

KAT. R 254



Afdelingen for Bærende Konstruktioner
Department of Structural Engineering
Danmarks Tekniske Højskole · Technical University of Denmark

NY TEORI TIL BESTEMMELSE AF
REVNEAFSTANDE OG REVNEVIDDER
I
BETONKONSTRUKTIONER

DAVID HOLKMANN OLSEN

M. P. NIELSEN



Afdelingen for Bærende Konstruktioner
Department of Structural Engineering
Danmarks Tekniske Højskole
Bygning 118 DK-2800 Lyngby

Serie R

No 254

1990

1 5 JUNI 1990

NY TEORI TIL BESTEMMELSE AF
REVNEAFSTANDE OG REVNEVIDDER
I
BETONKONSTRUKTIONER

DAVID HOLKMANN OLSEN

M. P. NIELSEN

Ny Teori til Bestemmelse af Revneafstande og Revnevidder i Betonkonstruktioner

Copyright © by David Holkmann Olsen & M.P. Nielsen, 1990

Tryk:

Afdelingen for Bærende Konstruktioner

Danmarks Tekniske Højskole

Lyngby

ISBN 87-7740-030-5

FORORD

Det i denne rapport beskrevne arbejde er udført ved Afdelingen for Bærende Konstruktioner, Danmarks tekniske Højskole.

Arbejdet er primært baseret på et eksamensprojekt udført ved ABK i foråret 1988 af Stud. Lic. David Holkmann Olsen med Professor, Dr. Techn. M. P. Nielsen som vejleder.

RESUME

Med udgangspunkt i de revneforhold der optræder i armeret beton udvikles der en generel teori til bestemmelse af revneudviklingen både i det tidlige og i det fuldt udviklede revnestadium.

Med det tidlige revnestadium menes det stadium, hvor armeret beton bliver udsat for små tøjninger, f.eks. som følge af svind, krybning eller temperatur påvirkninger (S.K.T.-påvirkninger).

De teoretiske overvejelser resulterer i et sæt formler til beregning af middelrevneafstanden og middelrevnevidden som funktion af enten spændingerne eller tøjningerne. Formlerne er gyldige for betonkonstruktioner udsat for enakset træk og bøjning. Endvidere er der foretaget en statistisk undersøgelse af revnefordelingen med henblik på bestemmelse af den maksimale revnevide.

Resultaterne af teoriens beregninger på et stort antal forsøgsbjælker fra litteraturen viser en god overensstemmelse med de aktuelle forsøgsværdier.

Summary

A theory of cracking of reinforced concrete is developed to describe the crack development from the very early stage to the fully developed stage.

Cracking of reinforced concrete in the early stage is usually caused by shrinkage, creep or temperature loading.

A set of formulas to calculate the mean crack spacing and the mean crack width are presented as a function of either the stress or the strain. The formulas are valid for reinforced concrete beams subjected to uniaxial tension and bending. Furthermore, a statistical investigation is carried out concerning crack distribution in order to determine the maximum crack width.

The theoretical predictions of the mean crack width is compared with a great number of experimental results from the literature, and a good agreement is obtained.

SYMBOLLISTE.

a	Transmissionsrevneafstand.
a_t	Transmissionsrevneafstand ved enakset træk.
a_{tb}	Transmissionsrevneafstand for enaksede bøjningsrevner.
a_{bb}	Transmissionsrevneafstand for bøjningsrevner.
A	Areal.
A_c	Areal af beton.
A_{ct}	Areal af beton i trækzonen.
A_{cte}	Effektivt areal af betonen i trækzonen.
A_s	Areal af armering.
A_{te}	Det totale effektive areal af betontværsnittet.
A_T	Forskydningsareal.
b	Bredde af bjælke eller trækstang.
B	Se formel (6.99).
c	Dæklagstykkelse.
c_1	Se bemærkningerne efter formel (5.10).
C	Trykresultant.
d	Diameter af armering.
D	Dissipation.
E_c	Betonens elasticitetsmodul.
E_s	Armeringens elasticitetsmodul.
f	Fraktilværdi.
f_{cc}	Betonens trykstyrke.
f_{ccp}	Betonens plastiske trykstyrke.
f_{ct}	Betonens trækstyrke.
f_{ctb}	Betonens bøjningstrækstyrke.
f_{ctp}	Betonens plastiske trækstyrke.
f_y	Armeringens flydespænding.
f_{yk}	Armeringens karakteristiske flydespænding.

h	Højde af bjælke.
h_e	Afstand fra overkant af bjælke til tyngdepunkt af armeringen, (effektiv højde eller nyttehøjde).
h_i	Den momentpåvirkede bjælkes indre momentarm.
h_{un}	Afstand fra nullinie til underkant af bjælke.
I_{tyr}	Inertimoment for det revnede tværsnit.
I_{tyu}	Inertimoment for det urevnede tværsnit.
k_w	Se formel (6.131).
l	Revneafstand.
l_{bb}	Revneafstand for bøjningsrevner.
l_{obb}	Sliplængden for bøjningsrevner.
l_{otb}	Sliplængden for enaksede bøjningsrevner.
l_t	Revneafstand for enakset træk.
l_{tb}	Revneafstand for enaksede bøjningsrevner.
l_{tm}	Middelrevneafstand for enakset træk.
l_o	Sliplængden.
L	Længde af bjælke eller trækstang.
ΔL	Længdeændring af bjælke eller trækstang.
M	Moment.
n	Forholdet E_s/E_c .
N	Normalkraft.
o	Overfladeareal af armering.
P	Kraft.
r	Parameter i brudfigur, se fig. 6.3.14.
R	Reaktion.
s	Koordinatakse.
t	Afstand mellem armeringsjern.
T	Trækresultant.

u	Relativ flytning ved brud.
u_t	Se figur 5.3.2.
w	Revnevidde.
w_{bb}	Revnevidden for bøjningsrevnerne.
w_t	Revnevidde for enakset træk.
w_{tb}	Revnevidden for de enaksede bøjningsrevner.
w_{tm}	Middelrevnevidde for enakset træk.
W	Modstandsmoment.
x_o	Overføringslængden for forskydningsspændingen.
z_{ir}	Afstand fra nullinie til tyngdepunkt af armeringen i det revnede stadium.
z_{iu}	Afstand fra nullinie til tyngdepunkt af armeringen i det urevnede stadium.
α	Faktor der beskriver revnedannelsen i det tidlige revnestadium (se figur 6.5.3).
α_1	Vinkel mellem flytning og brudfladen.
β	Revneparameteren ved enakset træk (se formel (5.2)).
ϵ	Tøjning.
ϵ_c	Tøjning i beton.
ϵ_{ct}	Træktøjning i betonen.
ϵ_m	Middeltøjning i betonlegemet.
ϵ_s	Tøjning i armeringen.
ϵ_{sm}	Middeltøjningen i armeringen under hensyntagen til betonens trækstivhed.
$\epsilon_{sm}^{2x_0}$	Tøjning i armering ved overgang fra revnefase I til revnefase II.
$\epsilon_{sm}^{x_0}$	Tøjning i armering ved overgang fra revnefase II til revnefase III.

φ	Geometrisk armeringsforhold under hensyntagen til det effektive areal A_{cte} .
φ_b	Geometrisk armeringsforhold ved bøjning under hensyntagen til det effektive areal A_{cte} .
φ_1	Friktionsvinkel.
η_1	Se formel (5.20).
η_2	Se formel (5.21).
λ	Effektivitetsfaktor for forskydningspændingen mellem beton og armering.
λ_1	Se formel (5.5).
λ_2	Se afsnit 5.2.3.
μ	Hældningen af arbejdslinien (se figur 6.5.3).
ν_b	Effektivitetsfaktor ved bøjning.
ν_c	Effektivitetsfaktor ved tryk.
ν_t	Effektivitetsfaktor ved træk.
ρ	Geometrisk armeringsforhold.
σ	Spænding.
σ_c	Spænding i beton.
σ_{ct}	Trækspænding i beton.
σ_s	Spænding i armeringen, normalt armeringsspændingen i en revne.
σ_s^m	Spændingen i armeringen i midten af betonlegemet.
$\Delta\sigma_s$	Spændingsspringet i armeringen ved dannelsen af en revne.
σ_{sm}	Middelspændingen i armeringen under hensyntagen til betonens trækstivhed.
σ_{sr}	Spændingen i armeringen ved dannelsen af en revne.

τ	Forskydningsspænding.
τ_c	Forskydningsspænding i betonen.
τ_{cm}	Middelværdien af forskydningsspænding i betonen.
τ_{cmax}	Maksimalværdien af forskydningsspænding i betonen, (se figur 6.3.10).
ξ	Fordelingskonstant.

NEDRE INDEX

Følgende generelle nedre index er anvendt i rapporten.

f%	Fraktilværdi som overskrides i f % af udfaldene.
m	Middelværdi.
max	Maksimalværdi.
min	Minimalværdi.
r	Revnet stadium.
u	Urevnet stadium.
(x,y,z)	Retvinklet koordinatsystem , hvor x - akse er parallel med bjælkens længdeakse og beliggende i tværsnittets tyngdepunkt.

INDHOLDSFORTEGNELSE

	<u>side</u>
<u>INDLEDNING</u>	1
<u>FYSISKE REVNEFORHOLD OMKRING ARMERINGSSTÆNGER</u>	4
<u>4.1 Indledning</u>	4
<u>4.2 Definition af revner</u>	4
4.2.1 Beskrivelse af forsøg	4
4.2.2 Beskrivelse af primære revner	5
4.2.3 Beskrivelse af indre revner	9
4.2.4 Beskrivelse af sekundære revner	13
4.2.5 Beskrivelse af langsgående revner	14
<u>EKSISTERENDE REVNETEORIER FOR ENAKSET SPÆNDINGSTILSTAND</u> ...	16
<u>5.1 Indledning</u>	16
<u>5.2 Formler for den primære revneafstand</u>	16
5.2.1 Formel 1 : Efsen & Krenchel	16
5.2.2 Formel 2 : CEB	17
5.2.3 Formel.3 : Leonhardt	18
5.2.4 Formel 4 : Beeby	19
<u>5.3 Formler for den primære revnevidde</u>	20
5.3.1 Formel 1 : Efsen & Krenchel	20
5.3.2 Formel 2 : CEB	22
5.3.3 Formel 3 : Leonhardt	23
5.3.4 Formel 4 : Beeby	24

	<u>side</u>
<u>6</u> <u>REVNETEORI FOR ENAKSET SPENDINGSTILSTAND</u>	26
<u>6.1</u> <u>Indledning</u>	26
<u>6.2</u> <u>Urevnet stadium</u>	26
<u>6.3</u> <u>Revnet stadium</u>	30
6.3.1 Beskrivelse af revnedannelsen	30
6.3.2 Beskrivelse af arbejdslinien for det revnede legeme	33
6.3.2.1 Sammenfatning	41
6.3.3 Den begyndende revnefase	41
6.3.3.1 Bestemmelse af transmissions - revneafstanden a_t for $l \geq 2 \cdot x_0$	44
6.3.3.2 Grænseværdiundersøgelse I	46
6.3.3.3 Bestemmelse af overføringslængden x_0	46
6.3.4 Den udviklende revnefase	51
6.3.4.1 Bestemmelse af transmissionsrev- neafstanden a_t for $x_0 \leq l \leq 2 \cdot x_0$..	54
6.3.4.2 Grænseværdiundersøgelse II	55
6.3.4.3 Grænseværdiundersøgelse III	56
6.3.4.4 Grænseværdiundersøgelse IV	57
6.3.5 Den stabiliserede revnefase	58
6.3.5.1 Bestemmelse af transmissions - revneafstanden a_t for $a_t = x_0$	59
6.3.5.2 Grænseværdiundersøgelse V	59
6.3.6 Slip teorier	60
6.3.6.1 Indledning	60
6.3.6.2 Leonhardts udtryk	63
6.3.6.3 Jokelas udtryk	63
6.3.6.4 Plasticitetsteoretisk udledning ...	63

	<u>side</u>
<u>6.4 Revneafstand og revnevidde</u>	70
6.4.1 Revneafstanden $l_{tm}(\epsilon_{sm})$	70
6.4.2 Revnevidden $w_{tm}(\epsilon_{sm})$	71
6.4.3 Revneafstand og revnevidde for revnefase I ..	73
6.4.4 Revneafstand og revnevidde for revnefase II .	74
6.4.5 Revneafstand og revnevidde for revnefase III	75
<u>6.5 Teorien verificeret ved hjælp af forsøg</u>	77
6.5.1 Forsøg fra reference [76.1]	77
6.5.2 Vurdering	82
6.5.3 Forsøg fra reference [72.1]	87
6.5.4 Vurdering	90
<u>6.6 Statistisk fordeling af revneafstanden og revnevidden</u>	95
<u>6.7 Sammenligning med eksisterende teorier for enakset træk</u>	100
<u>KONKLUSION AF REVNETEORIEN FOR ENAKSET SPENDINGSTILSTAND</u> ..	103
<u>REVNETEORI FOR REN BØJNING</u>	105
<u>8.1 Indledning</u>	105
<u>8.2 Urevnet stadium</u>	105
<u>8.3 Revnet stadium</u>	106
8.3.1 Indledning	106
8.3.2 Trækrevner	106
8.3.2.1 Revneafstand og revnevidde for revnefase I	111
8.3.2.2 Revneafstand og revnevidde for revnefase II	112

	<u>side</u>
8.3.2.3	Revneafstand og revnevidde for revnefase III 113
8.3.3	Bøjningsrevner 114
8.3.3.1	Revneafstand og revnevidde for revnefase I 116
8.3.3.2	Revneafstand og revnevidde for revnefase II 117
8.3.3.3	Revneafstand og revnevidde for revnefase III 117
8.3.4	Teorien verificeret ved hjælp af forsøg 119
8.3.4.1	Forsøg fra reference [63.1] 119
8.3.4.2	Vurdering 123
8.3.4.3	Forsøg fra reference [66.1] 127
8.3.4.4	Vurdering 130
<u>9</u>	<u>KONKLUSION AF REVNETEORIEN FOR REN BØJNING</u> 133
<u>10</u>	<u>SAMLET KONKLUSION</u> 134
<u>11</u>	<u>FORMELOVERSIGT</u> 135
<u>11.1</u>	<u>Arbejdslinien for det revnede legeme</u> 135
<u>11.2</u>	<u>Revneafstand og revnevidde for enakset træk</u> 136
<u>11.3</u>	<u>Revneafstand og revnevidde for ren bøjning</u> 138
11.3.1	Revneafstand og revnevidde for enaksede bøjningsrevner 138
11.3.2	Revneafstand og revnevidde for bøjningsrevner 139
<u>12</u>	<u>LITERATORLISTE</u> 141

3 INDLEDNING

Størrelsen af revner i betonkonstruktioner ønskes oftest begrænset. Hertil kan være mange grunde.

En gennemrevnet beton kan have stærkt reduceret holdbarhed, idet betonens karbonatisering kan ske væsentligt hurtigere efter revnedannelse og betonen bliver også lettere gennemtrængelig for klorider. Herved vil armeringskorrosion kunne initieres hurtigere og vil kunne ske med større intensitet.

Det er almindeligt at begrænse maksimalværdier af revnevidderne til af størrelsesordenen 0,1 til 0,4 mm afhængigt af armeringens korrosionsfølsomhed, omgivelsernes aggressivitet o.s.v.

Hvis en betonkonstruktion skal være vandtæt, må revnevidden ligeledes begrænses. Det er almindelig praksis at begrænse middelrevnevidden til omkring 0,1 mm, hvis en slapt armeret konstruktion skal være vandtæt. Der kan naturligvis være tale om tæthed over for andre væsker og også overfor gasser. Endelig vil de fleste bygherrer også kræve revner begrænset alene af æstetiske årsager.

Revner bliver synlige for det blotte øje allerede ved revnevidder på 0,1 til 0,2 mm afhængig af betonoverfladen. På en hvid glat overflade kan man se revner på ca. 0,1 mm. En revnevidde på eksempelvis 0,3 mm vil på en sådan overflade virke skæmmende for udseendet. Det er derfor overordentligt vigtigt at kunne beregne revnevidder i en betonkonstruktion.

Denne rapport handler om beregning af revnevidder fremkaldt af ydre påvirkninger i form af kræfter, temperatur- og svindtøjninger. Disse revner kaldes i reglen "statiske revner".

Revner fremkaldt af "betonsygdomme", såsom alkalikiselreaktioner, eller af frostangreb og fra temperaturtøjninger fra betonens hærdevarme behandles ikke.

Der findes allerede publiceret en hel del arbejder vedr. statiske revner. Værdien af disse er begrænset af flere årsager:

- 1) Formlerne er helt eller næsten helt empiriske. Der er altså ikke knyttet nogen eller kun meget lidt teoridannelse til dem.
- 2) Formlerne gælder i reglen kun i det såkaldte fuldt udviklede revnestadium, d.v.s. i det stadium, hvor antallet af revner omtrent har nået sin maksimale værdi. D.v.s. formlerne gælder ikke for små tøjninger, som der næsten altid er tale om, når påvirkningerne stammer fra temperaturændringer og svind.

Det fuldt udviklede revnestadium nås ved armeringsspændinger på omkring 200-300 MPa, d.v.s. ved armeringstøjninger på omkring 1 - 1,5 ‰. Da betonens trækbrudtøjning er af størrelsesordenen 0,1 - 0,2 ‰, vil det sige, at formlerne ikke dækker et ret så stort tøjningsområde. Typiske værdier for temperaturtøjninger vil også være væsentlig mindre end 1 - 1,5 ‰. F.eks. vil en temperaturændring på 40° give en tøjningsændring på ca. 0,4 ‰, hvilket også vil være en typisk maksimalværdi af betonens svindtøjning.

- 3) Formlerne behandler i reglen kun enaksede tilfælde.

I denne rapport præsenteres en teori, der gælder både for små og store tøjninger, d.v.s. den indeholder det område, de kendte formler behandler, som et specialtilfælde.

En teori, der også gælder for små tøjninger vil lette bestemmelsen af den nødvendige armering til begrænsning af svind- og temperaturfremkaldte revner, et problem hvis løsning indtil nu altid har voldt kvaler, og hvor den i-lagte armering ofte har været alt for lille og uhensigtsmæssigt udformet.

V.h.a. denne teori er det også på en simpel måde muligt at beregne den stivhedsforøgelse i en revnet konstruktion, som den urevnede beton mellem revnerne giver anledning til (tension stiffening).

Vedr. fleraksede tilfælde henvises til en anden rapport i ABK's rapportserie, se [83.2].

4 FYSISKE REVNEFORHOLD OMKRING ARMERINGSSTÆNGER.

4.1 Indledning.

For at kunne forudsige revnedannelser og opstille teoretiske modeller for revneafstande og revnevidder, må man have kendskab til de forhold, der gør sig gældende ved revnernes dannelse og man må også have kendskab til, hvilke forskellige revner, der opstår i en armeret betonkonstruktion.

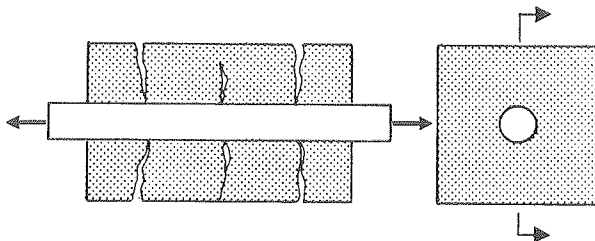
I det følgende afsnit vil den overordnede revneterminologi blive beskrevet i forbindelse med forsøg, der fortrinsvis blev udført af Y. Goto [71.1] til belysning af de fysiske revneforhold omkring armeringen.

4.2 Definition af revner

4.2.1 Beskrivelse af forsøg.

Ved anvendelse af forkammet armering i betonkonstruktioner forekommer der ved belastning af konstruktionen et revnebillede omkring armeringen, der er meget forskelligt fra de revneforhold, der optræder ved anvendelsen af glat armering.

Forsøg til beskrivelse af de forskellige revnetyper omkring forkammede armeringsstænger er primært udført af Y. Goto [71.1]. Goto anvendte i sine forsøg et træklegeme, der ses afbildet på nedenstående figur 4.2.1.



Figur 4.2.1 : Goto's forsøgsprismer.

Til belysning af revneudviklingen blev der foretaget målinger på en armeringsstang forsynet med ribber og indstøbt i et betonprisme. De herved fremkomne armerede betonprismer blev belastet med en aksial trækraft N .

Der blev i dette betontræklegeme parallelt med armeringsstangen indstøbt små rør, der med en vis afstand var gennemhullede, således at der kunne trænge blæk ud af disse huller under forsøgets gang og således afsløre de revnedannelser, der opstod under forsøget.

Ved belastning af de armerede betonlegemer udvikler der sig efter nogen tid to forskellige typer af revner. Den ene type revne er synlig på betonoverfladen, mens den anden type ikke slår helt igennem til betonoverfladen.

Den første type af revner vil blive kaldt primære revner, mens den anden type vil blive karakteriseret som indre revner.

4.2.2 Beskrivelse af primære revner.

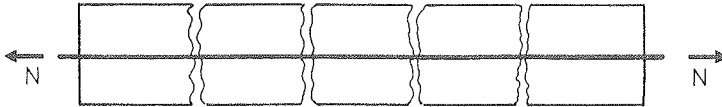
Den aksiale trækraft N , der påføres det armerede betonlegeme, afleveres gennem armeringsstængerne til den omkringliggende beton.

Denne kraftoverføring sker dels ved adhæsion mellem arme-

ring og beton og dels af en overførelse vha. tryk på kamene.

Idet belastningen øges vil der i det øjeblik betonens trækstyrke overskrides dannes revner, der går gennem hele betontværsnittets trækzone og er vinkelret på armeringen. Disse revner kaldes adskillelsesrevner eller primære revner.

På nedenstående figur ses en skitse af de primære revner, der dannes i et betonlegeme, der bliver belastet med en trækraft N .



Figur 4.2.2 : De primære revner.

Der betragtes en situation, hvor den første primære revne i betonlegemet er dannet.

Ved revnen er betonspændingerne nul. Ved en forøgelse af afstanden væk fra den først dannede revne vil betonspændingerne øges, indtil de i en vis afstand l_{\min} fra den først dannede revne vil være som før revnedannelsen. Der henvises til figur 4.2.3.b.

Revnen påvirker således kun betontrækspændingerne i legemet i afstanden l_{\min} fra revnen. Dette betyder, at den næste primære revne kun kan dannes udenfor det ovenfor angivne interval, hvor spændingstilstanden er som før den første revne dannedes.

