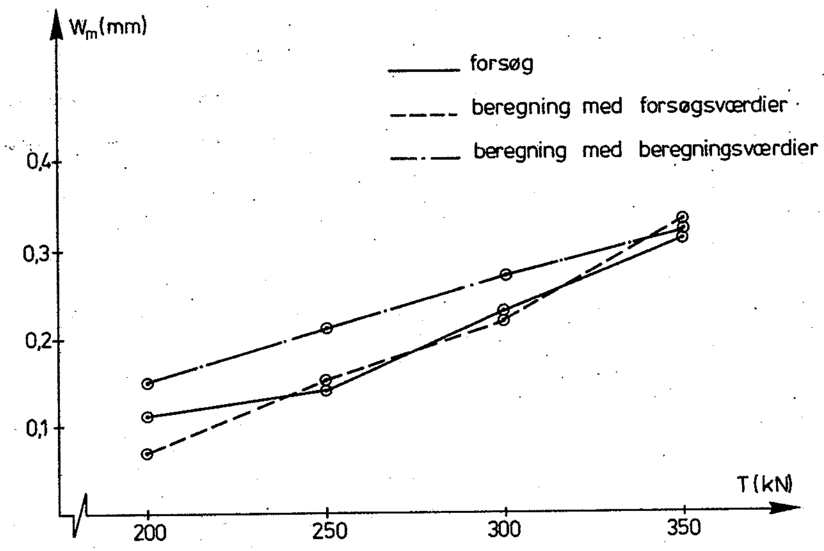

Fig. 11: Skive S2r20

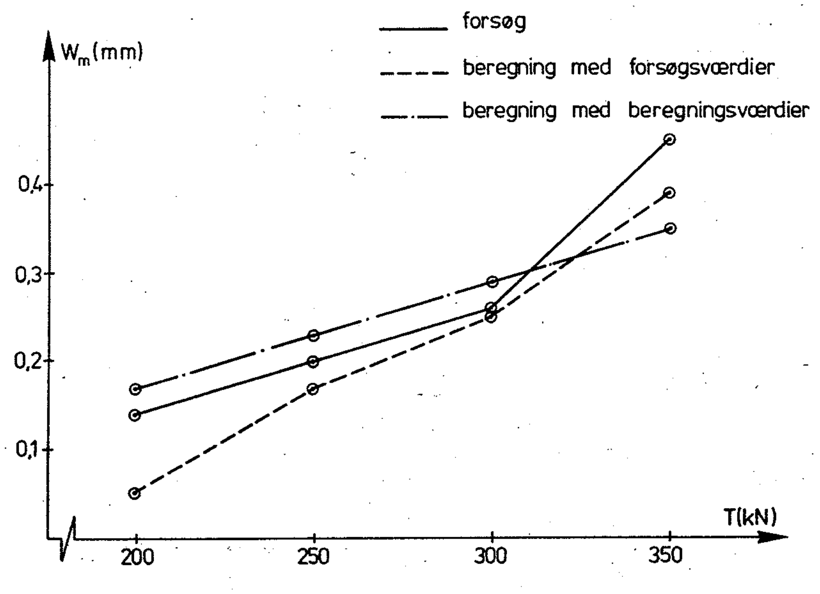

Fig. 12: Skive S2r30

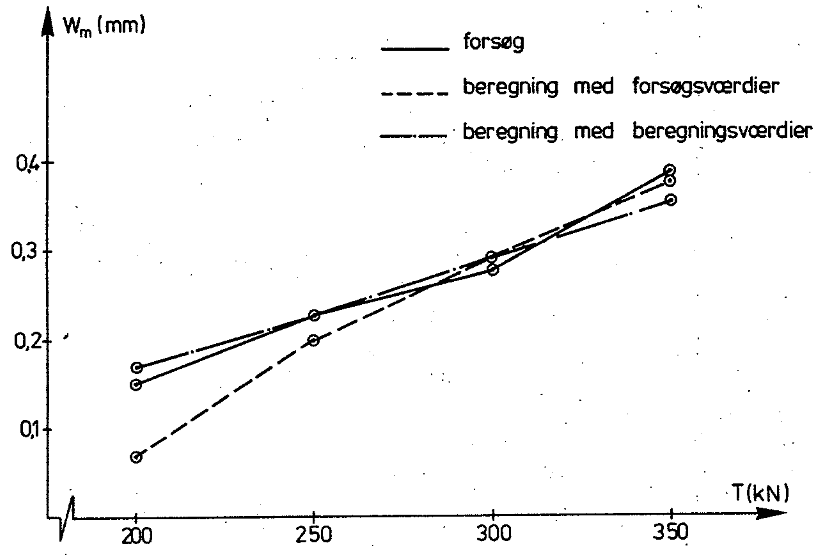

Fig. 13: Skive S2r40

5.3 FORSØG AF J.F. JENSEN et.al.

Forsøg med isotropt armerede hjørnebelastede plader, se fig. 14, er kort beskrevet i [81.1]. En mere udførlig beskrivelse af forsøgsserien er endnu ikke offentliggjort. Pladerne var i kanterne armeret med bøjler (ikke vist i fig. 14) for at hindre gennemlokningsbrud.

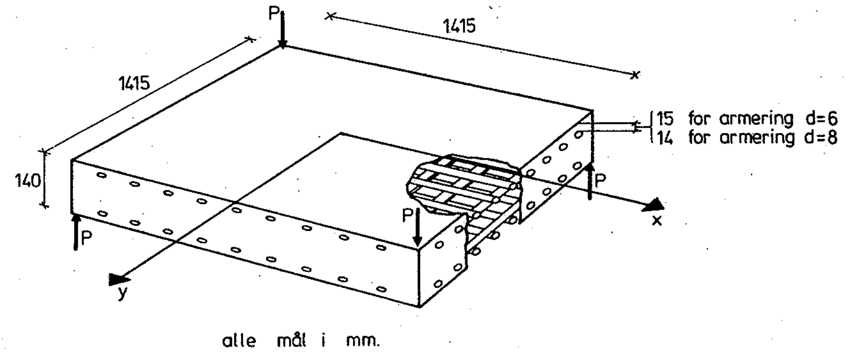

Fig. 14: Forsøg af J.F. Jensen et.al.

Armeringstøjningerne blev målt fire steder i midten af pladen. Desforuden blev den maksimale revnevidde målt ved hjælp af revnemålestok, hvilket medfører en vis unøjagtighed på målingerne.

Pladerne er påvirket til ren vridning, således at revneretningen er $\theta = 45^\circ$, dog således at revneretningerne i overside og underside er forskudt 90° i forhold til hinanden. Billeder af pladerne bekræfter disse revneretninger.

Parallel med revnerne vil pladerne være påvirket af et bøjningsmoment, således at den i [83.1] angivne metode B kan anvendes ved bestemmelse af den enaksede revneafstand. Da β overholder kravene til Efsen & Krenchels formel anvendes denne, se [83.1].

En teoretisk bestemmelse af armeringstøjningerne kan ske efter udtrykkene angivet side 78 i M.P. Nielsen [69.1].

I fig. 15-19 er de målte maksimale revnevidder indtegnet med fuldt optrukken linie. Med stiplet linie er de teoretiske værdier indtegnet, idet målte revneafstande og armeringstøjninger samt $w_{max}/w_m = 2$ er anvendt. De i fig. 15-19 angivne og anvendte forsøgsværdier af middelrevneafstandene er fundet via billeder af forsøgspladerne. Med punkteret linie er en beregnet kurve optegnet, idet alle værdier ved beregningen er teoretiske. Ved bestemmelsen af A_{be} er CEB's krav anvendt, se nærmere herom i [83.1]. For armeringstøjningerne er udtrykket (18) anvendt. For w_{max}/w_m er anvendt værdien 2.

Konklusionen på denne forsøgsserie ses at stemme overens med den i afsnit 5.2 anførte.