Minimumsafstanden mellem de primære revner er altså l_{\min} .

Hvis to primære revner dannes i en afstand, der er større

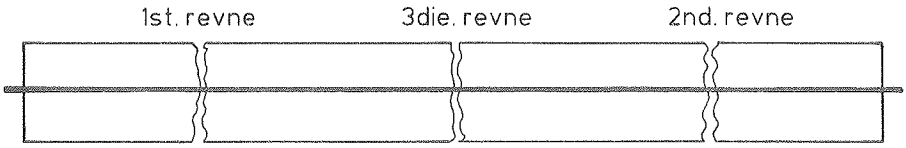
end $2 \cdot l_{\min}$, vil spændingen i betonen mellem disse to revner kunne nå op på betonens trækstyrke og en ny tredje revne vil have mulighed for at dannes. Der henvises til figur 4.2.3.c.

Dannes der derimod to primære revner i en afstand, der er mindre end $2 \cdot l_{\min}$, vil spændingerne i betonen ikke kunne nå op på betonens trækstyrke, hvilket betyder, at der ikke kan dannes flere primære revner i dette interval. Der henvises til figur 4.2.3.d.

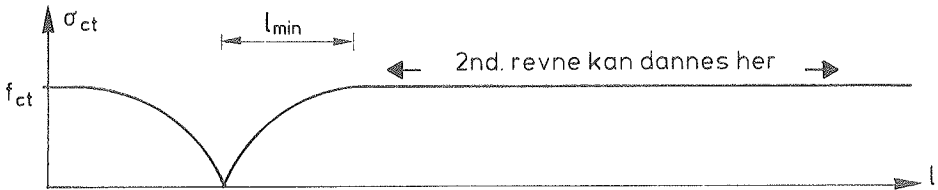
Dette bevirker, at den færdigudviklede (primære) revnedannelse, også kaldet den fuldt udviklede eller stabiliserede revnedannelse, vil bestå af revner med en indbyrdes afstand l , hvor l ligger i intervallet:

$$l_{\min} \leq l \leq 2 \cdot l_{\min} \quad (4.1)$$

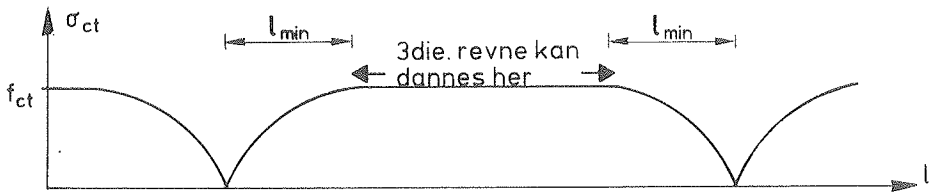
Ved anvendelsen af glat armering istedet for forkammet armering, vil længden l_{\min} være større under de samme betingelser, idet kammene i nogen grad virker som revnefremkaldere. Ligeledes vil der ved anvendelsen af glat armering ikke dannes indre revner. Hele revnesystemet vil således bestå af primære revner.



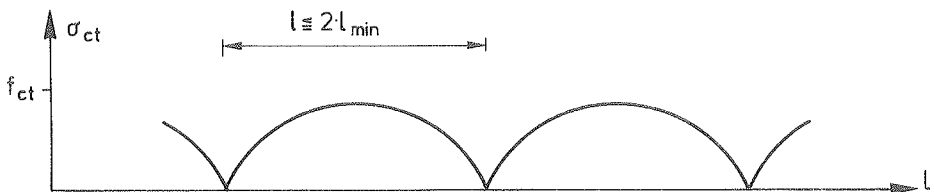
Figur 4.2.3.a.



Figur 4.2.3.b.



Figur 4.2.3.c.



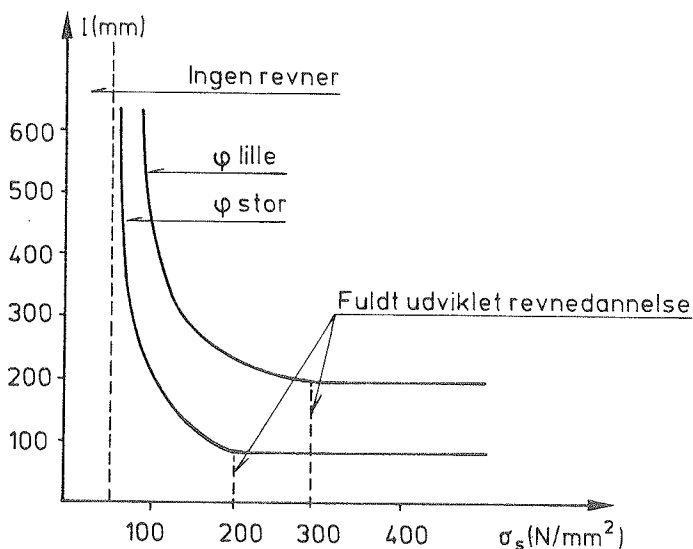
Figur 4.2.3.d.

Figur 4.2.3 : Spændingsopbygningen ved revnedannelsen.

Udviklingen af de primære revner finder i almindelighed sted i betonlegemet for armeringsspændingerne beliggende i intervallet :

$$20 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_s \leq 400 \text{ N/mm}^2 \quad (4.2)$$

Udviklingen af revnedannelsen til den stabiliserede revneformation vil, som det ses af figur 4.2.4, være tilendebragt ved en armeringsspænding på ca. 400 N/mm².



Figur 4.2.4 : Det primære revneforløb.

4.2.3 Beskrivelse af de indre revner.

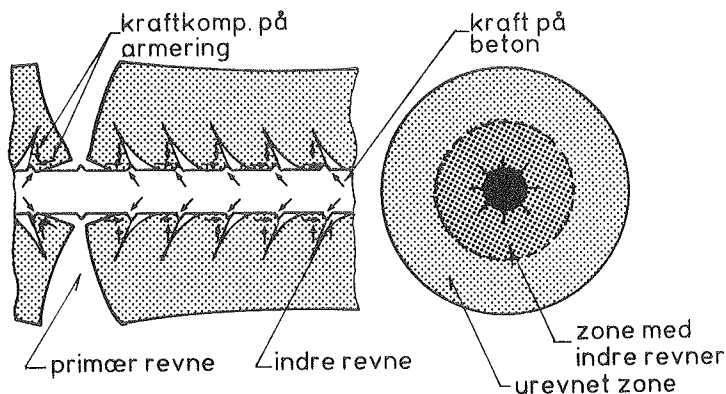
Indre revner udvikles kort tid efter at de første primære revner er dannet. Disse revner dannes kun, når der anvendes forkammet armering, og de har deres udgangspunkt ved selve kammene.

Dannelsen af de første indre revner sker i begyndelsen i

nærheden af den primære revne, for så at brede sig henimod midten af afstanden mellem de primære revner, når armeringsspændingen stiger.

De indre revner udvikler sig hurtigere ved dynamisk belastning end ved statisk belastning.

Figur 4.2.5 viser en skitse af de indre revner.



Figur 4.2.5 : De indre revner.

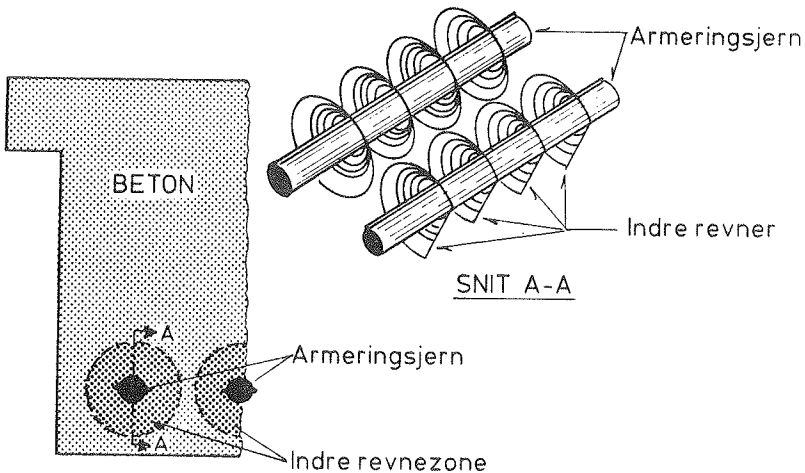
De indre revner spiller en vigtig rolle i bestemmelsen af den kraftoverføring, der finder sted mellem den forkammede armering og betonen. Der er mange forskellige faktorer, der influerer på disse revners dannelse. Således er faktorer som dæklag, betonens overfladeform, afstand mellem armeringsjern, diameter på armeringsjern og forkamningens udformning vigtige i beskrivelsen af de indre revners dannelse og udvikling.

Som det ses på figur 4.2.5, vil de indre revner, hvis vinkel med armeringen typisk ligger i intervallet 45° til 80° pegende henimod nærmeste primære revne, begynde ved den kant af kammene, der ligger nærmest en primær revne.

De indre revner dannes lettere, jo mere vinkelret kammene er på armeringens længderetning, samt jo højere kammene er. Ligeledes gælder det, at jo flere kamme, der er, jo flere, men kortere indre revner, vil der dannes og jo færre kamme desto færre, men længere indre revner vil der dannes.

Revnerne vil beskrive et "kamlignende" mønster i betonen omkring armeringsstængerne, som det ses af figur 4.2.5. Tænderne på denne kam har alle retningen henimod den nærmeste primære revne. Ved stigende armeringsspændinger reduceres adhæsionen mellem armering og beton, således at den altovervejende del af kraftoverføringen finder sted som et tryk på kammene.

Ved anvendelsen af én armeringsstang eller ved stor afstand mellem disse, vil den indre revnefordeling i betonen beskrive en form som en kegle med toppunkt i armeringsstangens systemlinje. Forløbet er skitseret i nedenstående figur 4.2.6.

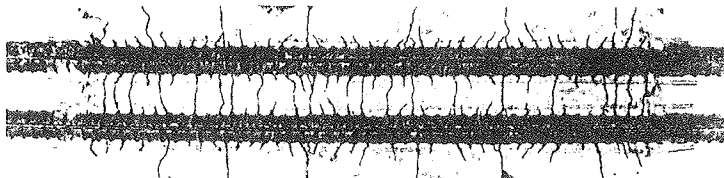


Figur 4.2.6 : Indre revneudformning for en enkelt armeringsstang eller ved stor afstand mellem armeringsstængerne.

Frembringerne af disse kegler vil alle være rettet mod den nærmeste primære revne, som beskrevet i det foregående.

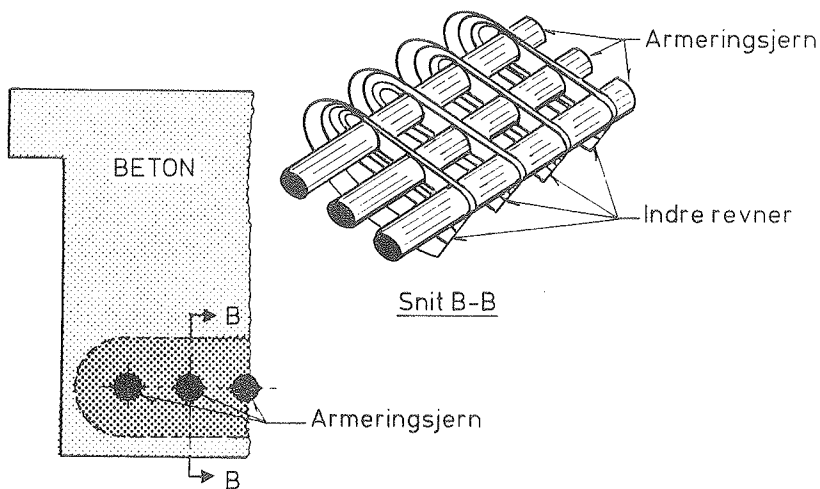
Den indre revnefordeling vil, ved anvendelsen af armeringsjern med en indbyrdes afstand mindre end ca. 80 mm, have et revnebillede, der er noget anderledes. Revnerne vil i dette tilfælde have en tendens til at slå igennem fra jern til jern under en vinkel på ca. 90° med armeringen.

Forholdene er skitseret i nedenstående figur 4.2.7 .



Figur 4.2.7 : Indre revneforløb ved lille afstand mellem armeringsstængerne.

I et tværsnit af bjælken i figur 4.2.7 vil revnefordelingen antage en modificeret udformning, se figur 4.2.8.



Figur 4.2.8 : Indre revneudformning ved lille afstand mellem armeringsstængerne.

4.2.4 Beskrivelse af de sekundære revner.

De indre revner dannes lige efter, at de primære revner er dannet, altså ved armeringsspændinger på ca. 20 N/mm^2 - 100 N/mm^2 . Ved rimeligt høje armeringsspændinger vil enkelte af de indre revner slå igennem til betonoverfladen.

Disse revner kaldes sekundære revner.

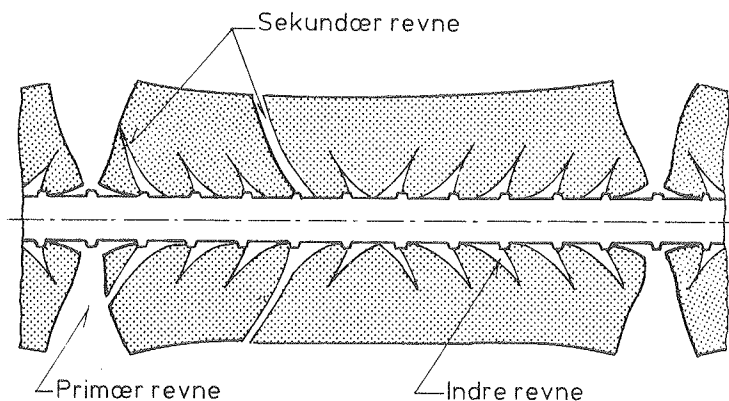
Hældningen af de sekundære revner er ved armeringen ca. 60° , mens de ved betonoverfladen har en hældning, der er ca. 90° . Generelt vil de sekundære revner have en tendens til at dannes i nærheden af en allerede eksisterende pri-

mær revne fremfor mellem to primære revner. Ligeledes vil de sekundære revner have en tilbøjelighed til at dannes ved store (primære) revneafstande.

En vigtig faktor i dannelsen af de sekundære revner er forkamningens udseende.

Ved anvendelsen af tværgående ribber er der større sandsynlighed for dannelsen af sekundære revner fremfor ved anvendelsen af diagonale ribber.

På nedenstående figur 4.2.9 ses udseendet af de sekundære revner.



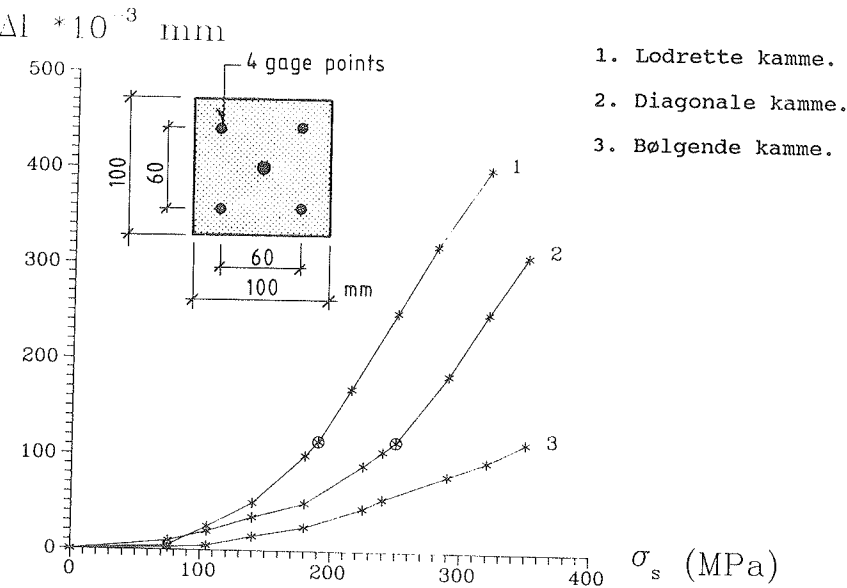
Figur 4.2.9 : Sekundær revne.

4.2.5 Beskrivelse af de langsgående revner.

Langsgående revner opstår, når der ved anvendelse af forkammet armering belastes til meget høje armeringsspændinger.

De langsgående revner dannes oftest, ligesom sekundære

revner, ved store afstande mellem de primære revner. Langsgående revner begynder ved en primær revne i nærheden af armeringen og vokser ud mod legemets overflade ved øget belastning. Årsagen til dannelsen af de langsgående revner er den sprængende virkning eller kilevirkning, der opstår omkring armeringsstængerne og som bevirker, at der kommer skrå trykspændinger på kammene. Disse trykspændinger vil føre til dannelsen af ringtrækspændinger i den omkringliggende beton. Det er således også her vigtigt, hvilken type forkamning, der anvendes. I figur 4.2.10 er sammenhørende målinger af armeringsspændingen og den totale forlængelse mellem fire gauge punkter, Δl , vist sammen med en markering af hvornår de langsgående revner begynder at dannes. Som det ses af figuren vil dannelsen af de langsgående revner være mest udpræget ved anvendelse af høje, tværgående ribber og ved armeringsspændinger over ca. 200 N/mm^2 .



1. Lodrette kamme.
2. Diagonale kamme.
3. Bølgede kamme.

⊙ - begyndende dannelse af langsgående revner.

Figur 4.2.10 : Dannelsen af de langsgående revner for forskellige former af forkamning.

5 EKSISTERENDE REVNETEORIER FOR ENAKSET SPÆNDINGSTILSTAND.

5.1 Indledning.

Dette afsnit har til formål at beskrive de revneteorier for enakset træk, der allerede er beskrevet i litteraturen. Det skal bemærkes, at de gængse revneformler i reglen kun beregner revneafstande og revnevidder i det fuldt udviklede revnestadium.

Formlerne er helt eller næsten helt empiriske. Baggrunden vil ikke blive gennemgået i denne rapport. Kun hovedresultaterne af de enkelte teorier vil blive præsenteret med en kort beskrivelse af de indgående parametre, således at der er mulighed for at foretage en sammenligning med den teori, der senere vil blive præsenteret.

5.2 Formler for den primære revneafstand.

5.2.1 Formel 1 : Efsen & Krenchel.

Udviklingen af nedenstående formler findes i reference [59.1].

Ved bestemmelsen af revneafstanden efter reference [59.1] benyttes for forkammet armering følgende udtryk for middelrevneafstanden :

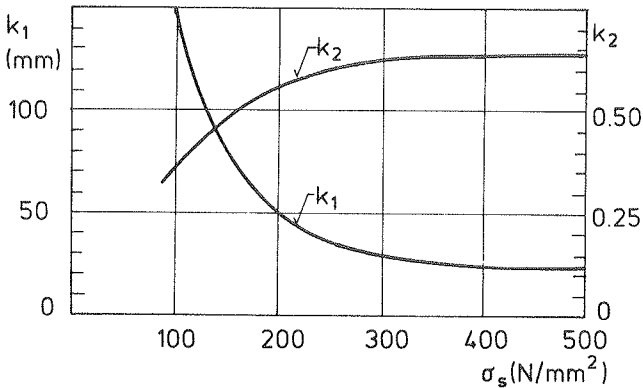
$$l_{tm} = k_1 + k_2 \cdot \beta \quad (5.1)$$

Parameteren β benævnes revneparameteren for enakset træk og er forholdet mellem det effektive betonareal A_{ce} og armeringens overfladeareal pr. længdeenhed $\pi \cdot \Sigma d$, altså :

$$\beta = \frac{A_{cte}}{\pi \cdot \Sigma d} \quad (5.2)$$

Se endvidere afsnit 6.2.

Ved anvendelsen af formel (5.1) skal β ligge i intervallet $50 \text{ mm} \leq \beta \leq 200 \text{ mm}$. Nedenstående figur viser k_1 og k_2 som funktion af armeringsspændingen σ_s .



Figur 5.2.1 : k_1 og k_2 som funktion af σ_s .

Af figur 5.2.1 kan værdierne af k_1 og k_2 for den fuldt udviklede revnedannelse aflæses til $k_1 = 23$ og $k_2 = 0,63$, således at (5.1) bliver :

$$l_{tm} = 23 + 0,63 \cdot \beta, \quad (5.3)$$

for β beliggende i intervallet, $50 \text{ mm} \leq \beta \leq 200 \text{ mm}$.

Som nævnt gælder ovenstående formel for forkammede armeringsjern. Hvis der anvendes glat armering skal der i formel (5.1) multipliceres med 2 på højresiden.

5.2.2 Formel 2 : CEB.

CEB angiver i reference [85.1] middelrevneafstanden til :

$$l_{tm} = 2 \cdot \left(c + \frac{t}{10} \right) + \frac{\lambda_1 \cdot d}{4 \cdot \rho_e} \quad (5.4)$$

For λ_1 anvendes værdierne

$$\lambda_1 = \begin{cases} 0,4 & \text{for forkammet armering.} \\ 0,6 & \text{for forkammede forspændings kabler.} \\ 0,8 & \text{for glat slapt- samt forspændt armering.} \end{cases}$$

t angiver afstanden mellem armeringsjernene.

Ved indførelse af β fås :

$$l_{tm} = 2 \cdot \left(c + \frac{t}{10} \right) + \lambda_1 \cdot \beta \quad (5.6)$$

Formlerne (5.4) og (5.6) gælder kun i det fuldt udviklede revnestadium.

Et udtryk for den maksimale revneafstand fås ved at multiplicere (5.6) på højresiden med 1,7, således at :

$$l_{tmax} = 1,7 \cdot l_{tm} \quad (5.7)$$

Denne maksimale revneafstand er bestemt som en 5% fraktil. Ved anvendelse af (5.6) skal der for $t \geq 15 \cdot d$ anvendes $t = 15 \cdot d$.

5.2.3 Formel 3 : Leonhardt.

For revneafstanden angivet af Leonhardt, der er taget fra reference [77.1], haves følgende udtryk :

$$l_{tm} = l_o + 1,5 \cdot \left(c + \frac{t}{8} \right) + \frac{\lambda_2 \cdot d}{4 \cdot \rho_e}, \quad (5.8)$$

For l_o , der angiver en afstand, der betegnes slippet, d.v.s. den afstand, hvor der ingen vedhæftning er mellem armering og beton, angives følgende udtryk :

$$l_0 = \frac{f_{ct} \cdot \beta}{22,5} \quad (5.9)$$

hvor β indføres i mm og f_{ct} i MPa.

Se endvidere afsnit 6.3.6.

Formel (5.8) bliver med indførelsen af β :

$$l_{tm} = \frac{f_{ct} \cdot \beta}{22,5} + 1,5 \cdot \left(c + \frac{t}{8} \right) + \lambda_2 \cdot \beta \quad (5.10)$$

t, der angiver armeringsjernenes indbyrdes afstand, sættes for $t \geq 14 \cdot d$ til $t = 14 \cdot d$.

Ved anvendelsen af (5.10) skal der tages hensyn til dæklagets tykkelse c .

For $c < 30$ mm indsættes den aktuelle værdi for c direkte i (5.10).

For $c \geq 30$ mm indsættes værdien $c_1 = 30 \cdot \sqrt{\frac{c}{30}}$

For $c_1 \geq 45$ mm indsættes $c_1 = 45$ mm .

For λ_2 anvendes :

$$\lambda_2 = \begin{cases} 0,1 - 0,4 & \text{for forkammet armering.} \\ 0,6 - 0,9 & \text{for glat armering.} \end{cases}$$

For den maksimale revneafstand multipliceres formel (5.10) med faktoren 1,7 på højresiden.

5.2.3. Formel 4 : Beeby.

Formlerne for Beebys revneafstande er primært taget fra

reference [72.1] og [79.2]. Formlerne gælder kun for den fuldt udviklede revnedannelse.

For revneafstanden haves :

$$l_t = k_1 \cdot c + k_2 \cdot \frac{d}{\rho_e} \quad (5.11)$$

Ved indførelse af β fås :

$l_t = k_1 \cdot c + 4 \cdot k_2 \cdot \beta$	(5.12)
---	----------

Faktorerne k_1 og k_2 kan bestemmes udfra nedenstående tabel, hvor f er den værdi, som overskrides i $f\%$ af tilfældene (fraktilværdi).

f	k_1	k_2
%	—	—
50	1,33	0,08
20	1,59	0,10
5	1,86	0,20
2	1,94	0,28

Tabel 5.1 : Sammenhørende værdier af f , k_1 og k_2 .

Det bemærkes, at værdierne i tabel 5.1 for k_2 kun er gyldige for forkammede armeringsjern.

5.3 Formler for den primære revnevidde.

5.3.1 Formel 1 : Efsen & Krenchel

For middelrevnevidden angiver Efsen og Krenchel i referen-

ce [59.1] nedenstående generelle udtryk :

$$w_{tm} = l_{tm} \cdot \epsilon_s \quad (5.13)$$

Ved anvendelsen af formel (5.1), samt indførelse af σ_s , fås:

$$w_{tm} = (k_1 + k_2 \cdot \beta) \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (5.14)$$

For den maksimale revnevidde haves :

$$w_{tmax} = k \cdot w_{tm} \quad (5.15)$$

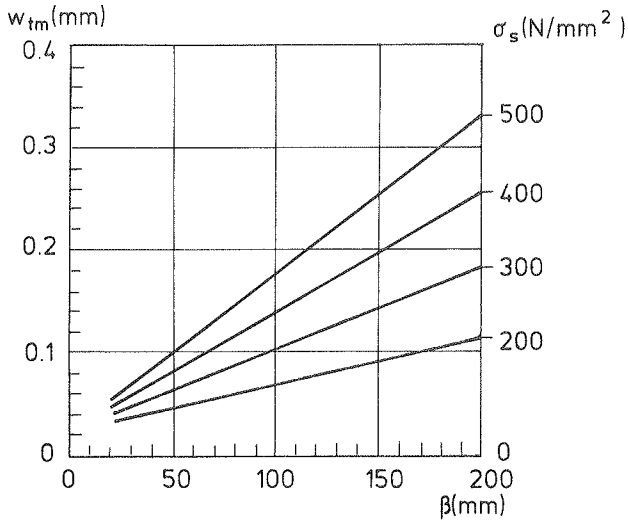
For k angives ingen eksakt værdi, men derimod intervaller for hvilken k kan regnes at ligge:

$$\beta = 50 \text{ mm} : 1,4 \leq k \leq 2,0$$

$$\beta = 200 \text{ mm} : 2,0 \leq k \leq 2,6$$

I reference [83.1] er det foreslået at anvende $k = 2,0$ som en middelværdi for alle β -værdier.

I nedenstående figur, der er taget fra reference [59.1], er der anført kurver til aflæsning af w_{tm} fra formel (5.14) som funktion af β og σ_s .



Figur 5.3.1 : Kurver til bestemmelse af w_{tm} ifølge formel (5.14).

5.3.2 Formel 2 : CEB.

Middelrevnevidden bestemmes udfra det generelle udtryk :

$$w_{tm} = l_{tm} \cdot \epsilon_{smr} \quad (5.16)$$

For l_{tm} anvendes udtrykket i afsnit 5.2.2, formel (5.4), og for ϵ_{smr} anvender CEB et udtryk, der tager hensyn til det armerede betonlegemes arbejdslinie, der mere detaljeret vil blive gennemgået i afsnit 6.3.2 . For det fuldt udviklede revnesystem kan ϵ_{smr} dog tilnærmelsesvis udtrykkes som:

$$\epsilon_{smr} = \epsilon_s \cdot \xi \quad (5.17)$$

hvor ξ , der er en fordelingskonstant, tager hensyn til armeringens overfladestruktur og belastningens karakter, således at :

$$\xi = \begin{cases} 1 - \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 & \text{for } \sigma_s \geq \sigma_{sr} \quad (5.18) \\ 0 & \text{for } \sigma_s < \sigma_{sr} \quad (5.19) \end{cases}$$

Værdierne af η_1 og η_2 er :

$$\eta_1 = \begin{cases} 0,5 & \text{for glatte armeringsjern} \\ 1,0 & \text{for forkammet armeringsjern.} \end{cases} \quad (5.20)$$

$$\eta_2 = \begin{cases} 1,0 & \text{for engangs last.} \\ 0,5 & \text{for dynamisk last.} \end{cases} \quad (5.21)$$

Den maksimale revnevidde bestemmes som :

$$w_{tmax} = 1,7 \cdot w_{tm} \quad (5.22)$$

5.3.3 Formel 3 : Leonhardt.

Leonhardt angiver en formel for revnevidden, der ved anvendelse af formlerne (5.9) og (5.10) kan udtrykkes :

$$w_t = 1,5 \cdot \epsilon_s \cdot (2 \cdot l_o + \xi \cdot (l_{tm} - 2 \cdot l_o)) \quad (5.23)$$

Her kan formlerne for ξ i (5.18) og (5.19) anvendes.

For den maksimale revnevidde er angivet:

$$w_{tmax} = 1,5 \cdot w_t \quad (5.24)$$

hvor der for w_t naturligvis anvendes formel (5.23).

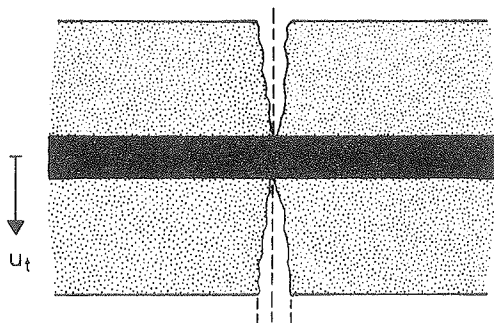
5.3.4 Formel 4 : Beeby.

Ved bestemmelsen af revnevidden har Beeby indført en parameter, der tager hensyn til afstanden fra armeringen til det punkt, hvor man ønsker revnevidden beregnet.

Beeby angiver følgende for revnevidden:

$$w_t = l_t \cdot \frac{u_t}{c} \cdot \epsilon_{sm} \quad (5.25)$$

l_t er angivet i formel (5.12) mens c er dæklagstykkelsen. Bestemmelsen af u_t ses på nedenstående figur 5.3.2.



Figur 5.3.2 : Bestemmelse af u_t .

For ϵ_{sm} , der betegner middeltøjningen i armeringen, anvendes et udtryk, der tager hensyn til, at betonen, selv i det revnede stadium, bidrager til trækstivheden af legemet.

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s - \Delta\epsilon_1 \quad (5.26)$$

hvor der til bestemmelse af $\Delta\epsilon_1$ anvendes :

$$\Delta\epsilon_1 = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{\rho_e \cdot f_y} \quad (5.27)$$

Ved indførelse af β fås :

$$\Delta\epsilon_1 = \frac{4,8 \cdot 10^{-3}}{d \cdot f_y} \cdot \beta \quad (5.28)$$

Hermed bliver revnevidden, ved anvendelsen af (5.25) og (5.26) :

$$w_t = l_t \cdot \frac{u_t}{c} \cdot \left[\epsilon_s - \frac{4,8 \cdot 10^{-3}}{d \cdot f_y} \cdot \beta \right] \quad (5.29)$$

Ovenstående er kun en summarisk gennemgang af de eksisterende teorier for revneafstande og revnevidder. En uddybning af teorien bag de enkelte formler, samt en gennemgang af de overvejelser, der naturligt har fulgt med ved udledelsen, vil ikke blive gennemgået her. Der må istedet henvises til den litteratur, som er nævnt i forbindelse med de enkelte udtryk.

6 REVNETEORI FOR ENAKSET SPÆNDINGSTILSTAND.

6.1 Indledning.

Med de gængse revneteorier, der er blevet gennemgået i det foregående afsnit, er det i almindelighed ikke muligt at beregne den revnevidde og den armeringsspænding, der fremkommer i det tidlige revnestadium, d.v.s. inden det såkaldte fuldt udviklede revnestadium er indtrådt.

I dette stadium vil man ofte være i praksis, når det drejer sig om betonkonstruktioner, der udsættes for små tøjningsbelastninger f.eks ved svind, krybning eller temperaturlpåvirkninger.

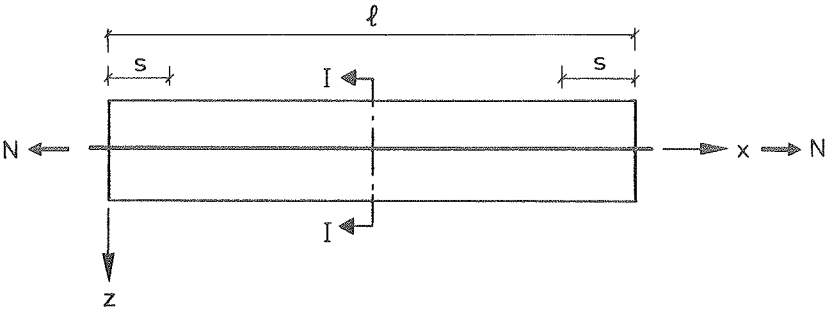
Der vil i dette afsnit blive udviklet og udarbejdet en teori, der med udgangspunkt i det ovenstående, forsøger at beskrive hele revneudviklingens faser, d.v.s revneformler ved såvel små som store armeringsspændinger.

6.2 Urevnet stadium.

Det nedenfor viste armerede betonlegeme, der belastes med en aksial trækraft N , betragtes.

I det urevnede stadium vil der i et vilkårligt snit I-I (se figur 6.2.1) være samme spændingsfordeling uanset beligheden af snit I-I langs med x - akser.

Denne spændingstilstand vil optræde i hele legemet med undtagelse af randene S , hvor selve spændingsoverføringen mellem beton og armering finder sted.



Figur 6.2.1 : Armeret betonlegeme.

Idet der i det urevnede stadium forudsættes fuld samvirken mellem armering og beton, vil der i et område omkring armeringen gælde, at tøjningerne er :

$$\epsilon_s(x) = \epsilon_{ct}(x) \quad (6.1)$$

og dermed ved hjælp af Hookes lov :

$$\sigma_s(x) = n \cdot \sigma_{ct}(x) \quad (6.2)$$

hvor $n = \frac{E_s}{E_c}$.

Ved ligevægtsbetragtning efter x - akse fås af figur 6.2.1 :

$$N = \int_{A_{ct}} \sigma_{ct}(x, y, z) \cdot dA_{ct} + \int_{A_s} \sigma_s(x, y, z) \cdot dA_s \quad (6.3)$$

Idet der ses bort fra randene S i figur 6.2.1 kan ligevægtsligningen i formel (6.3) omskrives til:

$$N = \sigma_{ct}(x) \cdot A_{ct} + \sigma_s(x) \cdot A_s \quad (6.4)$$

Ud fra formlerne (6.2) og (6.4) bliver spændingsfordelingen i beton og armering i det urevnede stadium således:

$$\sigma_s(x) = \frac{n \cdot N}{A_{te}} \quad (6.5)$$

og

$$\sigma_{ct}(x) = \frac{N}{A_{te}} \quad (6.6)$$

A_{te} , det transformerede areal, er summen af n gange armeringsarealet og det effektive betonareal:

$$A_{te} = n \cdot A_s + A_{ct} \quad (6.7)$$

Spændingen i armeringen σ_s kan regnes konstant over arealet A_s .

Indføres armeringsforholdet

$$\varphi = \frac{A_s}{A_{ct}} \quad (6.8)$$

kan formlerne skrives

$$\sigma_{ct} = \frac{N}{A_{ct}(1 + n\varphi)} \quad (6.9)$$

$$\sigma_s = n \sigma_{ct} \quad (6.10)$$

$$A_{te} = A_{ct}(1 + n\varphi) \quad (6.11)$$

Spændingen i betonen kan derimod ikke altid forudsættes konstant over arealet A_{ct} . Der indføres derfor et effektivt betonareal i trækzonen A_{cte} , der tager hensyn til, at de trækspændinger, der optræder i betonen som følge af forbindelsen mellem beton og armering, undertiden har en begrænset udbredelse.

For A_{cte} gælder:

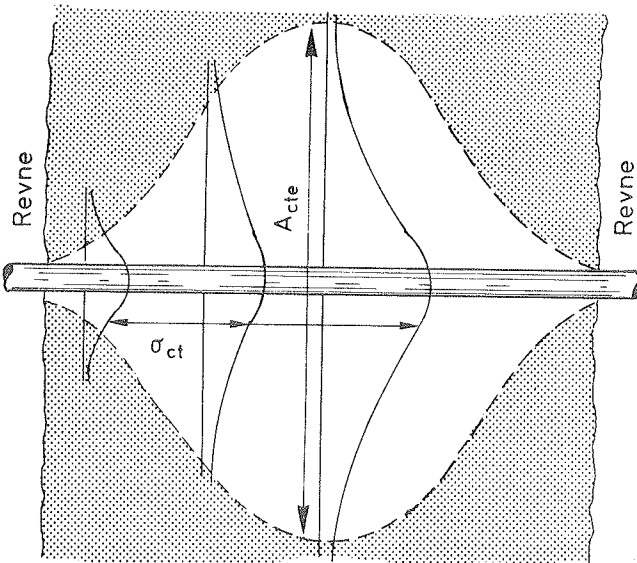
$$\sigma_{ct} \text{ middel}(x) \cdot A_{cte} = \int_{A_{ct}} \sigma_{ct}(x, y, z) \cdot dA_{ct} \quad (6.12)$$

Forløbet af betonens trækspændinger $\sigma_{ct}(x)$ og dermed udbredelsen af det effektive betonareal A_{cte} er skitseret på figur 6.2.2.

Det skraverede område repræsenterer den del af betonen, der ikke påvirkes af spændingsoverførelsen mellem de to materialer.

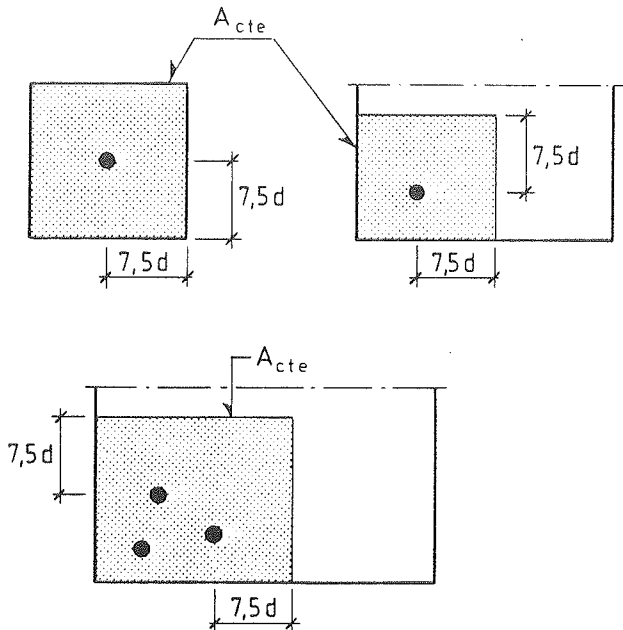
Som en konsekvens af, at σ_{ct} ikke kan regnes jævnt fordelt over hele betonarealet A_{ct} , skal et udtryk for det effektive betonareal bestemmes.

CEB [81.1] foreslår, at A_{cte} højst må beregnes som et rektangulært areal, hvis afstand fra midten af et armeringsjern og til rektanglets side højst må sættes til $7,5 \cdot d$.



Figur 6.2.2 : Det effektive betonareal A_{cte} .

I figur 6.2.3 er i nogle tilfælde vist A_{cte} efter ovenstående princip.



Figur 6.2.3 : Beregninger af det effektive areal A_{cte} efter CEB [81.1].

Ved beregning af det transformerede areal anvendes derfor A_{cte} i stedet for A_{ct} .

6.3 Revnet stadium.

6.3.1 Beskrivelse af revnedannelsen.

I det følgende betragtes et armeret betonlegeme, der bliver belastet med en aksial trækraft $N \geq N_r$ (kraften, der fører til revnedannelse) således, at der opstår revner i legemet. Den første revne vil dannes i den armerede betonkonstruktion, når betonen i et snit $x = x_1$ har nået sin trækstyrke $\nu_t \cdot f_{ct}$.

Faktoren ν_t indføres for at tage hensyn til, at spændings-

fordelingen kan være ujævn i det øjeblik revnedannelsen påbegyndes. Ligeledes kan der være spændinger fra svind, der reducerer den ydre kraft, der skal til at frembringe revnedannelse. Størrelsen $\nu_t f_{ct}$ kaldes den effektive trækstyrke.

I det øjeblik revnen dannes, hvilket forudsættes at ske momentant, vil en spændingsomlejring i det revnede tværsnit finde sted.

Den samvirken, der før var tilstede i det urevne stadium, er nu blevet brudt og antages at det revnede snit nu momentant skal have optaget hele sin trækraft af armeringen bliver spændingstilstanden i snittet

$$\sigma_{ct}(x = x_1) = 0 \quad (6.13)$$

og

$$\sigma_s(x = x_1) = \frac{N(x = x_1)}{A_s} \quad (6.14)$$

Den normalkraft, der fremkalder revnedannelse er ifølge formel (6.9)

$$N_r = A_{ct}(1 + n\varphi)f_{ct} \quad (6.15)$$

Spændingen i armeringen ved revnedannelse bliver da

$$\sigma_{sr} = \frac{N_r}{A_s} = \frac{1 + n\varphi}{\varphi} f_{ct} = \frac{f_{ct}}{\varphi} + n f_{ct} \quad (6.16)$$

Da spændingen i armeringen umiddelbart før revnedannelse er $n \cdot f_{ct}$ bliver spændingsspringet

$$\Delta\sigma_s = \frac{f_{ct}}{\varphi} \quad (6.17)$$

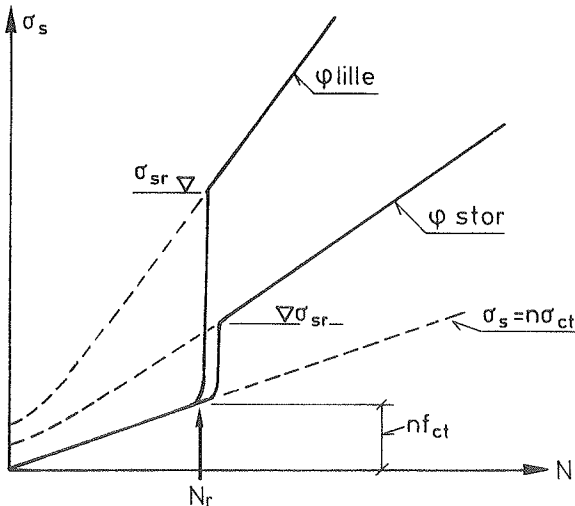
I virkeligheden vil kraften ikke momentant overføres til armeringen fordi der kræves en vis revnevidde før kraften

er helt forsvundet i betonen, et forhold, der beskrives nærmere i brudmekanikken. Hvad der er mere væsentligt er imidlertid, at revnedannelse ofte vil ske for en mindre spænding end f_{ct} p.g.a. ekstraspændinger fra svind og fra spændingskoncentrationer. Spændingsspringet er derfor mindre end givet ved formel (6.17). Dette tages der hensyn til ved indførelse af parameteren ν_t , effektivitetsfaktoren på betonens trækstyrke. I det følgende regnes

$$\sigma_{sr} \cong \Delta\sigma_s = \frac{\nu_t f_{ct}}{\varphi} \quad (6.18)$$

og betonens trækstyrke regnes til $\nu_t f_{ct}$.

Spændingsomlejringen bevirker et spændingsspring i armeringen, der for forskellige armeringsforhold φ er vist på figur 6.3.1.



Figur 6.3.1 : Spændingsspringet i armeringen for enakset træk som funktion af armeringsforholdet φ .

Revnedannelsen i legemet kan, når spændingen øges, opdeles i tre faser.

De tre faser kaldes henholdsvis :

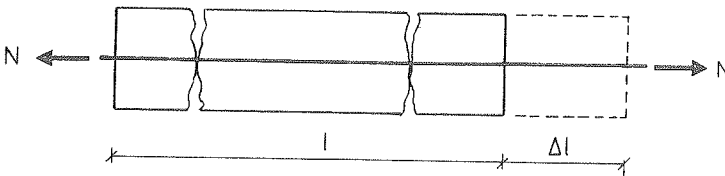
1. Den begyndende revnefase, $l_t \geq 2 \cdot x_o$.
2. Den udviklende revnefase, $x_o \leq l_t \leq 2 \cdot x_o$.
3. Den stabiliserede revnefase, $l_t = x_o$.

x_o angiver overføringslængden, d.v.s. den strækning omkring en revne der har forskydningsspændinger mellem armering og beton efter dannelsen af revnen.