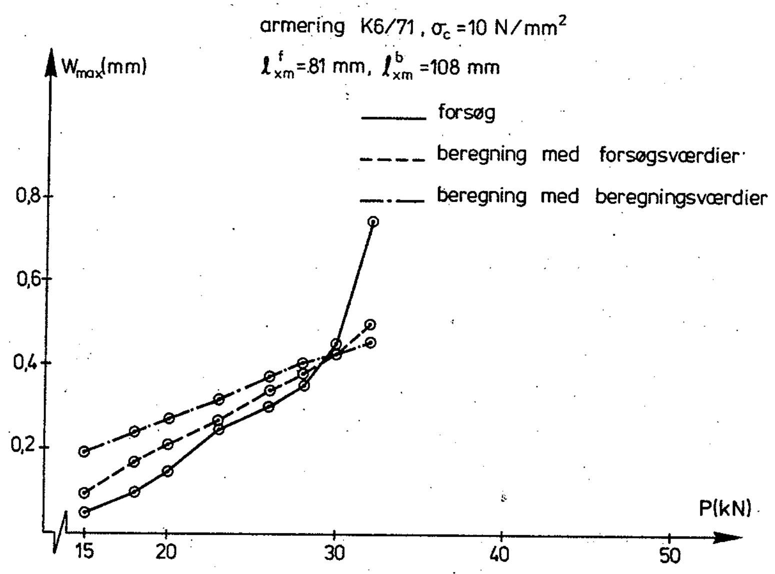

Fig. 15: Plade nr. PTE 4

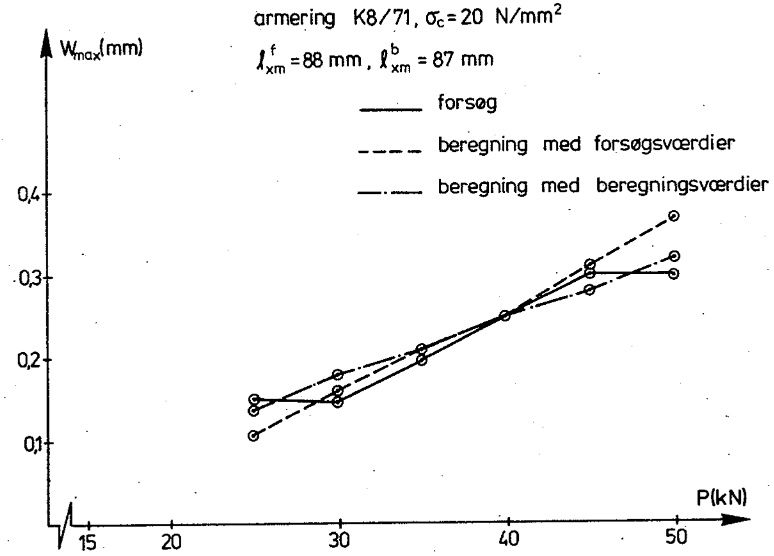

Fig. 16: Plade nr. PTB 2

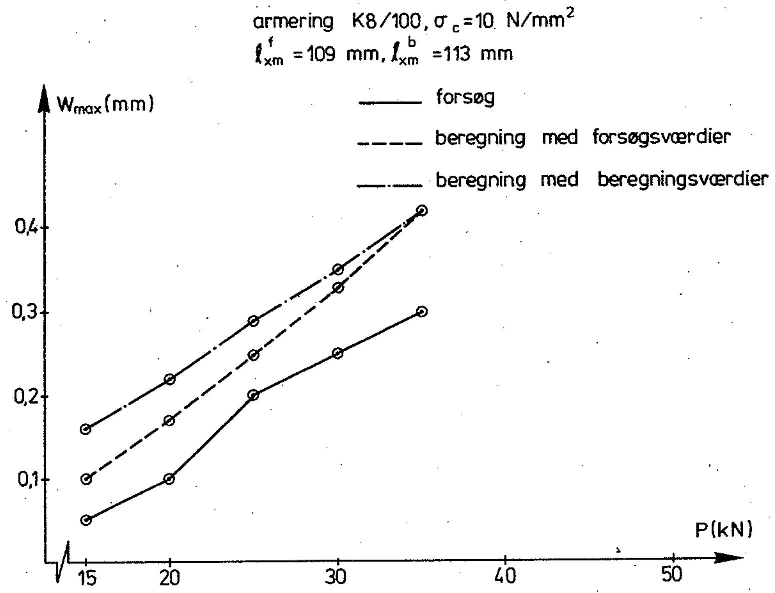

Fig. 17: Plade nr. PTE 1

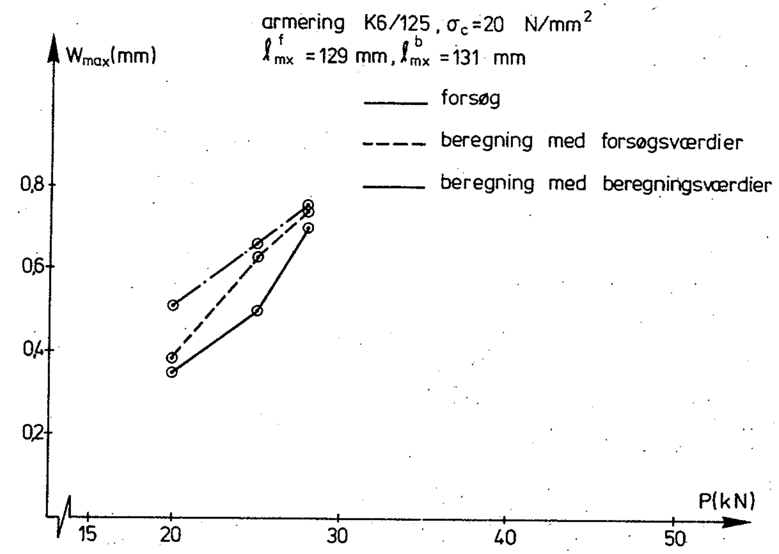

Fig. 18: Plade nr. PTB 5

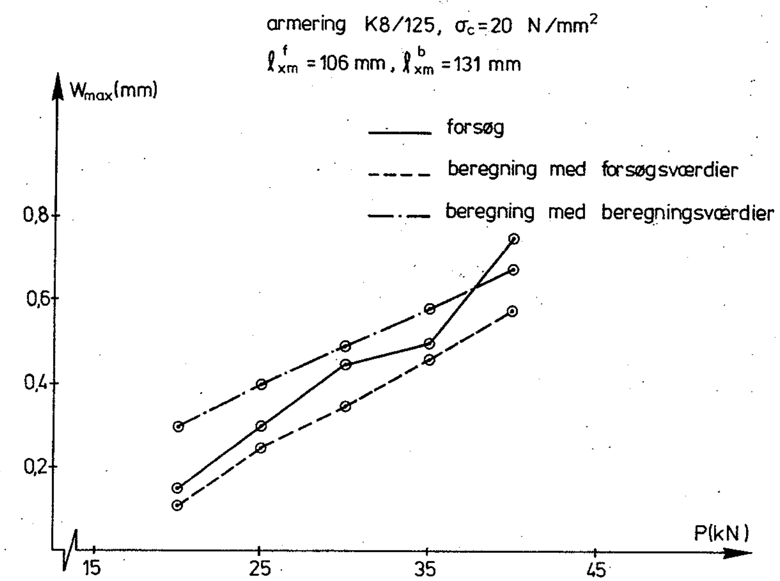

Fig. 19: Plade nr. PTB 4

6. KONKLUSION

Som det fremgik af afsnit 5, synes der at være endog særdeles god overensstemmelse mellem teori og forsøg. Desværre har forsøgsmaterialet hverken været statistisk eller teoretisk helt så dækkende, som man kunne ønske. På længere sigt bør et bedre forsøgsmateriale tilvejebringes for en endelig vurdering af teorien. Foreløbigt synes det dog rimeligt at anvende teorien som beskrevet i denne rapport.