6.3.2 Beskrivelse af arbejdslinien for det revnede legeme.

For at kunne formulere en revneteor, der beskriver revnevidder og revneafstande som funktion af tøjningerne og spændingerne i legemet, må arbejdslinien kendes.

Et legeme, der bliver belastet med en trækraft N , der er større end N_r (kraften hvor den første revne dannes), betragtes.



Figur 6.3.2 : Armeret betonlegeme.

Den middeltøjning ϵ_{sm} , der optræder i dette legeme, kan bestemmes som :

$$\epsilon_{sm} = \frac{\Delta l}{l} = \epsilon_s - \Delta \epsilon_s \quad (6.19)$$

Legemets middeltøjning regnes lig med armeringens middeltøjning, ligesom legemets samlede forlængelse Δl er lig

med armeringens forlængelse. Summen af revnevidderne og forlængelserne af betonen mellem revnerne er ligeledes lig med legemets samlede forlængelse Δl .

ϵ_{sm} beskriver således middeltøjningen i armeringen målt over revneafstanden l .

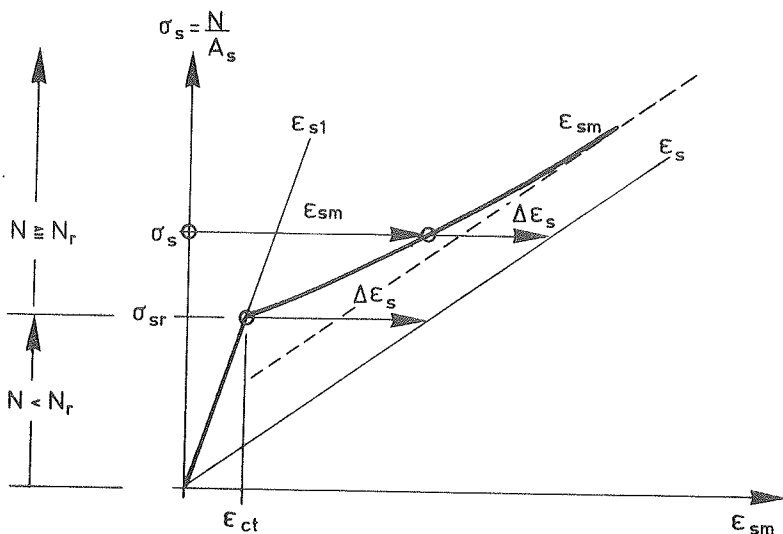
ϵ_s er tøjningen i armeringen uden hensyntagen til træktøjningen i betonen og $\Delta\epsilon_s$ er den reduktion som betonen giver anledning til fordi den medvirker aktivt til overføring af spændingerne, også i det revnede stadium.

Fænomenet kaldes på engelsk, tension stiffening.

Betonens bidrag til denne tøjningsreduktion er en vigtig parameter ved bestemmelse af revneafstande og revnevidder.

Størrelsen af $\Delta\epsilon_s$ vil i den begyndende og udviklende revnefase være aftagende, hvorefter størrelsen i den stabiliserede revnefase er stort set konstant.

CEB foreslår i reference [85.1] en arbejdslinie, der udgøres af en hyperbelgren som vist i figur 6.3.3. Kurven viser $\sigma_s = N/A_s$ som funktion af ϵ_{sm} . Bemærk, at σ_s derfor ikke er spændingen i armeringen før revnedannelse. Efter revnedannelsen er σ_s armeringsspændingen i revnerne.



Figur 6.3.3 : CEB.'s forslag til spændings-tøjnings sammenhængen for det revnede betonlegeme.

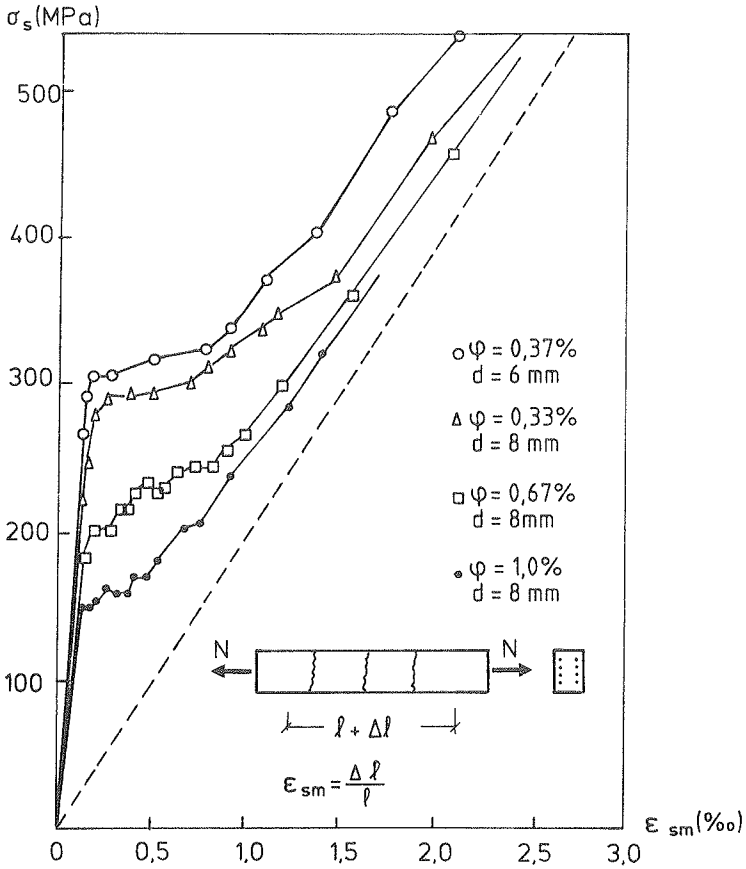
Sammenhængen er i reference [85.1] angivet til :

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s \cdot \left(1 - \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right) + \epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (6.20)$$

Udtrykket i (6.20) kan i den fuldt udviklede revnefase simplificeres, som det blev vist i afsnit 5.3.2.

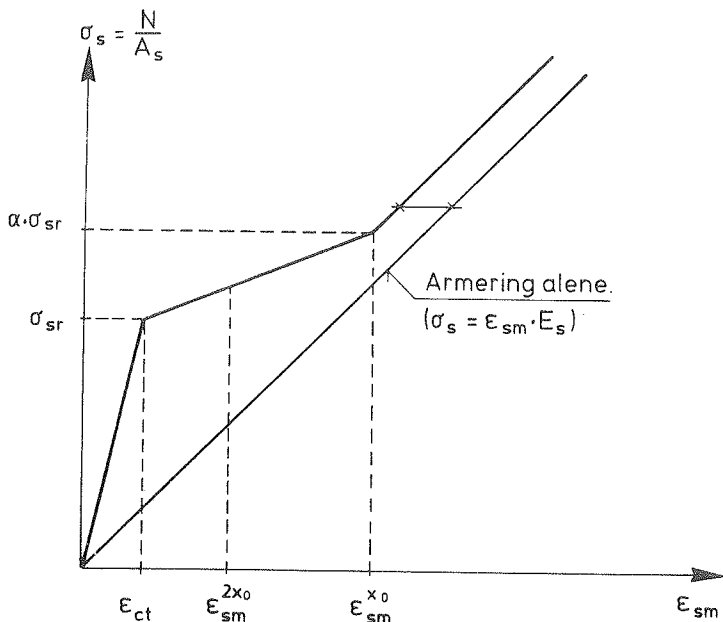
Dette udtryk for det revnede legemes arbejdslinie fra CEB viser sig ikke at kunne forudsige revnevidder og revneafstande særlig godt i den begyndende og udviklende revnefase.

Forsøg fra bl.a. Falkner i reference [69.1] og Rostasy i reference [76.1] viser at arbejdslinieforløbet i revnefase I og II beskrives bedre v.h.a. rette linier som det ses af nedenstående figur, der viser forsøg med træklegemer for forskellige armeringsforhold φ .



Figur 6.3.4 : Forsøg der viser arbejdslinieforløbet bestemt eksperimentelt af Falkner og Rostasy.

På grundlag af disse og andre forsøg kan man slutte, at en arbejdslinie, der mere realistisk angiver revnefasernes forløb vil være som angivet i figur 6.3.5.



Figur 6.3.5 : Den teoretiske arbejdslinie, der danner grundlag for bestemmelse af revneafstande og revnevidder i revnefaserne I, II og III.

I intervallet $[\epsilon_{ct} ; \epsilon_{sm}^{x_0}]$, d.v.s i den begyndende og udviklende revnefase, beskrives spændings-tøjnings sammenhængen v.h.j.a. en ret linie med hældningen μ , hvor:

$$\mu = \frac{(\alpha - 1)}{(\epsilon_{sm}^{x_0} - \epsilon_{ct})} \quad (6.21)$$

Parameteren α tager hensyn til at trækstyrken varierer hen igennem trækstangen. Der skal således en lidt større kraft til at fremkalde den anden revne sammenlignet med den kraft, der skal til at fremkalde den første revne. Forsø-

gene viser, at α antager værdier mellem 1,4 - 1,6. Dette må dog ikke tages til udtryk for, at den maksimale trækstyrke er 40-60% højere end den minimale. Hvis man benytter beregningsmodellen til at bestemme den maksimale trækspænding, der regnes med, vil den være betydeligt lavere end αf_{ct} .

Efter at revneudviklingen er stabiliseret d.v.s. når der ikke dannes flere primære revner, bliver betonens bidrag til trækstivheden af legemet konstant. Også i dette stadium vil der stadig kunne overføres kræfter mellem armeringen og betonen ved hjælp af forskydningsspændinger. Dannelsen af de langsgående revner påviser dette, idet der, når armeringsspændingen stiger, som nævnt vil opstå en kilevirkning omkring armeringen, som bevirker, at der kommer skrå trykspændinger på kammene. Disse trykspændinger vil føre til dannelsen af ringsspændinger i den omkringliggende beton.

I revnefase I og II kan relationen mellem σ_s og ϵ_{sm} , på baggrund af ovenstående opskrives til :

$$\sigma_s = \sigma_{sr} \cdot (\mu \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1) \quad (6.22)$$

Indføres udtrykket for μ fra formel (6.21) fås :

$$\sigma_s = \sigma_{sr} \cdot \left[\frac{(\alpha - 1)}{(\epsilon_{sm}^{x_0} - \epsilon_{ct})} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1 \right] \quad (6.23)$$

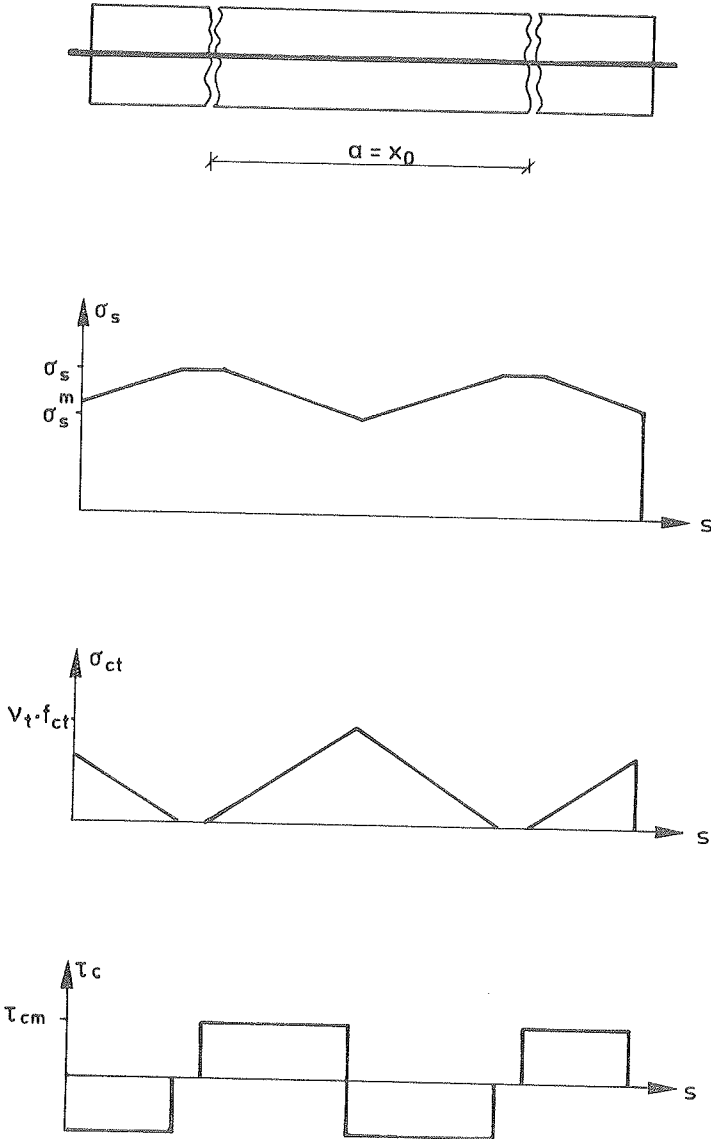
Formel (6.23) gælder for :

$$\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_s^{x_0}]$$

og for

$$\sigma_s \in [\sigma_{sr} ; \alpha \cdot \sigma_{sr}].$$

I den stabiliserede revnefase, hvor der ikke udvikles flere nye revner, kan sammenhængen mellem $\sigma_s - \epsilon_{sm}$ bestemmes på grundlag af den i figur 6.3.6 viste spændingsfordeling.



Figur 6.3.6 : Armerings- og forskydningsspændingsforløbet der danner grundlag for arbejdslinien i revnefase III.

Når der tages hensyn til forskydningsspændingen τ_{cm} , bliver spændingen i armeringen σ_s^m i midten af strækningen $a = x_0$:

$$\sigma_s^m = \sigma_s - \frac{a}{2} \cdot \frac{\tau_{cm} \cdot \Sigma \circ}{A_s} \quad (6.24)$$

Hvilket kan omskrives til :

$$\sigma_s^m = \sigma_s - \frac{2 \cdot \tau_{cm} \cdot x_0}{d} \quad (6.25)$$

idet $a = x_0$ i den stabiliserede revnefase.

Ved at betragte figur 6.3.6, kan et udtryk for længdeændringen Δa i legemet opstilles som følger :

$$\Delta a = \epsilon_{sm} \cdot a = 2 \cdot \left[\frac{\sigma_s + \sigma_s^m}{2 \cdot E_s} \right] \cdot \frac{x_0}{2} \quad (6.26)$$

Indføres formel (6.25) fås :

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\tau_{cm} \cdot x_0}{d \cdot E_s} \quad (6.27)$$

således at :

$$\sigma_s = \epsilon_{sm} \cdot E_s + \frac{\tau_{cm} \cdot x_0}{d} \quad (6.28)$$

Bestemmelsen af τ_{cm} og x_0 for de enkelte revnefaser er beskrevet i de efterfølgende afsnit.

Ovenstående formel (6.28) gælder for :

$$\epsilon_{sm} \in [\epsilon_s^{x_0} ; \infty [$$

og for

$$\sigma_s \in [\alpha \cdot \sigma_{sr} ; \infty [.$$

6.3.2.1 Sammenfatning.

Som en opsummering af det foregående afsnit 6.3.2 nævnes de vigtigste resultater for sammenhængen mellem spændingerne og tøjningerne i det revnede legeme :

For revnefase I og II er

$$\sigma_s = \sigma_{sr} \cdot (\mu \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1) \quad (6.29)$$

der gælder for $\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_s^{x_0}]$ og $\sigma_s \in [\sigma_{sr} ; \alpha \sigma_{sr}]$.

For revnefase III er

$$\sigma_s = \epsilon_{sm} \cdot E_s + \frac{\tau_{cm} \cdot x_0}{d} \quad (6.30)$$

der gælder for $\epsilon_{sm} \in] \epsilon_s^{x_0} ; \infty [$ og $\sigma_s \in] \alpha \sigma_{sr} ; \infty [$.

6.3.3 Den begyndende revnefase, $a_t > 2 \cdot x_0$.

I den begyndende revnefase dannes revnerne tilfældigt i legemet og med en relativt stor afstand fra hinanden.

Udbredelsen af forskydningsspændingerne τ vil have en endelig længde, der er mindre end den halve afstand mellem revnerne, således at overføringslængderne x_0 fra hver revne ikke berører hinanden.

Ud fra den spændingsfordeling der er vist i figur 6.3.7, kan revneafstanden a_t , der benævnes transmissionsrevneafstanden, bestemmes. Grunden til at denne afstand indføres er, at der i og omkring revnerne vil ske en ødelæggelse af betonen, således at der i dette område l_0 ingen forskydningsoverførelse finder sted mellem armering og beton. Længden l_0 kaldes slippet.

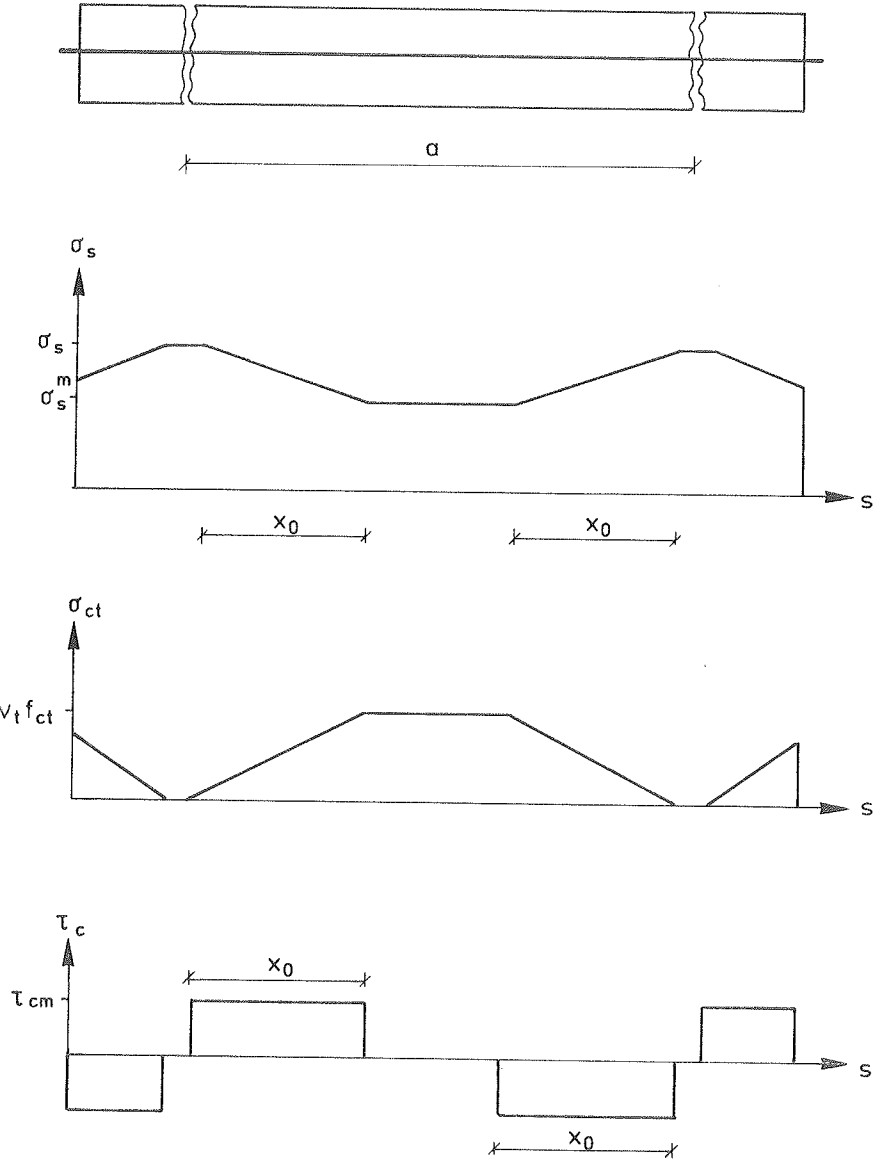
Virkningen af slippet, der normalt er lille i forhold til revneafstanden, indføres som en korrektion og der tages ikke hensyn til slippet ved beregningen af middeltøjningen. Beregning af den endelige revneafstand l_t sættes lig med summen af transmissionsrevneafstanden $a_t(\epsilon_{sm})$ og sliplængden $l_0(\epsilon_{sm})$.

$$l_t(\epsilon_{sm}) = l_0(\epsilon_{sm}) + a_t(\epsilon_{sm}) \quad (6.31)$$

Sliplængden $l_0(\epsilon_{sm})$ er nærmere beskrevet i afsnit 6.3.6.

Figur 6.3.7 illustrerer et betonlegeme, der befinder sig i den begyndende revnefase. På figuren ses fordelingen af forskydningsspændingerne samt fordelingen af armerings- og betonspændingerne. Da revnerne dannes tilfældigt afhængigt af trækstyrkens fordeling henover konstruktionen, vil det virkelige billede naturligvis ikke være så regelmæssigt som vist i figur 6.3.7. Hvis revnerne ikke dannes tættere end $2x_0$ i denne fase vil det virkelige billede blot svare til en blanding af de forskellige zoner og resultatet vil blive uændret. Hvis der dannes nogle revner med mindre afstand end $2x_0$ vil beregningerne ændres, men det viser sig at middelrevnevidde og middelrevneafstand er ufølsom over for disse ændringer. En nøjere statistisk analyse er endnu ikke gennemført.

Tilsvarende ufølsomhed er der i revnefase 2, hvorfor der gælder lignende bemærkninger i tilknytning til figur 6.3.12.



Figur 6.3.7 : Spændingsfordelingerne i den begyndende revnefase.

6.3.3.1 Bestemmelse af transmissionsrevneafstanden a_t for $l_t > 2 \cdot x_0$.

For enakset træk er udtrykket for spændingen i armeringen σ_s i revnen, jvf. figur 6.3.7 :

$$\sigma_{sr} = \frac{\nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} \quad (6.32)$$

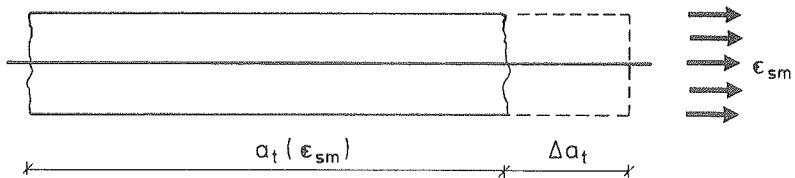
hvilket betyder, at arbejdslinien for det revnede legeme ved indsættelse af (6.32) i (6.23) bliver :

$$\sigma_s = \frac{\nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} \left[\frac{(\alpha - 1)}{(\epsilon_{sm}^{x_0} - \epsilon_{ct})} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1 \right] \quad (6.33)$$

Ved at betragte figur 6.3.7 ses, at i den begyndende revnefase, hvor afstanden mellem revnerne er stor, vil spændingen i midten af transmissionsrevneafstanden a_t kunne angives som :

$$\sigma_s^m \left[x = \frac{a_t}{2} \right] = n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}. \quad (6.34)$$

Belastningssituationen på figur 6.3.8 betragtes :



Figur 6.3.8 : Betonlegeme med en tøjningsbelastning ϵ_{sm} .

Dette legeme, der belastes med en tøjning ϵ_{sm} , vil når den begyndende revnefase er nået, have fået en længdeændring Δa_t givet ved (jvf. figur 6.3.7 samt formlerne (6.32) og (6.34)):

$$\Delta a_t = \epsilon_{sm} a_t (\epsilon_{sm}) = 2 \left[\frac{\sigma_s + n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{2 \cdot E_s} \right] x_0 + \frac{n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{E_s} (a_t (\epsilon_{sm}) - 2x_0)$$

hvilket kan omskrives til

$$a_t(\epsilon_{sm}) \left[\epsilon_{sm} - \frac{n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{E_s} \right] = \left[\frac{\sigma_s + n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{E_s} - \frac{2 \cdot n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{E_s} \right] x_0$$

og dermed :

$$a_t(\epsilon_{sm}) = \frac{(\sigma_s - n \cdot \nu_t \cdot f_{ct})}{(E_s \cdot \epsilon_{sm} - n \cdot \nu_t \cdot f_{ct})} x_0 \quad (6.35)$$

Indføres ligning (6.33) i (6.35) fås :

$$a_t(\epsilon_{sm}) = \frac{\left[\frac{\nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} \left[\frac{(\alpha - 1)}{(\epsilon_{sm}^{x_0} - \epsilon_{ct})} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1 \right] - n \cdot \nu_t \cdot f_{ct} \right]}{(E_s \cdot \epsilon_{sm} - n \cdot \nu_t \cdot f_{ct})} x_0 \quad (6.36)$$

Ved indførelse af μ efter formel (6.21) samt ved at udnytte at

$$\epsilon_{ct} = \frac{\nu_t \cdot f_{ct}}{E_c} = \frac{n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{E_s} \quad (6.37)$$

kan udtrykket i (6.36) omskrives til :

$$a_t(\epsilon_{sm}) = \frac{\epsilon_{ct} \cdot \left[\frac{1}{\varphi} \left[\mu \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1 \right] - n \right]}{n \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct})} x_0 \quad (6.38)$$

6.3.3.2 Grænseværdiundersøgelse I.

Formel (6.38) gælder for $a_t \geq 2 \cdot x_0$ og for ϵ_{sm} liggende i intervallet :

$$\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_{sm}^{2x_0}] \quad (6.39)$$

Et udtryk for $\epsilon_{sm}^{2x_0}$ fås ved anvendelse af (6.38) med

$$a_t(\epsilon_{sm}^{2x_0}) = 2x_0.$$

Indsættelse giver :

$$2x_0 = \frac{\epsilon_{ct} \left[\frac{1}{\varphi} \left[\mu \cdot (\epsilon_{sm}^{2x_0} - \epsilon_{ct}) + 1 \right] - n \right]}{n(\epsilon_{sm}^{2x_0} - \epsilon_{ct})} x_0 \quad (6.40)$$

Ved omskrivning af ovenstående udtryk fås :

$$\epsilon_{sm}^{2x_0} \left[2 \cdot n - \frac{\mu \cdot \epsilon_{ct}}{\varphi} \right] = \epsilon_{ct} \left[\frac{1}{\varphi} + n - \frac{\mu \cdot \epsilon_{ct}}{\varphi} \right]$$

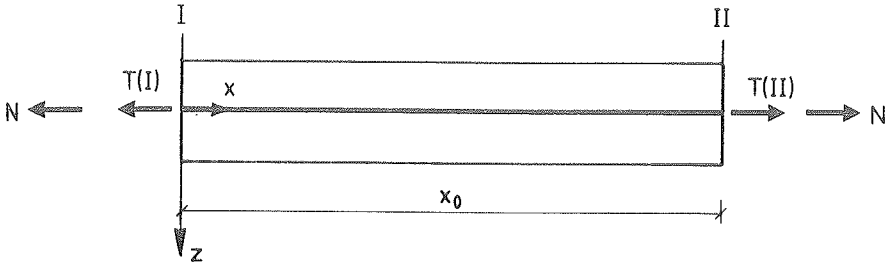
D.v.s. :

$$\epsilon_{sm}^{2x_0} = \frac{\varphi \cdot \epsilon_{ct}}{2 \cdot n \cdot \varphi - \mu \cdot \epsilon_{ct}} \cdot \left[\frac{1}{\varphi} + n - \frac{\mu \cdot \epsilon_{ct}}{\varphi} \right] \quad (6.41)$$

$\epsilon_{sm}^{2x_0}$ repræsenterer altså overgangstøjningen i armeringen mellem den begyndende og udviklende revnefase.

6.3.3.3 Bestemmelse af overføringslængden x_0 :

Der betragtes en længde x_0 mellem to snit I og II i et armeret betonlegeme belastet med en trækraft.



Figur 6.3.9 : Udsnit af et armeret betonlegeme.

Ændringen af kraften i armeringen fra snit I til snit II er

$$\Delta T = T(I) - T(II) = \int_{A_S} \Delta \sigma_s(x, y) dA_S \quad (6.42)$$

Ændringen af kraften i armeringen ΔT bliver mellem snit I og II overført som forskydningsspændinger mellem armering og beton, således at :

$$\Delta T = \int_{A_T} \tau_c(x, y) \cdot dA_T \quad (6.43)$$

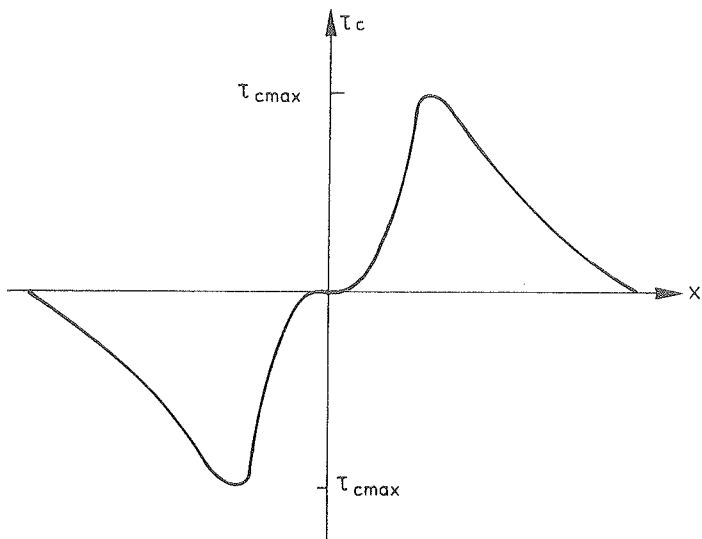
Antages samme diameter for de enkelte armeringsjern kan (6.43) omskrives til :

$$\Delta T = \pi \cdot \Sigma d \cdot \int_0^{x_0} \tau_c(x) \cdot dx \quad (6.44)$$

Indsættes dette udtryk i ligning (6.42) fås identiteten :

$$\pi \cdot \Sigma d \cdot \int_0^{x_0} \tau_c(x) \cdot dx = \int_{A_S} \Delta \sigma_s(x, y) \cdot dA_S \quad (6.45)$$

Det kvalitative forløb af $\tau_c(x)$ er som vist i figur 6.3.10, se f.eks. [77.1].



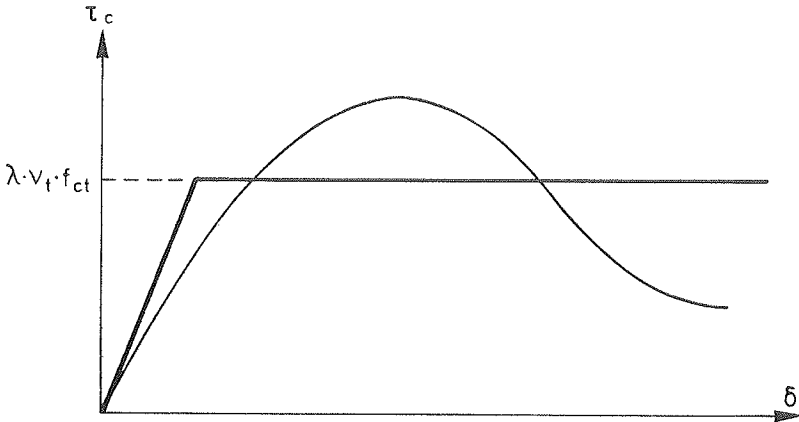
Figur 6.3.10 : Forskydningsspændingen $\tau_c(x)$ fra reference [77.1].

Forskydningsspændingen τ_c er naturligvis en funktion af deformationsforholdene i omegnen af armeringsstangen, herunder forløbet og udstrækningen af de sekundære revner. Man kunne tænke sig at beskrive forholdene v.h.a. en τ_c - δ relation, hvor δ er den relative flytning mellem armering og beton. Denne kunne f.eks. have den i fig. 6.3.11 viste form.

Der vil imidlertid blive gjort den stærkt simplificerende antagelse, at relationen er lineærelastisk-idealplastisk og der vil blive set bort fra den lineærelastiske del,

d.v.s. der regnes stift-plastisk. "Flydegrænsen" antages at have værdien $\lambda \nu_t f_{ct}$, der således bliver lig med midelværdien

$$\tau_{cm} \cdot x_0 = \int_0^{x_0} \tau_c(x) \cdot dx \quad (6.46)$$



Figur 6.3.11 : Forskydningsspændingen som funktion af den relative bevægelse δ mellem armering og beton.

Denne forudsætning er uden bemærkninger blev anvendt ved bestemmelsen af arbejdslinien i revnefase III og τ_{cm} forudsættes således fremover at have den konstante værdi:

$$\tau_{cm} = \lambda \cdot \nu_t \cdot f_{ct} \quad (6.47)$$

Der henvises til figur 6.3.6 og 6.3.7, hvor fordelingen af τ_{cm} er skitseret.

Størrelsen af τ_{cm} antages foruden f_{ct} at afhænge af overfladestrukturen af armeringen.

Denne afhængighed beskrives v.h.a. parameteren λ . Forsøg viser at λ kun varierer begrænset ved forskellige ribbeudformninger, således at det som hovedregel kun er nødvendigt at skelne mellem forkammede og glatte armeringsjern.

Forsøg, der senere vil blive beskrevet, viser at der for λ kan regnes med følgende værdiintervaller :

$$\lambda = \begin{cases} 1,8 - 2,5 & \text{for forkammede armeringsjern.} \\ 0,8 - 1,3 & \text{for glatte armeringsjern.} \end{cases} \quad (6.48)$$

Benyttes værdien af τ_{cm} givet ved (6.47), kan formel (6.45) omskrives til :

$$\tau_{cm} \cdot x_0 \cdot \pi \cdot \Sigma d = (\sigma_s - n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}) \cdot A_s \quad (6.49)$$

Da der regnes med svagt stigende σ_s under revneudviklingen findes x_0 under revneudviklingen altså større, end x_0 -værdien ved begyndende revnedannelse, hvilket betyder, at betonens trækspænding, bliver større end $\nu_t f_{ct}$. Der skulle derfor egentligt regnes med denne større trækspænding ved bestemmelse af forlængelsen Δa_t i tilfældet $1 > 2x_0$, se afsnit 6.3.3.1. Dette er ikke gjort, da betydningen skønnes minimal.

Hermed bliver x_0 ved anvendelse af (6.47) :

$$x_0 = \frac{d}{4 \cdot \lambda \cdot \nu_t \cdot f_{ct}} (\sigma_s - n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}) \quad (6.50)$$

Indføres udtrykket for σ_s ved enakset træk fås :

$$x_0 = \frac{d}{4 \cdot \lambda \cdot \nu_t \cdot f_{ct}} \cdot \left[\frac{\nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} \left[\frac{(\alpha - 1)}{(\epsilon_{sm}^{x_0} - \epsilon_{ct})} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1 \right] - n \cdot \nu_t \cdot f_{ct} \right]$$

Ved omskrivning og v.h.a. formel (6.21) fås:

$$x_0 = \frac{d}{4 \cdot \lambda} \cdot \left[\frac{\mu}{\varphi} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - n \right] \quad (6.51)$$

Ved indsættelse af dette udtryk for overføringslængden x_0 i formel (6.38) bliver transmissionsrevneafstanden $a_t(\epsilon_{sm})$ for revnefase I :

$$a_t(\epsilon_{sm}) = \frac{d \cdot \epsilon_{ct} \cdot \left[\frac{1}{\varphi} \left[\frac{\mu \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct})}{\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}} + 1 \right] - n \right]}{4 \cdot \lambda \cdot n \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct})} \cdot \left[\frac{\mu}{\varphi} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - n \right]$$

Denne formel kan simplificeres til :

$$a_t(\epsilon_{sm}) = \frac{d \cdot \epsilon_{ct}}{4 \cdot \lambda \cdot n \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct})} \cdot \left[\frac{\mu}{\varphi} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - n \right]^2 \quad (6.52)$$

Formel (6.52) er det endelige udtryk for transmissionsrevneafstanden $a_t(\epsilon_{sm})$ i revnefase I, altså for ϵ_{sm} liggende i intervallet :

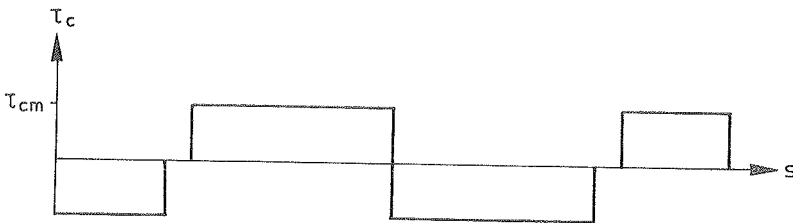
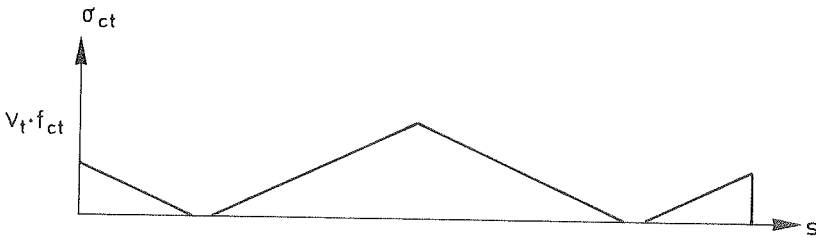
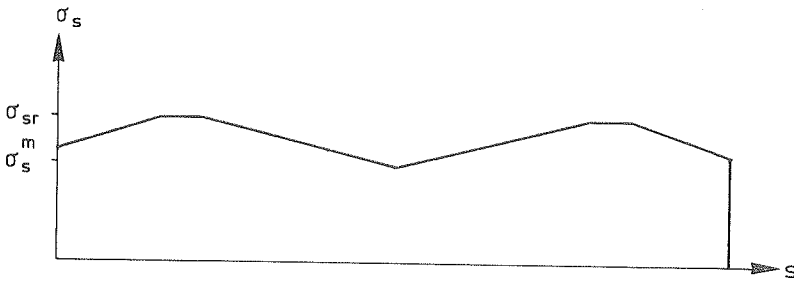
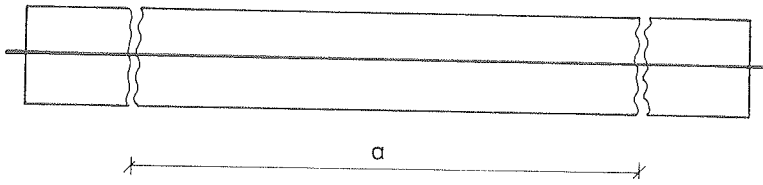
$$\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_{sm}^{2x_0}] .$$

6.3.4 Den udviklende revnefase, $x_0 < a_t < 2 \cdot x_0$.

I denne fase, der også kunne kaldes den primære revnefase, begynder revnerne at dannes relativt hurtigt. Disse revner dannes mellem revnerne i den første fase og overføringslængderne x_0 begynder at ligge i forlængelse af hinanden, således at der ikke længere er et forskydningsfrit område mellem revnerne.

Idet der i denne fase udvikles mange revner, øges revnevvidden w_t ikke i samme omfang som armeringsspændingerne øges.

På omstående figur 6.3.12 ses en illustration af et betonlegeme, der befinder sig i denne fase. På figuren ses tillige fordelingerne af forskydningsspændingerne samt af armerings- og betonspændingerne.



Figur 6.3.12 : Spændingsfordelingen i den udviklende revnefase.

6.3.4.1 Bestemmelse af transmissionsrevneafstanden a_t for $x_0 < a_t < 2 \cdot x_0$.

Der betragtes igen belastningssituationen givet ved tøjningen ϵ_{sm} , se figur 6.3.8.

Spændingsfordelingen fra figur 6.3.12 samt formel (6.32) giver :

Spændingen i selve revnen :

$$\sigma_{sr} = \frac{\nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} \quad (6.53)$$

og i midten af det revnede legeme :

$$\sigma_s^m \left[x = \frac{a_t}{2} \right] = \sigma_s - \frac{\tau_{cm} \cdot \Sigma_0}{A_s} \cdot \frac{a_t}{2} \quad (6.54)$$

d.v.s.

$$\sigma_s^m \left[x = \frac{a_t}{2} \right] = \sigma_s - \frac{4 \cdot \tau_{cm} \cdot \pi \cdot \Sigma d}{\pi \cdot \Sigma(d)^2} \cdot \frac{a_t}{2} \quad (6.55)$$

Dette kan simplificeres til :

$$\sigma_s^m \left[x = \frac{a_t}{2} \right] = \sigma_s - \frac{2 \cdot \tau_{cm} \cdot a_t}{d} \quad (6.56)$$

For σ_s anvendes (6.23) med σ_{sr} fra (6.53).

Længdeændringen $\Delta a_t(\epsilon_{sm})$ af dette legeme, når det befinder sig i denne revnefase II, kan ved hjælp af de ovenfor beregnede spændinger udtrykkes ved:

$$\Delta a_t = \epsilon_{sm} \cdot a_t = 2 \cdot \left[\frac{\sigma_s + \sigma_s^m}{2 \cdot E_s} \right] \cdot \frac{a_t}{2} \quad (6.57)$$

Indføres udtrykket (6.56) i (6.57) fås:

$$\epsilon_{sm} = \frac{1}{E_s} \left[\sigma_s - \frac{\tau_{cm} \cdot a_t}{d} \right] \quad (6.58)$$

hvorefter a_t bliver :

$$a_t(\epsilon_{sm}) = \frac{d}{\tau_{cm}} \left[\sigma_s - E_s \cdot \epsilon_{sm} \right] \quad (6.59)$$

Ved indsættelse af udtrykket for σ_s givet ved (6.33) samt $\tau_{cm} = \lambda \cdot \nu_t \cdot f_{ct}$ bliver transmissionsrevneafstanden a_t for revnefase II:

$$a_t(\epsilon_{sm}) = \frac{d}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{\varphi} \cdot \left[\frac{(\alpha - 1)}{(\epsilon_{sm}^{x_0} - \epsilon_{ct})} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1 \right] - \frac{E_s \cdot \epsilon_{sm}}{\epsilon_{ct}} \right]$$

Indføres parameteren μ fås :

$$a_t(\epsilon_{sm}) = \frac{d}{\lambda} \left[\frac{\mu}{\varphi} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - \frac{n \cdot \epsilon_{sm}}{\epsilon_{ct}} \right] \quad (6.60)$$

Formel (6.60) er det endelige udtryk for transmissionsrevneafstanden $a_t(\epsilon_{sm})$ i revnefase II, altså for ϵ_{sm} liggende i intervallet :

$$\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{sm}^{2x_0} ; \epsilon_{sm}^{x_0}] .$$

6.3.4.2 Grænseværdiundersøgelse II.

For $a_t = 2 \cdot x_0$ skal $\sigma_s^m(I) = \sigma_s^m(II)$.

Af formel (6.56) fås ved indsættelse :

$$\sigma_s^m(\text{II}) = \sigma_s - \frac{2 \cdot \lambda \cdot \nu_t \cdot f_{ct} \cdot 2 \cdot x_0}{d}, \quad (6.61)$$

hvor der for τ_{cm} er anvendt udtrykket fra (6.47).

Ved indsættelse af udtrykkene for σ_s og x_0 fra henholdsvis (6.33) og (6.51) bliver (6.61) :

$$\sigma_s^m(\text{II}) = \frac{\nu_t f_{ct}}{\varphi} \left[\mu(\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1 \right] - \nu_t f_{ct} \left[\frac{\mu}{\varphi} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - n \right]$$

Hvilket giver :

$$\sigma_s^m(\text{II}) = n \cdot \nu_t \cdot f_{ct} \quad (6.62)$$

(6.62) ses at være i overensstemmelse med formel (6.34), således at overgangsbetingelsen for armeringsspændingen er opfyldt.