For skiver kan formlerne anvendes direkte. Man bør dog ved bestemmelsen af den enaksede revneafstand være opmærksom på de begrænsninger, der gælder for anvendelsen af visse enaksede formler for store β-værdier, se nærmere herom i [83.1].

For plader kan den i [83.1], afsnit 3, beskrevne metode B anvendes ved bestemmelsen af β, dog således at reglerne for A_{be} overholdes, se nærmere herom i [83.1].

LITTERATUR

[64.1] Jørg Peter:
Zur Bewehrung von Scheiben und Schalen für Hauptspannungen schiefwinklig zur Bewehrungsrichtung.
Dissertation,
Technischen Hochschule,
Stuttgart 1964.

[69.1] M.P. Nielsen:
Om jernbetonskivers styrke.
Polyteknisk Forlag,
København 1969.

[77.1] Fritz Leonhardt:
Crack Control in Concrete Structures.
IABSE Surveys S-4/77,
IABSE Periodica 3/1977.

[78.1] J.F. Jensen, V. Jensen, H.H. Christensen, F. Bach, M.W. Bræstrup og M.P. Nielsen:
On the Behaviour of Cracked Reinforced Concrete Beams in the Elastic Range.
Rapport R103, Afdelingen for Bærende Konstruktioner, DtH, Lyngby 1978.

[81.1] J.F. Jensen, F. Bach, J. Rasmussen og M.P. Nielsen:
Jernbetonplader med hjørnelast.
Intern Rapport I68,
Afdelingen for Bærende Konstruktioner,
DtH, Lyngby, 1981.

[82.1] B. Feddersen:
Revner i beton, del 1 og 2.
Eksamensprojekt, Afdelingen for Bærende Konstruktioner, DtH, Lyngby, 1982.

[83.1] B. Feddersen og M.P. Nielsen:
Revneteorier for enaksede spændingstilstande.
Rapport R162,
Afdelingen for Bærende Konstruktioner,
DtH, Lyngby, 1983.

AFDELINGEN FOR BÆRENDE KONSTRUKTIONER
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

Department of Structural Engineering
Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby

SERIE R
(Tidligere: Rapporter)

R 115. PEDERSEN, MAX ELGAARD: En generel beregningsmetode for betontværsnit. 1980.
R 116. PEDERSEN, MAX ELGAARD: Kipstabilitet af armerede betonbjælker. 1980. Uds.
R 117. BRYDER, KAJ L.: Optimeringsmetoder for 2-dimensionale legemer af ideal-plastisk materiale. 1980.
R 118. DUKOW, EWTIM N.: Optimale Projektierung von vorgespannten Brückenträgern. 1980.
R 119. PEDERSEN, HENNING: Optimering af jernbetonplader. 1980.
R 120. BACH, FINN, M.P. NIELSEN and M.W. BRÆSTRUP: Shear Tests on Reinforced Concrete T-beams. Series V, U, X, B and S. 1980.
R 121. Resumeoversigt 1979. Summaries of Papers 1979. 1980.
R 122. NIELSEN, J.Aa., F. JOHNSEN og N.J. GIMSING: Trykkede pladefelters bæreevne. 1980.
R 123. KRAGERUP, JAN: Undersøgelse af stålnormens metoder til bestemmelse af bæreevnen af geometrisk imperfekte stålsøjler. 1980.
R 124. HANSEN, SVEND OLE: Vindbelastede skorstene. 1. del. Matematiske modeller. 1980. Uds.
R 125. HANSEN, SVEND OLE: Vindbelastede skorstene. 2. del. Stigsnæs skorstenen. 1980. Uds.
R 126. GIMSING, NIELS J.: Four Papers on Cable Supported Bridges. 1980.
R 127. SVENSSON, SVEN EILIF og JAN KRAGERUP: Interaktiv bæreevne af sammensatte søjler. 1980.
R 128. GIMSING, NIELS J. og JØRGEN GIMSING: Analysis of Erection Procedure for Bridges with Combined Cable Systems. Cable Net Bridge Concept. 1980.
R 129. ROSTAM, STEEN og EIGIL STEEN PEDERSEN: Partially Prestressed Concrete Bridges. Danish Experience. 1980.
R 130. BRØNDUM-NIELSEN, TROELS: Stress Analysis of Cracked Arbitrary Concrete Section under Service Load. 1981.
R 131. BRINCKER, RUNE: Plane revneudvidelsesproblemer i lineært viscoelastiske materialer. Løsning af plane lineært viscoelastiske randværdiproblemer med kendt revneudbredelsesforløb. 1982.
R 132. Reserveret.
R 133. Reserveret.
R 134. ABK's informationsdag 1981. 1981.
R 135. Resumeoversigt 1980. Summaries of Papers 1980. 1981.
R 136. BACH, FINN og M.P. NIELSEN: Nedreværdiløsninger for jernbetonplader. 1981.
R 137. Publication pending.