6.3.4.3 Grænseværdiundersøgelse III.

Den nedre tøjningsgrænse for revnefase II, $\epsilon_{sm}^{2x_0}$, kan bestemmes ved indsættelse af $a_t = 2 \cdot x_0$ i formel (6.59), hvilket giver :

$$2x_0 = \frac{d}{\tau_{cm}} \left[\sigma_s - E_s \epsilon_{sm}^{2x_0} \right] \quad (6.63)$$

For σ_s anvendes naturligvis $\sigma_s(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{2x_0})$ og for τ_{cm} anvendes en omskrivning af formel (6.49):

$$\tau_{cm}(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{2x_0}) = \frac{d}{4 \cdot x_0} \left[\sigma_s(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{2x_0}) - n \nu_t f_{ct} \right] \quad (6.64)$$

Indsættes $\sigma_s(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{2x_0})$ fra formel (6.33) med parameteren μ fås:

$$\tau_{cm}(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{2x_0}) = \frac{d\nu_t \cdot f_{ct}}{4x_0} \left[\frac{\mu}{\varphi} (\epsilon_{sm}^{2x_0} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - n \right] \quad (6.65)$$

Indsættes dette i (6.63) fås:

$$2x_0 = \frac{4 \cdot x_0}{\left[\frac{\mu}{\varphi} (\epsilon_{sm}^{2x_0} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - n \right]} \left[\frac{\mu}{\varphi} (\epsilon_{sm}^{2x_0} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - \frac{E_s \cdot \epsilon_{sm}^{2x_0}}{\nu_t \cdot f_{ct}} \right]$$

Ved en del omskrivninger kommer man til:

$$\epsilon_{sm}^{2x_0} \left[2E_s - \frac{\nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} \mu \right] = \nu_t \cdot f_{ct} \left[\frac{1}{\varphi} (1 - \mu \cdot \epsilon_{ct}) + n \right] \quad (6.66)$$

og dermed,

$$\epsilon_{sm}^{2x_0} = \frac{\varphi \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{(2 \cdot E_s \cdot \varphi - \nu_t \cdot f_{ct} \cdot \mu)} \left[\frac{1}{\varphi} (1 - \mu \cdot \epsilon_{ct}) + n \right] \quad (6.67)$$

Da $\epsilon_{ct} = \frac{n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{E_s}$ bliver:

$$\epsilon_{sm}^{2x_0} = \frac{\varphi \cdot \epsilon_{ct}}{2 \cdot n \cdot \varphi - \mu \cdot \epsilon_{ct}} \left[\frac{1}{\varphi} + n - \frac{\mu \cdot \epsilon_{ct}}{\varphi} \right] \quad (6.68)$$

Sammenlignes ovenstående udtryk med formel (6.41) ses, at grænserne for de to revnefaser er ens, således at overgangsbetingelsen er opfyldt.

6.3.4.4 Grænseværdiundersøgelse IV.

Den øvre tøjningsgrænse for revnefase II, $\epsilon_{sm}^{x_0}$, kan bestemmes ved indsættelse af $a_t = x_0$ i formel (6.59), hvilket giver:

$$x_0 = \frac{d}{\tau_{cm}} \left[\sigma_s(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}) - E_s \cdot \epsilon_{sm}^{x_0} \right] \quad (6.69)$$

Ifølge formel (6.33) er

$$\sigma_s(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}) = \frac{\alpha \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} \quad (6.70)$$

Dette betyder, at $\tau_{cm}(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0})$ v.h.j.a. (6.49) bliver:

$$\tau_{cm}(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}) = \frac{d}{4 \cdot x_0} \cdot \left[\frac{\alpha \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} - E_s \cdot \epsilon_{sm}^{x_0} \right] \quad (6.71)$$

Indsættes dette i (6.69) fås et udtryk der indeholder $\epsilon_{sm}^{x_0}$:

$$x_0 = \left[\frac{4 \cdot x_0}{\frac{\alpha}{\varphi} - n} \right] \cdot \left[\frac{\alpha}{\varphi} - \frac{E_s \cdot \epsilon_{sm}^{x_0}}{\nu_t \cdot f_{ct}} \right] \quad (6.72)$$

Simpel omskrivning giver :

$$\epsilon_{sm}^{x_0} = \frac{n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{4 \cdot E_s} \cdot \left[\frac{3 \cdot \alpha}{n \cdot \varphi} + 1 \right] \quad (6.73)$$

$\epsilon_{sm}^{x_0}$ repræsenterer overgangstøjningen mellem den udviklende og stabiliserede revnefase.

6.3.5 Den stabiliserede revnefase, $a_t = x_0$.

I den stabiliserede revnefase udvikles der ikke flere revner for stigende armeringsspænding σ_s , således at transmissionsrevneafstanden a_t antager værdien $a_t(\epsilon_{sm}) = x_0$.

I denne fase er revnevidden w_t mindst mulig (under hensyntagen til den påsatte belastning) og revneantallet er størst muligt med en indbyrdes afstand på $l_t = l_{min}$. For stigende armeringsspænding vokser revnevidden proportionalt med middeltøjningen i armeringen ϵ_{sm} .

6.3.5.1 Bestemmelse af transmissionsrevneafstanden a_t for $a_t = x_0$

Når den stabiliserede revnefase er nået, vil forløbet af armeringsspændingerne σ_s ændres til det i formel (6.28) angivne, altså :

$$\sigma_s = \epsilon_{sm} \cdot E_s + \frac{\tau_{cm} \cdot x_0}{d} \quad (6.74)$$

Ligeledes i denne revnefase vil overføringslængden x_0 antage en konstant værdi givet ved (6.51) med $\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}$ således at :

$$a_t = x_0 = \frac{n \cdot d}{4 \cdot \lambda} \cdot \left[\frac{\alpha}{n \cdot \varphi} - 1 \right] \quad (6.75)$$

6.3.5.2 Grænseværdiundersøgelse V.

Den nedre tøjningsgrænse for revnefase III, $\epsilon_{sm}^{x_0}$, kan bestemmes ved indsættelse af $\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}$ i formel (6.23), hvilket giver:

$$\sigma_s (\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}) = \alpha \cdot \sigma_{sr} \quad (6.76)$$

der for enakset træk bliver til :

$$\sigma_s (\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}) = \frac{\alpha \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} \quad (6.77)$$

Indsættes (6.77) i udtrykket for arbejdslinien for det revnede legeme i revnefase III, formel (6.74), fås :

$$\frac{\alpha \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} = \epsilon_{sm}^{x_0} \cdot E_s + \frac{\tau_{cm} \cdot x_0}{d} \quad (6.78)$$

Anvendes udtrykket for τ_{cm} givet ved (6.47) og x_0 fra (6.75) fås :

$$\frac{\alpha \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi} = \epsilon_{sm}^{x_0} E_s + \frac{\lambda \cdot \nu_t \cdot f_{ct} \cdot \frac{d}{4 \cdot \lambda} \cdot \left[\frac{\alpha}{\varphi} - n \right]}{d} \quad (6.79)$$

hvilket igen kan omskrives til :

$$\epsilon_{sm}^{x_0} = \frac{n \cdot \nu_t \cdot f_{ct}}{4 \cdot E_s} \left[\frac{3 \cdot \alpha}{n \cdot \varphi} + 1 \right] \quad (6.80)$$

Den nedre tøjningsgrænse i revnefase III er således identisk med den øvre grænse i revnefase II (formel (6.73)), således at overgangsbetingelserne er opfyldt.

6.3.6 Slip teorier.

6.3.6.1 Indledning.

Når en revne dannes i betonen, vil der, som før beskrevet, ske en spændingsomlejring i legemet, således at armeringen må optage hele kraften i dette snit. Med dette spændings-spring $\Delta \sigma_s$ i armeringen begynder udviklingen af de indre revner omkring den primære revne. I dette område er der reelt tale om et slip, d.v.s. et område, hvor der praktisk taget ingen spændinger overføres mellem de to materialer.

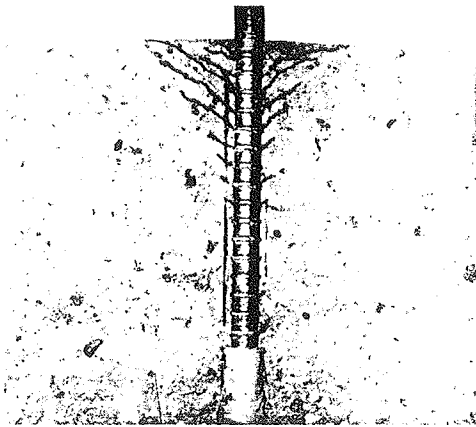
Efter at de indre revner begynder at dannes, vil der stadig kunne overføres forskydningsspændinger, men efterhånden som armeringsspændingen øges, vil det forøgede tryk på de kamme, der er i umiddelbar nærhed af den primære revne, bevirke, at de indre revners udbredelse bliver mere markant og til sidst slår de igennem til enten betonoverfladen eller til den nærmeste primære revne for derefter at blive til sekundære revner.

De forsøg, der er blevet udført af bl.a. B.B. Broms og Y. Goto, se [65.1] og [71.1], gør det muligt at beskrive den begyndende revnedannelse.

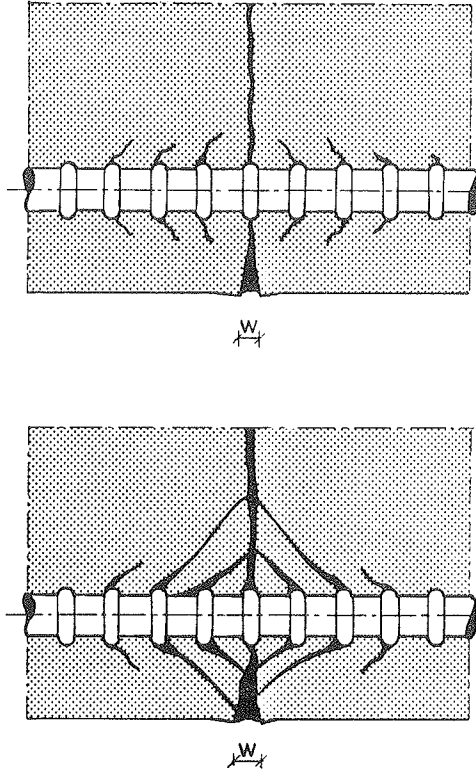
Efterhånden som spændingen σ_s øges vil forholdene omkring den primære revne være ret identiske med dem, der kan observeres ved almindelige udtrækningsforsøg, se figur 6.3.13 a. Disse forsøg viser, at der ved en vis spænding σ_s starter en dannelse af en brudfigur, der har form som en kegle. Denne kegle vokser med stigende spænding i legemet, indtil der sker egentlig udtrækning.

På figur 6.3.13 b ses tegninger af brudfladerne både for små armeringsspændinger og for armeringsspændinger der nærmer sig flydespændingen.

Betydningen af slipafstanden l_0 er væsentlig for en fuldstændig revneteor, da armeringen i dette område frit kan deformeres, således at revnevidden bliver forøget og stivheden af legemet reduceres.



Figur 6.3.13a : Kegelbrud ved udtrækningsforsøg.



Figur 6.3.13b : Kegelbrudflader for små og store armeringsspændinger.

Et udtryk for denne slipafstand l_0 omkring den primære revne er angivet af Leonhardt i reference [77.1] og af J. Jokela i reference [86.1]. Begge udtryk er bestemt empirisk. Disse vil i de efterfølgende afsnit blive gennemgået, mens der i afsnit 6.3.6.4 vil blive udledt et nyt udtryk for slipafstanden v.h.a. en plasticitetsteoretisk udledning.

6.3.6.2 Leonhardt's udtryk.

Leonhardt angiver i reference [77.1], at slipafstanden l_o i højere grad er afhængig af det spændingsspring $\Delta\sigma_s$, der optræder i armeringen under dannelsen af en revne end af selve spændingsværdien.

Udtrykket, der senere vil blive vurderet v.h.a. forsøg, er rent empirisk og angives til :

$$l_o = \frac{\Delta\sigma_s \text{ [N/mm}^2 \text{]}}{45} \cdot d \quad (6.81)$$

6.3.6.3 Jokelas udtryk.

Jokela præsenterer i reference [86.1] et udtryk for l_o som funktion af armeringsspændingen σ_s , baseret på forsøg til:

$$l_o = \left[2 + \frac{\sigma_s}{100} \right] \cdot d \quad (6.82)$$

l_o er bestemt ved trækforsøg med en enkelt armeringsstang instøbt i beton.

6.3.6.4 Plasticitetsteoretisk udledning.

Ved belastning af et betonlegeme vil der efter dannelsen af den primære revne opstå et forøget tryk på de omkringliggende kamme, der afleverer disse trykkomponenter til betonen som forskydning og udadrettet tryk. Til bestemmelse af slipafstanden l_o skal betonens forskydningsbæreevne således bestemmes, og dette er forsøgt gjort ved at sammenligne ovenstående problem med teorien for forskydningsbæreevnen ved gennemlokning af en armeret betonplade.

Antages det, at betonen kan betragtes som et ideelt plastisk materiale, kan gennemlokningsbæreevnen beregnes ved

hjælp af plasticitetsteorien.

Benyttes Coulomb's modificerede brudbetingelse og antages plan tøjningstilstand i radiære snit omkring belastningen, findes dissipationen, som angivet i reference [78.4], til:

$$D = u \cdot \left[\frac{1 - \sin \alpha_1}{2} \cdot f_{cc} + \frac{\sin \alpha_1 - \sin \varphi_1}{1 - \sin \varphi_1} \cdot f_{ct} \right] \text{ for } \varphi_1 \leq \alpha_1 \leq \frac{\pi}{2} \quad (6.83)$$

Da forudsætningen om ideal plasticitet for betonen ikke helt er opfyldt, må der, ligesom for trækstyrken f_{ct} , indføres en effektivitetsfaktor ν_c , d.v.s. den effektive betontykningsstyrke betonstyrke:

$$f_{ccp} = \nu_c \cdot f_{cc} \quad (6.84)$$

(6.83) kan, ved omskrivning og indførelse af :

$$k = 1 - 2 \cdot \frac{\nu_c \cdot f_{cc}}{\nu_t \cdot f_{ct}} \cdot \frac{\sin \varphi_1}{1 - \sin \varphi_1} \quad (6.85)$$

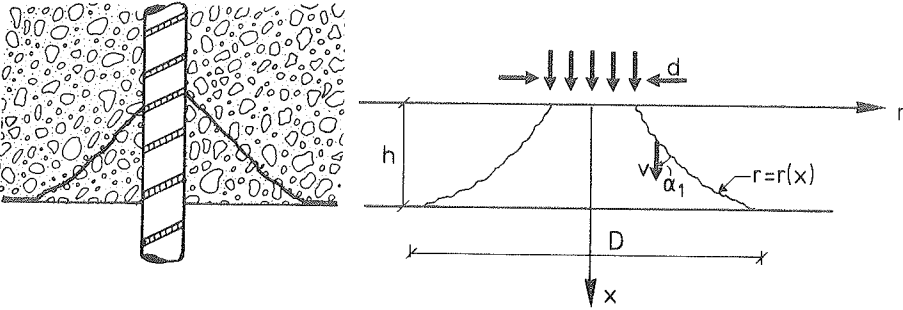
og

$$m = 1 - 2 \cdot \frac{\nu_c \cdot f_{cc}}{\nu_t \cdot f_{ct}} \cdot \frac{1}{1 - \sin \varphi_1} \quad (6.86)$$

udtrykkes :

$$D = \frac{1}{2} \cdot u \cdot \nu_c \cdot f_{cc} (k - m \cdot \sin \alpha_1) \quad (6.87)$$

Et betonlegeme efter dannelsen af den første primære revne, hvor armeringsspændingen således er σ_{sr} , betragtes :



Figur 6.3.14 : Det revnede betonlegeme med brudfiguren $r(x)$, der danner grundlag for bestemmelsen af slipafstanden l_0 .

Ved hjælp af arbejdslikningen fås :

$$P_u = \int D dA \quad (6.88)$$

hvor dissipationen er givet ved (6.87) og dA for et cirkulært udtrækningslegeme er:

$$dA = 2\pi r \frac{dx}{\cos \alpha_1} .$$

Hermed bliver (6.88) :

$$P = \int_0^h \frac{1}{2} (k - m \cdot \sin \alpha_1) 2\pi r \frac{dx}{\cos \alpha_1} \quad (6.89)$$

Indføres $\tan \alpha = \frac{dr}{dx} = r'(x)$ fås :

$$P = \pi \nu_C f_{CC} \int F(r, r') dx \quad (6.90)$$

hvor

$$F(r, r') = r \left[k \sqrt{1 + (r')^2} - m r' \right] \quad (6.91)$$

V.h.a. figur 6.3.14 kan ligevægtslikningen for legemet op-

stilles til:

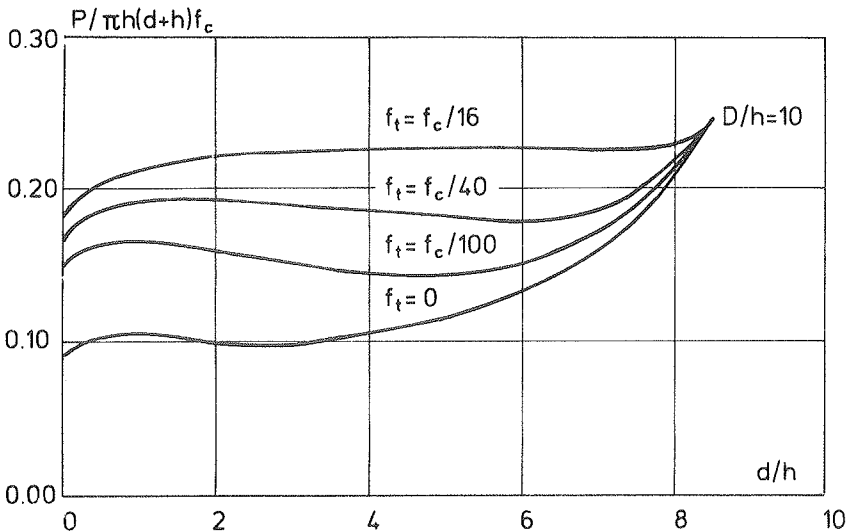
$$\int_{A_S} \sigma_S dA_S = \int_{A_{\tau_C}} \tau(r) - F(r, r') dA_{\tau} \quad (6.92)$$

Beregningerne kan ses i referencerne [78.3], [78.4] og [84.1].

I reference [84.1] er der foretaget en undersøgelse af sammenhængen mellem den dimensionsløse størrelse $\tau(r)/\nu_c f_{cc}$, hvor $\tau(r)$ er givet ved

$$\tau(r) = \frac{P}{\pi(d+h)h} \quad (6.93)$$

og $\frac{d}{h}$. Størrelsen $\tau(r)$ er den gennemsnitlige forskydningssspænding i afstanden $h/2$ fra armeringsstangen, der er den spænding, man ofte benytter ved gennemlokningsundersøgelser.



Figur 6.3.15 : Forskydningsbæreevnen for forskellige værdier af betonens trækstyrke.

Som det ses af den ovenstående figur har betonens træk-

styrke $\nu_t f_{ct}$ en indflydelse på bæreevnen P af en gennemlokket plade.

Denne afhængighed af den effektive betontrækstyrke viser sig at få markant betydning ved bestemmelse af et udtryk for slipafstanden l_0 .

Alt andet lige vil det mest sandsynlige være, at forskydningsbæreevnen ved udtrækning er større end ved gennemlokningen af betonplader, da dimensionerne af brudzonerne generelt er mindre.

Disse overvejelser forudsætter naturligvis, at der anvendes forkamerede armeringsjern.

Hvor der ved gennemlokning af plader for den relative understøtningsparameter $D/h = 10$ (stor) gælder, at

$$\tau(r) = 0,18 \cdot \nu_c f_{cc} \quad \text{for} \quad f_{ct} = \frac{f_{cc}}{16} \quad (6.94)$$

(se figur 6.3.5) skal der typisk multipliceres med en faktor 2,0 - 2,5 ved overføring af dette udtryk til forskydningsspændingen i ligevægtsligningen (6.92).

Antages for simpelheds skyld, at hele kraften i armeringen overføres som forskydningsspændinger til betonen, hvilket ikke er rigtigt, da der stadig er en vis spænding i stålet i det snit, hvor bruddet sker, fås ligevægtsligningen

$$\sigma_s A_s = \pi(d + h)h\tau(r) \quad (6.95)$$

Indføres værdien (6.94) for $\tau(r)$ fås :

$$\sigma_s A_s = \pi(d + h)h \cdot 0,18 \cdot \nu_c f_{cc} \quad (6.96)$$

På basis af en række forsøg er der i reference [78.3] angivet et udtryk for effektivitetsfaktoren ν_c .

Undersøgelserne viser, at ν_c afhænger af betonstyrken,

idet høje styrker giver lave ν_c -værdier mens lave betonstyrker giver høje ν_c -værdier.

Når det som i [78.3] antages, at ν_c 's afhængighed med f_{cc} kan beskrives ved hjælp af en kvadratrodsfunktion, får man ved anvendelse af mindste kvadraters metode følgende udtryk for ν_c :

$$\nu_c = \frac{4,22}{\sqrt{f_{cc}}} \quad (f_{cc} \text{ i MPa}) \quad (6.97)$$

Ved omskrivning af (6.96) og indførelse af en faktor på 2,2 på $\tau(r)$ fås :

$$h^2 + d \cdot h - \frac{\sigma_s \cdot A_s}{2,2 \cdot 0,18 \cdot \pi \cdot 4,22 \cdot \sqrt{f_{cc}}} = 0 \quad (6.98)$$

Indføres

$$B = 0,1886 \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{\sqrt{f_{cc}}} \quad (6.99)$$

og løses (6.98) m.h.t. h fås:

$$h = \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{d^2 + 4 \cdot B} - d \right] \quad (6.100)$$

Det således beregnede h vil optræde i det revnede betonlegeme på begge sider af den primære revne, således at den totale slipafstand l_o bliver :

$$l_o = 2 \cdot h \quad (6.101)$$

og dermed

$$l_o = \sqrt{d^2 + 4 \cdot B} - d, \quad (6.102)$$

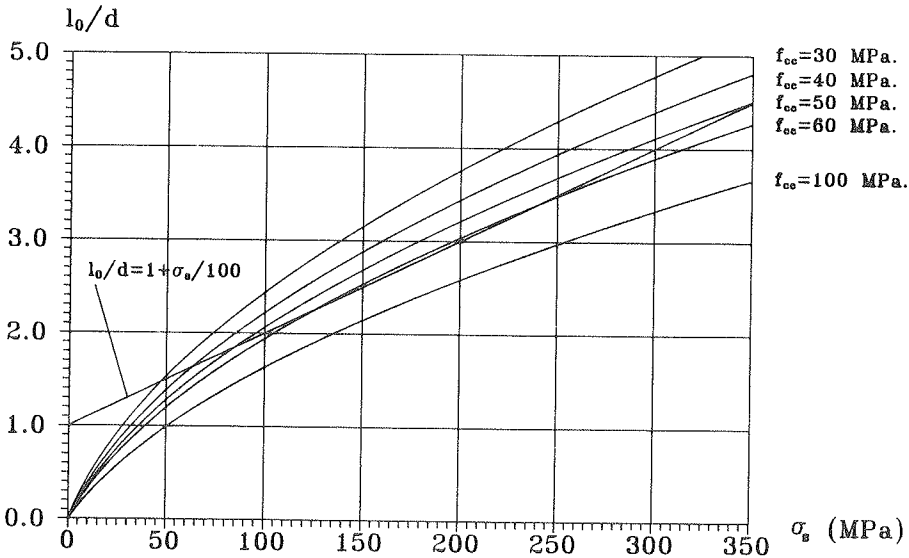
hvor B er givet ved (6.99).

På figur 6.3.16 ses sammenhængen mellem den dimensionsløse størrelse l_0/d , og spændingen i armeringen σ_s for forskellige betontrykstyrker. Det bemærkes, at sliplængden l_0 i den stabiliserede revnefase for en armeringsspænding på $\sigma_s = 300 - 400$ MPa bliver ca. $4,5 \cdot d$.

Det ses, at l_0/d kun varierer svagt med betontrykstyrken. En simpel formel der gengiver kurverne i figur 6.3.16 er

$$\frac{l_0}{d} = 1 + \frac{\sigma_s}{100} \quad (\sigma_s \text{ i MPa}) \quad (6.103)$$

I afsnit 6.5.4 er de forskellige slipudtryk vurderet på basis af eksisterende forsøgsmateriale.



Figur 6.3.16

6.4 Revneafstand og revnevidde.

6.4.1 Revneafstanden $l_{tm}(\epsilon_{sm})$.

Revneafstanden for de enkelte områder vil med udgangspunkt i afsnit 6.3.3 - 6.3.5 blive bestemt som summen af to bidrag, nemlig transmissionsrevneafstanden $a_t(\epsilon_{sm})$ og slipafstanden l_o , d.v.s.

$$l_{tm}(\epsilon_{sm}) = l_o(\sigma_s) + a_t(\epsilon_{sm}) \quad (6.104)$$

Formlen indebærer den tilnærmelse, at a_t bestemmes som funktion af ϵ_{sm} v.h.a. de tidligere udledte udtryk. Der tages altså ikke hensyn til, at slippet influerer på ϵ_{sm} . Da korrektionen p.g.a. slippet normalt er lille, vil fejlen være lille. Hvis σ_s er den givne størrelse, er fremgangsmåden korrekt, idet ϵ_{sm} da blot betyder middeltøjningen over transmissionsafstanden a_t .

For slipafstanden l_o anvendes i første omgang alle de i afsnit 6.3.6 beskrevne udtryk, således at en vurdering senere kan foretages.

Hermed bliver :

$$\text{I. } l_o(\sigma_s) = \frac{\Delta\sigma_{sr} [\text{N/mm}^2]}{45} \cdot d \quad (\text{Leonhardt}) \quad (6.105)$$

$$\text{II. } l_o(\sigma_s) = \left[2 + \frac{\sigma_s}{100} \right] \cdot d \quad (\text{Jokola}) \quad (6.106)$$

$$\text{III. } l_o(\sigma_s) = \sqrt{d^2 + 4 \cdot B} - d \quad (\text{Plasticitetsteori}) \quad (6.107)$$

hvor der for B anvendes (6.99).

6.4.2 : Revnevidden $w_{cr}(\epsilon_{sm})$.

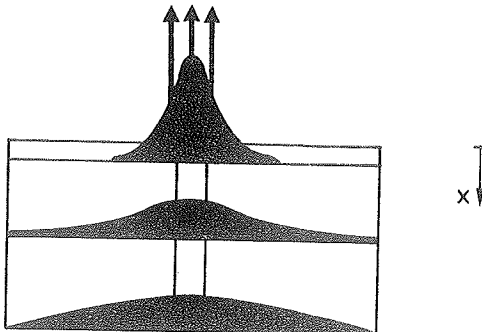
Revnevidden i et vilkårligt punkt af en revne $w(x,y)$ kan bestemmes som den samlede forlængelse af legemet over afstanden l minus forlængelsen af betonlegemet. Den samlede forlængelse af legemet regnes bestemt af middeltøjningen ϵ_{sm} . Vi har da

$$w(y,z) = \int_0^l (\epsilon_{sm} - \epsilon_c(x,y,z)) dx \quad (6.108)$$

Formel (6.108) er den generelle formel for revnevidden w , der tager hensyn til, at revnevidden varierer med afstanden fra armeringen.

Forsøg fra reference [72.1] viser klart en variation med afstanden fra armeringen og de vil blive beskrevet i et senere afsnit.

Betonens traktøjning $\epsilon_c(x,y,z)$ ses skitseret på nedenstående figur, se tillige figur 6.2.2.



Figur 6.4.1 : Fordelingen af $\epsilon_c(x,y,z)$.

Antages $\epsilon_c(x,y,z)$ at være konstant over det effektive betonareal A_{cte} , kan et udtryk for middelrevnevidden w_{tm} bestemmes, idet $\epsilon_c(x,y,z)$ bliver uafhængig af koordinaterne y og z .

Oftest vil man alene være interesseret i middelrevnevidden på overfladen af en betonkonstruktion. Denne beregnes oftest under den forudsætning, at ϵ_c negligeres langs overføringslængderne x_0 . Man får da

$$w = \epsilon_{sm}^{2x_0} \cdot 2x_0 \quad (6.109)$$

hvor $\epsilon_{sm}^{2x_0}$ her betyder armeringens middeltøjning over strækningen $2x_0$.

Samme resultat fås ved at regne

$$w = \epsilon_{sm}^{a_t} \cdot a_t - \epsilon_c(a_t - 2x_0) \quad (6.110)$$

hvor $\epsilon_{sm}^{a_t}$ er armeringens middeltøjning over hele transmissionsafstanden a_t .

Tages hensyn til slippet l_0 fås

$$w_{tm} = \epsilon_s \cdot l_0 + \epsilon_{sm}^{a_t} \cdot a_t - \epsilon_c(a_t - 2x_0) \quad (6.111)$$

I afsnit 6.3.2 blev arbejdslinien for det revnede legeme gennemgået og denne danner grundlag for bestemmelsen af forløbet af ϵ_{sm} i de enkelte revnefaser.

6.4.3 Revneafstand og revnevidde for revnefase I.

Formel (6.104) anvendes sammenholdt med udtrykket for transmissionsrevneafstanden $a_t(\epsilon_{sm})$ i (6.52), hvilket giver :

$$l_{tm}(\epsilon_{sm}) = l_o(\sigma_s) + \frac{n \cdot d \cdot \epsilon_{ct}}{4\lambda(\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct})} \left[\frac{\mu}{n\varphi}(\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{n\varphi} - 1 \right]^2 \quad (6.112)$$

Ved bestemmelse af revnevidden i revnefase I, må der tages hensyn til betonens forlængelse udenfor overføringslængderne x_o .

Formel (6.111) bliver i denne fase I (se tillige figur 6.3.7) :

$$w_{tm} = \epsilon_s l_o + \epsilon_{sm} a_t(\epsilon_{sm}) - \epsilon_{ct} (a_t(\epsilon_{sm}) - 2 \cdot x_o) \quad (6.113)$$

hvilket kan omskrives til :

$$w_{tm} = \epsilon_s l_o + (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) a_t(\epsilon_{sm}) + 2\epsilon_{ct} x_o \quad (6.114)$$

Indsættes for $a_t(\epsilon_{sm})$ formel (6.38) fås :

$$w_{tm} = \epsilon_s l_o + \frac{\epsilon_{ct}}{n} \left[\frac{\mu}{\varphi} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - n \right] x_o + 2\epsilon_{ct} x_o$$

Omskrivning giver :

$$w_{tm} = \epsilon_s l_o + \epsilon_{ct} x_o \left[\frac{\mu}{n\varphi} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{n\varphi} + 1 \right] \quad (6.115)$$

Indføres ligning (6.51) for x_0 bliver (6.115) efter en del udregninger :

$$w_{tm} = \epsilon_s l_0 + \frac{n\epsilon_{ct}d}{4\lambda} \left[\left[\frac{\mu}{n\varphi} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{n\varphi} \right]^2 - 1 \right] \quad (6.116)$$

Formel (6.116) er det endelige udtryk for middelrevnevidden w_{tm} i revnefase I, altså for ϵ_{sm} liggende i intervallet :

$$\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_{sm}^{2x_0}] .$$

For slipafstanden l_0 anvendes udtrykkene (6.105)-(6.107).

6.4.4 Revneafstand og revnevidde for revnefase II.

Formel (6.104) anvendes sammenholdt med udtrykket for transmissionsrevneafstanden $a_t(\epsilon_{sm})$ i den udviklende revnefase, nemlig formel (6.60), hvilket giver :

$$l_{tm}(\epsilon_{sm}) = l_0(\sigma_s) + \frac{nd}{\lambda} \left[\frac{\mu}{n\varphi} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{n\varphi} - \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_{ct}} \right] \quad (6.117)$$

Ved bestemmelsen af revnevidden for denne fase kan formel (6.111) anvendes direkte således at:

$$w_{tm} = \epsilon_s l_0 + \epsilon_{sm} a_t(\epsilon_{sm}) \quad (6.118)$$

Ved indførelse af $a_t(\epsilon_{sm})$ fra (6.60) fås :

$$w_{tm} = \epsilon_s \cdot l_o + \epsilon_{sm} \cdot \frac{n \cdot d}{\lambda} \left[\frac{\mu}{n\varphi} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{n\varphi} - \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_{ct}} \right] \quad (6.119)$$

Formel (6.119) er det endelige udtryk for middelrevnevidden w_{tm} i revnefase II, altså for ϵ_{sm} liggende i intervallet :

$$\epsilon_{sm} \in] \epsilon_{sm}^{2x_0} ; \epsilon_{sm}^{x_0}] .$$

For slipafstanden l_o anvendes udtrykkene (6.105)-(6.107).

6.4.5 Revneafstand og revnevidde for revnefase III.

Formel (6.104) sammenholdes med udtrykket for transmissionsrevneafstanden a_t i den stabiliserede revnefase, formel (6.75), hvilket giver :

$$l_{tm}(\epsilon_{sm}) = l_o(\sigma_s) + \frac{n \cdot d}{4 \cdot \lambda} \cdot \left[\frac{\alpha}{n\varphi} - 1 \right] \quad (6.120)$$

Ved bestemmelsen af revnevidden for denne fase anvendes (6.111) sammenholdt med (6.75), der giver det endelige udtryk for middelrevnevidden w_{tm} i revnefase III :

$$w_{tm} = \epsilon_s \cdot l_o + \epsilon_{sm} \cdot \frac{n \cdot d}{4 \cdot \lambda} \cdot \left[\frac{\alpha}{n\varphi} - 1 \right] \quad (6.121)$$

ϵ_{sm} er i denne revnefase III beliggende i intervallet :

$$\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{sm}^{x_0} ; \infty [.$$

For slipafstanden l_o anvendes udtrykkene (6.105)-(6.107).

6.5 Teorien verificeret ved hjælp af forsøg.

6.5.1 Forsøg fra reference [76.1].

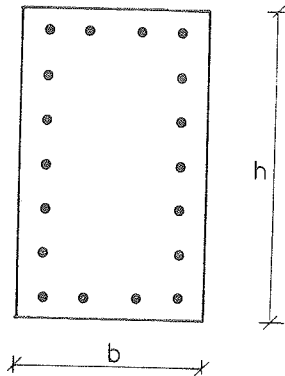
I forsøg udført af Leonhardt og Rostasy blev der foretaget målinger på bjælker, der var udsat for temperaturpåvirkninger.

I en kompliceret testanordning, der nærmere er beskrevet i [76.1], blev bjælkerne påvirket med en temperaturdifference på indtil $\Delta T = -60^{\circ} \text{C}$. Desuden blev der udført normale trækforsøg med bjælkerne.

Der blev foretaget målinger af de tøjninger og de revnevidder, der udviklede sig efter nedkølingen.

For revneviddernes vedkommende blev alle de synlige revner målt og antallet blev noteret, således at bestemmelsen af middelrevnevidden w_{tm} kunne foretages.

Til forsøgene blev der anvendt letbetonbjælker, alle med rektangulært tværsnit, se figur 6.5.1.



Figur 6.5.1 : Tværsnit af V-bjælkerne.

Måling nr.	Længde - ændring ΔL	Tøjning ϵ_m	Antal revner	Revne - vidden w_{tm}
-	mm	0/00	-	mm
0	0	0	-	-
1	0,12	0,03	-	-
2	0,32	0,09	-	-
3	0,41	0,12	-	-
4	-	-	-	-
5	0,64	0,18	3	0,07
6	0,83	0,24	4	0,08
7	1,07	0,31	-	-
8	1,16	0,33	-	-
9	1,34	0,38	8	0,12
10	1,62	0,46	-	-
11	1,72	0,49	-	-
12	1,89	0,54	-	-
13	2,16	0,62	15	0,12
14	2,48	0,71	-	-
15	2,75	0,79	-	-
16	3,03	0,86	-	-
17	3,38	0,96	26	0,16

Tabel 6.5.2 : Data for bjælke V3.

Måling nr.	Længde - ændring ΔL	Tøjning ϵ_m	Antal revner	Revne - vidden w_{cm}
-	mm	‰	-	mm
0	0	0	-	-
1	0,10	0,03	-	-
2	0,17	0,05	-	-
3	0,23	0,07	-	-
4	0,33	0,09	-	-
5	0,46	0,13	-	-
6	0,55	0,16	-	-
7	0,68	0,19	1	0,03
8	0,86	0,25	2	0,05
9	1,14	0,33	6	0,03
10	1,21	0,35	-	-
11	1,32	0,38	14	0,06

Tabel 6.5.3 : Data for bjælke V4.

Måling nr.	Længde - ændring ΔL	Tøjning ϵ_m	Antal revner	Revne - vidden w_{tm}
-	mm	‰	-	mm
0	0	0	-	-
1	0	0	-	-
2	0,26	0,07	-	-
3	0,36	0,10	-	-
4	0,57	0,16	3	0,101
5	0,60	0,17	-	-
6	0,64	0,18	-	-
7	0,68	0,19	-	-
8	0,73	0,21	3	0,139
9	0,80	0,23	-	-
10	0,87	0,25	-	-
11	1,21	0,35	6	0,22
20	3,10	0,89	19	0,25
28	5,35	1,53	29	0,27

Tabel 6.5.4 : Data for bjælke V5.

6.5.2 Vurdering.

Teoriens udtryk for middelrevnevidden w_{tm} givet ved for-
meludtrykkene (6.116), (6.119) og (6.121) anvendes
sammen med tabel 6.5.1, således at middelrevnevidden for
de tre bjælker kan beregnes som funktion af middeltøjn-
ingen i armeringen ϵ_{sm} .

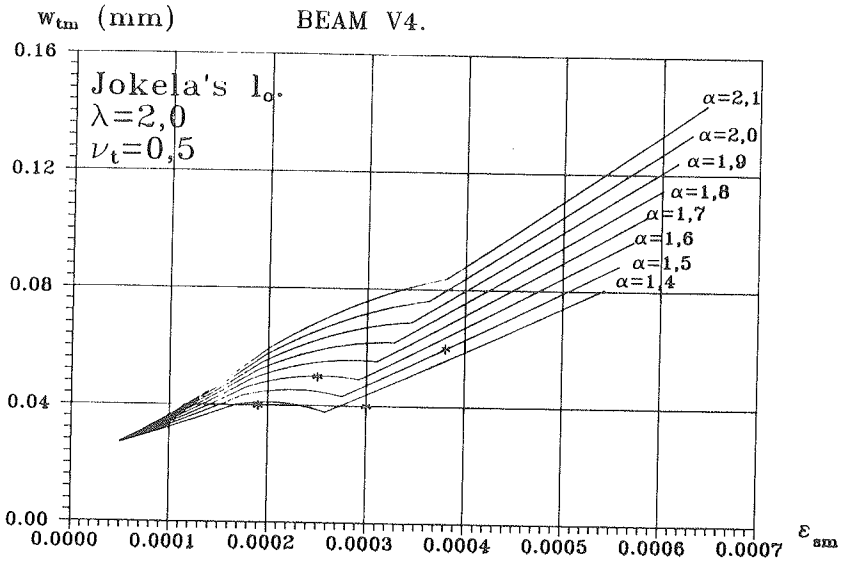
Der er ikke i første omgang foretaget et valg mellem de
tre slipudtryk for l_o , der er præsenteret i afsnit 6.3.6 .

Revnevidden er dermed beregnet i tre omgange for hen-
holdsvis Jokelas udtryk (6.105), Leonhardts udtryk (6.106)
og ved hjælp af formel (6.107).

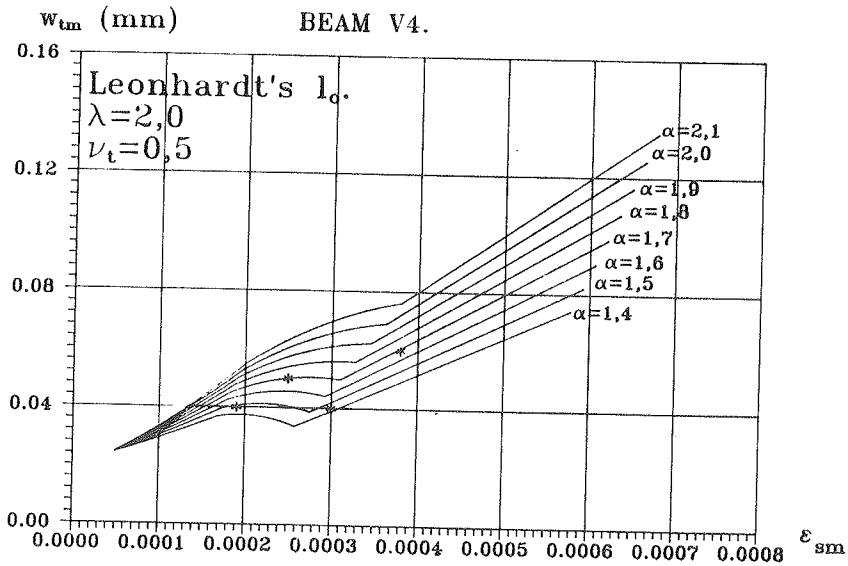
Ligeledes er der i denne første gennemregning af middel-
revnevidden angivet forløbet for forskellige værdier af
parameteren α , således at denne vil kunne blive vurderet
selvstændigt.

Samtlige forsøgsresultater og beregninger er angivet i re-
ference [88.1].

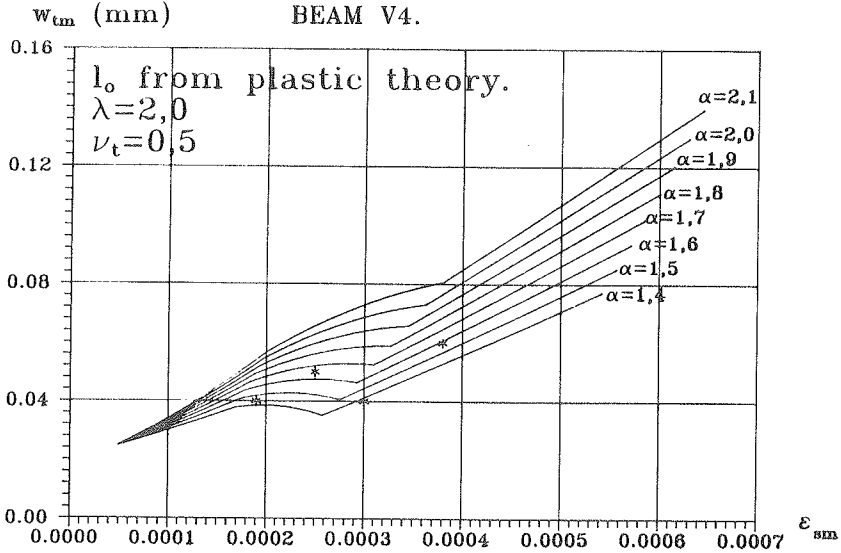
Resultaterne af beregningerne af middelrevnevidden w_{tm} for
bjælke V4 er angivet på de efterfølgende figurer 6.5.2 -
6.5.4.



Figur 6.5.2.



Figur 6.5.3.



Figur 6.5.4.

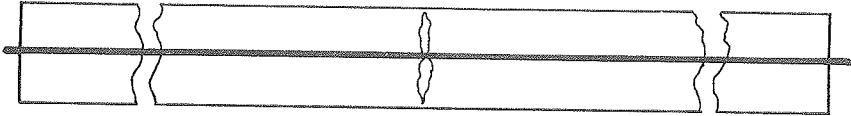
Det bemærkes, at forsøgene med V-bjælkerne blev foretaget i et ret lille tøjningsområde svarende til de tøjninger der normalt optræder ved beskedne temperaturpåvirkninger o.lign.

I den begyndende revnefase vokser revnevidden relativt hurtigt med stigende tøjning, hvorefter w_{tm} i den udviklende revnefase stiger mindre og til og med kan begynde at aftage for små α -værdier.

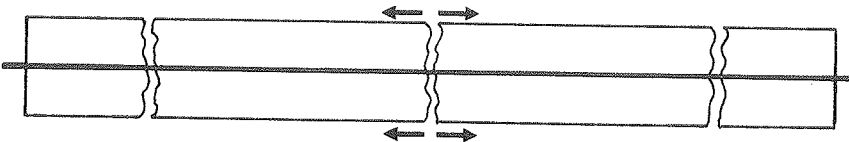
Denne udvikling fortsætter indtil revnefase III nås, hvor revneafstanden bliver konstant og middelrevnevidden stiger proportionalt med tøjningen ϵ_{sm} .

Forklaringen på forløbet af middelrevnevidden i den udviklende revnefase kan skyldes det fænomen, at når en tredje revne dannes mellem to eksisterende revner vil der ske en aflastning af hele det revnede legeme, således at middel-

revnevidden falder. Dannelsen af den tredje revne "aflaster" således bredden af de eksisterende revner, når den slår igennem til overfladen. Der henvises til figurerne 6.5.5 og 6.5.6.



Figur 6.5.5 : Middelrevnevidden før den tredje revne slår igennem til betonoverfladen.



Figur 6.5.6 : Middelrevnevidden efter at den tredje revne er slået igennem til betonoverfladen.

Naturligvis vil summen af alle revnevidderne stadig vokse med stigende tøjning.