R 138. NIELSEN, LEIF OTTO og PETER NITTEGAARD-NIELSEN: Elementmetodeberegninger på mikrodatamat. 1981.
R 139. MONDORF, P.E.: Concrete Bridges. Literature Index. 1981.
R 140. NIELSEN, METTE THIEL: Lamb's Problem. Internal Harmonic Point Load in a Half-Space. 1981.
R 141. JENSEN, JESPER FRØBERT: Plasticitetsteoretiske løsninger for skiver og bjælker af jernbeton. 1982.
R 142. MØLLLMANN, H.: Thin-Walled Elastic Beams with Finite Displacements. 1981.
R 143. KRAGERUP, JAN: Five Notes on Plate Buckling. 1982.
R 144. NIELSEN, LEIF OTTO: Konstitutiv modellering af friktionsdæmpning. 1982.
R 145. NIELSEN, LEIF OTTO: Materiale med friktion til numeriske beregninger. 1982.
R 146. Resuméoversigt 1981. Summary of Papers 1981. 1982.
R 147. AGERSKOV, H. and J. BJØRNBAK-HANSEN: Bolted End Plate Connections in Round Bar Steel Structures. 1982.
R 148. NIELSEN, LEIF OTTO: Svingninger med friktionsdæmpning. 1982.
R 149. PEDERSEN, CARL: Stability Properties and Non-Linear Behaviour of Thin-Walled Elastic Beams of Open Cross-Section. Part 1: Basic Analysis. 1982.
R 150. PEDERSEN, CARL: Stability Properties and Non-Linear Behaviour of Thin-Walled Elastic Beams of Open Cross-Section. Part 2: Numerical Examples. 1982.
R 151. KRENCHEL,HERBERT and HANS WINDBERG JENSEN: Organic Reinforcing Fibres for Cement and Concrete. 1982.
R 152. THIEL, METTE: Dynamic Interaction between Soil and Foundation. 1982.
R 153. THIEL, METTE: Soil-Pile Interaction in Horizontal Vibration. 1982.
R 154. RIBERHOLT, H. og PER GOLTERMANN: Sømmede træbjælker. 1982.
R 155. JENSEN, JENS HENNING: Forkammede armeringsstængers forankring, specielt ved vederlag. 1. del. 1982.
R 156. JENSEN, JENS HENNING: Forkammede armeringsstængers forankring, specielt ved vederlag. 2. del. Appendix A til F. 1982.
R 157. ARPE, ROBERT and CLAES DYRBYE: Elasto-Plastic Response to Stochastic Earthquakes. 1983.
R 158. WALD, FRANTISEK: Non-Linear Analysis of Steel Frames (with Special Consideration of Deflection). 1983.
R 159. BRÆSTRUP, MIKAEL W.: Ten Lectures on Concrete Plasticity. Course given in Nanjing, China, October 1982. 1983.
R 160. FEDDERSEN, BENT og M.P. NIELSEN: Opbøjet spændarmering som forskydningsarmering. 1983.
R 161. KRAGERUP, JAN: Buckling of Rectangular Unstiffened Steel Plates in Compression. 1983.

Abonnement 1.7.1982 - 30.6.1983 Kr. 100.-.
Subscription rate 1.7.1982 - 30.6.1983 D.kr. 100.-.