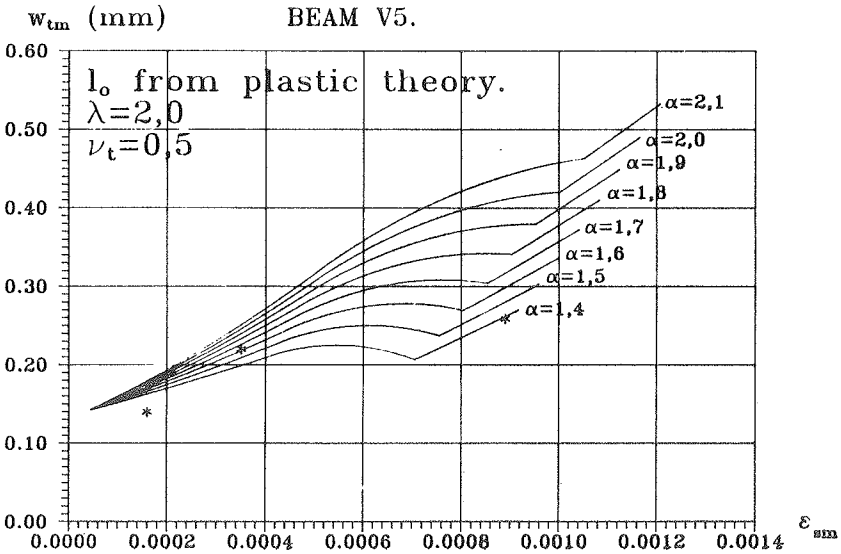
På figurerne er ligeledes de aktuelle målinger af middelrevnevidden optegnet, hvilket bekræfter ovenstående ræsonnement. Det er klart at intet kan konkluderes udfra forsøg med en enkelt serie af bjælker. Det ses også, at ikke alle forsøg viser denne aftagende tendens. (jvnf. figur 6.5.7).

Udfra de viste kurver samt kurverne i reference [88.1] skønnes parameteren α at ligge mellem 1,4 - 1,6 for denne bjælketype.

Endnu skal intet konkluderes angående α , der indgår i forsøg som bliver beskrevet senere.

Idet området, der primært betragtes her, er små tøjningsværdier, kan intet med sikkerhed vurderes med hensyn til de enkelte udtryk for slipafstanden l_0 , da denne afstand kun bidrager med en beskedne størrelse til den samlede revnevidde i dette tøjningsområde.

Kurven vist på fig. 6.5.7 beskriver forløbet af de teoretiske udtryk anvendt på data fra bjælke V5 og med l_0 fra (6.102). Her viser teorien stadig tendensen til, at mid-delrevnevidden w_{tm} i den udviklende revnefase har et næsten konstant forløb, der også ses at stemme med de aktuelle forsøgsværdier for bjælke V5.

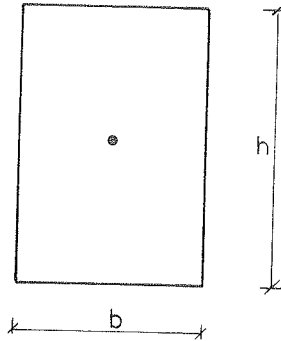


Figur 6.5.7.

6.5.3 Forsøg fra reference [72.1].

I forsøg foretaget af Beeby [72.1] blev revnevidden målt på ca. 2 m lange trækprismer.

Alle trækprismerne havde rektangulært tværsnit med et 20 mm forkammet armeringsjern indlagt i midten, se nedenstående figur 6.5.8.



Figur 6.5.8 : Tværsnit af bjælketype Z.

Der blev udført 6 forsøg i hver forsøgsserie og stålets elasticitetsmodul blev regnet konstant lig med

$$E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa.} \quad (6.122)$$

Som tilnærmelse blev der for betonens elasticitetsmodul anvendt værdien

$$E_c = 20000 \text{ MPa.} \quad (6.123)$$

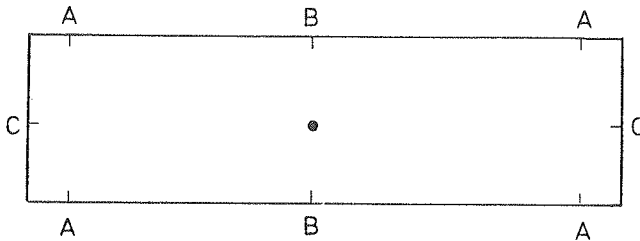
Betonens trykstyrke blev målt på terninger med en sidelængde på 150 mm.

Betonens enaksede trækstyrke blev ikke opgivet, men der blev udført spalteforsøg, således at en omregning til den enaksede trækstyrke kunne finde sted.

Det har kun været muligt at fremskaffe de forsøgsværdier, der er præsenteret i reference [72.1], hvilket er en ulempe da disse forsøg allerede er behandlet.

Behandlingen i [72.1] er foretaget således, at sammenhængen mellem tøjningerne ϵ_m og revnevidden er tilnærmet med den bedste rette linie. Dette er blevet gjort både for middelværdien, den maksimale værdi samt for fraktilerne 5%, 10% og 20%.

Under forsøgets gang blev revnevidden målt 8 steder i tværsnittet. Målepunkterne ses angivet på figur 6.5.9.



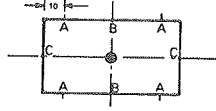
Figur 6.5.9 : Tværsnit af bjælke type Z med angivelse af målepunkterne..

Ved sammenligningen af forsøgsresultaterne med teorien er det vægtede gennemsnit benyttet for middelværdisammenhængen w_{tm}/ϵ_{sm} målt i punkterne A, B og C.

Som eksempel angives resultaterne for en bjælkeserie, nemlig Z6.

Specimen type Z6 (80 x 130 deformed bars)

location of grid lines



Test No.	Level A					Level B					Level C				
	mean	max	5%	10%	20%	mean	max	5%	10%	20%	mean	max	5%	10%	20%
1	166	434	358	295	263	133	434	317	264	210	111	320	258	232	195
2	173	453	364	340	289	99	293	244	206	163	152	409	327	306	256
3	162	450	321	280	249	116	392	266	229	184	128	354	266	236	204
4	186	602	387	361	299	105	385	309	208	154	152	438	363	321	280
5	161	444	323	289	257	79	290	192	171	136	139	393	342	298	254
6	180	479	373	334	284	92	309	187	164	134	170	472	367	333	275
mean	171	-	354			104	-	253	207	163	142	-	320		

Tabel 6.5.5 : w_t/ϵ_{sm} for bjælke Z6.

Beregningen af gennemsnittet w_{tm}/ϵ_{sm} er således :

$$\left[w_{tm}/\epsilon_{sm} \right]_{Z6} = \left[\frac{171 \text{ mm} + 104 \text{ mm} + 142 \text{ mm}}{3} \right] = 139 \text{ mm.}$$

De relevante materialedata for alle Z-bjælkerne er opstillet i tabel 6.5.6.

bjælke	b	h	A_{ct}	d	antal	A_s	φ	f_{cc}	f_{ct}	w_{tm}/ϵ_{sm}
-	mm	mm	mm ²	mm	-	mm ²	%	MPa	MPa	mm
Faktor	1	1	10 ⁴	1	1	10 ³	1	1	1	1
Z2	80	80	0,64	20	1	0,314	4,9	51,9	2,5	94,5
Z4	120	120	1,44	20	1	0,314	2,2	47,8	2,4	186,5
Z5	160	160	2,56	20	1	0,314	1,2	50,3	2,5	352,0
Z6	80	130	1,04	20	1	0,314	3,0	49,5	2,5	139,0
Z7	80	180	1,84	20	1	0,314	2,2	51,4	2,5	191,0
Z9	80	230	1,51	20	1	0,314	1,7	42,7	2,3	216,0

Tabel 6.5.6 : Materialedata for Z-bjælkerne.

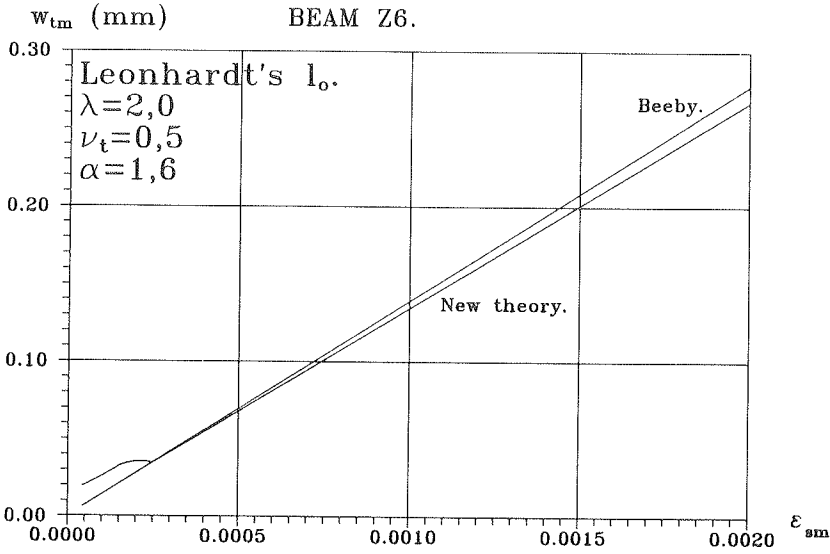
6.5.4 Vurdering.

Resultatet af beregningerne af middelrevnevidden w_{tm} for bjælke Z6 ses på de efterfølgende tre figurer for henholdsvis Jokelas slipudtryk (6.105), Leonhardts (6.106) og den plasticitetsteoretiske værdi (6.107).

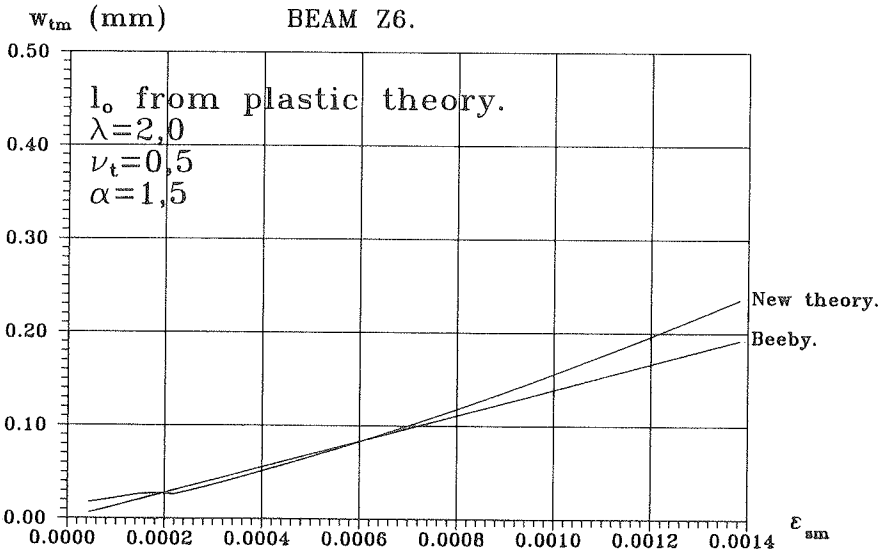
Det forløb, som beregningerne af bjælke Z6 viser for de enkelte slipudtryk, gælder tilnærmelsesvis for alle Z-bjælkerne.

Alle beregningerne for samtlige Z-bjælker er angivet i reference [88.1].

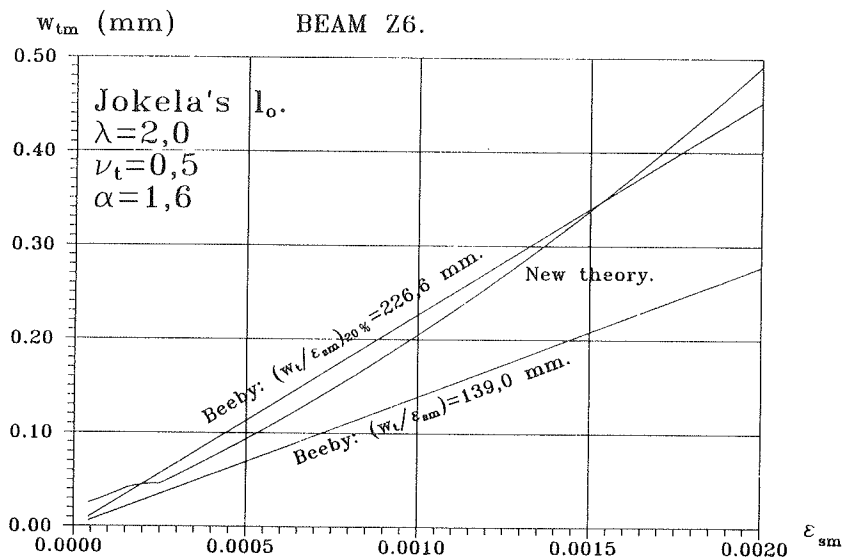
Som nævnt anvendes de behandlede forsøgsresultater, idet der fra reference [72.1] er taget middelværdisammenhængen w_{tm}/ϵ_{sm} for bjælkerne. Disse ses opstillet i tabel 6.5.6 og er tillige optegnet på de enkelte figurer. (Figur 6.5.10, 6.5.11 og 6.5.12).



Figur 6.5.10.



Figur 6.5.11.



Figur 6.5.12.

Det skal bemærkes, at målingerne af revnevidderne generelt startede for en tøjning i legemet, der var større end for de før beskrevne V-bjælker.

I referencen angives ikke eksakt den værdi af tøjningen, der optræder i legemet, når den første revne dannes.

Dette skyldes, at formålet med de pågældende forsøg var at bestemme et formeludtryk for revnevidden i den fuldt udviklede revnefase, således at værdien af tøjningen ved begyndende revnedannelse blev skønnet mindre betydningsfuld. Det må dog forventes, at målingerne af revnevidden w_t blev begyndt nogenlunde samtidig med at den første revne blev synlig på betonoverfladen.

Generelt kan det fastslås, at der ikke blev målt revnevidder for tøjninger liggende under værdien $\epsilon_{sm} = 0,3 \text{ } ^\circ/\text{oo}$.

Dette betyder, at forsøgsresultaterne fra [72.1] kun er gyldige til sammenligning med resultaterne fra teoriens revnefase III.

Den aktuelle sammenligning mellem beregningerne foretaget efter teorien sammenholdt med forsøgsresultaterne viser, at overensstemmelsen er god ved anvendelsen af slipudtrykkene fra henholdsvis Leonhardt (formel (6.105)) og formel (6.107).

Muligvis giver teorien en for stor værdi ved de meget høje spændinger, men dette er svært at bedømme p.g.a at det ubehandlede forsøgsmateriale ikke var tilgængeligt.

Udfra figur 6.5.12 ses det, at hvor beregningerne af middelrevnevidden er foretaget med slipudtrykket fra Jokela [86.1], bliver l_0 for de store tøjninger ($\epsilon_{sm} = 1,2 \text{ } ^\circ/\text{oo}$ - $2,0 \text{ } ^\circ/\text{oo}$) meget dominerende, hvilket medfører en kraftig stigning af revnevidden i dette interval, som ingen af forsøgsresultaterne for middelrevnevidden indikerer, se figur 6.5.12.

Som det ses af denne figur, og som alle beregningerne med anvendelsen af Jokolas slipudtryk fra reference [86.1] viser, stemmer teoriens forløb bedre, når der for forsøgsresultaterne anvendes forholdet mellem revnevidden og tøjningen givet ved 20% fraktilen, $(w_{tm}/\epsilon_{sm})_{20\%}$.

Denne sammenhæng er ligeledes optegnet på figur 6.5.12.

Der må på baggrund af den viste forsøgsserie Z6 samt af de andre forsøg med denne bjælketype (se reference [88.1]) konkluderes, at Jokolas slipudtryk, formel (6.106), ikke giver en beskrivelse af forløbet af middelrevnevidden som funktion af tøjningen ϵ_{sm} , der er særlig god.

Jokolas udtryk for sliplængden fra reference [86.1] har som nævnt udtrykket :

$$l_o = \left[2 + \frac{\sigma_s}{100} \right] \cdot d \quad (6.124)$$

Antages armeringens flydespænding at være $f_y = 400$ MPa fås en sliplængde på $l_o = 6 \cdot d$, hvilket åbenbart er i overkanten, når middelrevnevidden skal bestemmes. Med en armeringsspænding på 400 MPa vil sliplængden nærmere være 4-5 d, hvilket Jokola i reference [86.1] også anbefaler, at man anvender i den stabiliserede revnefase.

For λ er der anvendt værdierne 2,0 - 2,5, hvilket er skønnet rimeligt på baggrund af den type af armeringsjern, der blev anvendt i denne forsøgsrække.

Parameteren α sættes, som for V-bjælkernes vedkommende, lig med, 1,5-1,6 hvilket ses at give en god overensstemmelse mellem teori og forsøg, når der anvendes slipudtrykket fra enten (6.105) eller (6.107).

For effektivitetsfaktoren ν_t er der i beregningerne anvendt den konstante værdi 0,5. På grund af manglende forsøgsresultater med varierende betonstyrker har det ikke været skønnet forsvarligt at foreslå et andet udtryk for ν_t hvor f.eks. en eventuel afhængighed af betonstyrken beskrives.

Det viser sig, at den gennemsnitlige trækspænding ved hvilken revnedannelsen sker, altså betonens effektive trækstyrke, kan variere betydeligt med bl.a. betonens svind, armeringsprocenten og armeringsudformningen. Nogle forsøg synes at vise, at den effektive trækstyrke stiger med armeringsprocenten for samme armeringsudformning, men undersøgelsen af disse forhold er endnu ikke gennemført.

6.6 Statistisk fordeling af revneafstanden og revnevidden.

Oftest er man ved undersøgelse af betonkonstruktioners revneudvikling mere interesseret i den maksimale revnevidde end i middelrevnevidden.

Da variationskoefficienterne for revneafstande og revnevidder kan antage værdier op til 60 %, kræver en fuldstændig revneteor, at de statistiske fænomener inddrages.

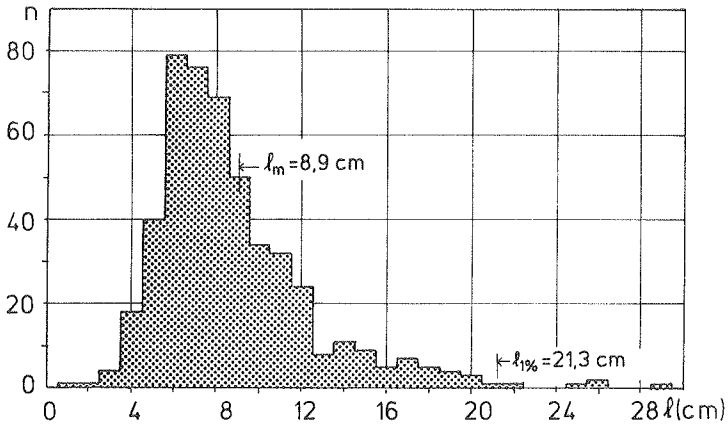
Den væsentligste årsag til de store variationskoefficienter er formentlig den statistiske variation af betonens trækstyrke hen over konstruktionen. En fuldstændig teori må derfor tage sit udgangspunkt i denne fordeling og kombinere denne med den mekaniske teori for revnedannelsen. En sådan teori er endnu ikke formuleret.

På dette stadium af teoriens udvikling er man derfor henvist til at støtte sig til de udførte laboratorieforsøg.

Bestemmelsen af den maksimale revnevidde ved hjælp af en statistisk undersøgelse kræver, at der er adgang til mange forsøgresultater, således at maksimalværdien enten kan bestemmes som f.eks. 1 % fraktilen af en serie målinger.

En af de mest omfattende statistiske undersøgelser er gennemført af Efsen & Krenchel [59.1]. Til brug for det her rapporterede arbejde har de originale forsøgsdata været stillet til rådighed fra forfatterne af [59.1] i den udstrækning, de er bevaret.

På nedenstående figur 6.6.1 er der vist fordelingen af de målte revneafstande for en forsøgsserie med ialt 4 prismer.



Figur 6.6.1 : Fordelingen af revneafstanden l for en forsøgsserie taget fra reference [59.1].

Der blev for denne serie foretaget ialt 487 målinger af revneafstanden og revnevidden for en armeringsspænding på $\sigma_s = 200$ MPa.

Figuren viser at antagelsen om at revneafstanden følger en normalfordeling ikke kan anvendes.

Resultaterne fra disse målinger sammenholdt med andre forsøg viser at fordelingen bedre beskrives ved en skæv fordeling f.eks. en logaritmisk normalfordeling.

Antages det, at resultaterne følger den lognormale fordeling kan de for denne fordeling beskrivende parametre α og β^2 , beregnes.

De optimale værdier af α og β^2 på baggrund af forsøgsresultaterne for revneafstanden i reference [59.1] bliver :

$$\alpha = 2,08 \quad (6.125)$$

$$\beta^2 = 0.4117^2 \quad (6.126)$$

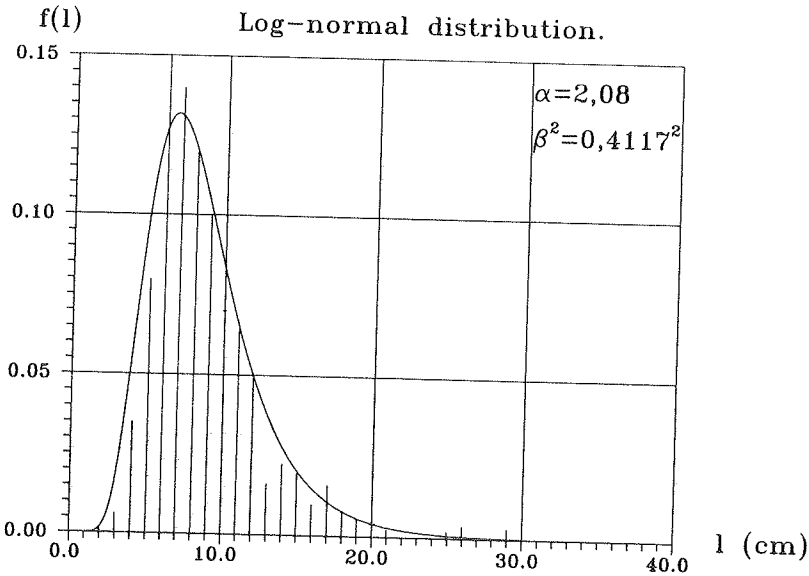
Revneafstandens fordeling kan således udtrykkes ved:

$$l \in \log(\alpha, \beta^2) = \log(2,08 ; (0,4117^2)) \quad (6.127)$$

Optegningen af denne fordeling ses angivet på efterfølgende figur 6.6.2 med de fra figur 6.6.1 beregnede værdier indtegnet.

Selvom mange af forsøgene viser tegn på at være lognormalt fordelte er det ikke alle der kan beskrives ved hjælp af denne fordeling, hvorfor en signifikanstest kun kan udføres med mere eller mindre grove tilnærmelser, således at en bestemmelse af maksimalværdien for revnevidden, w_{tmax} er vanskelig.

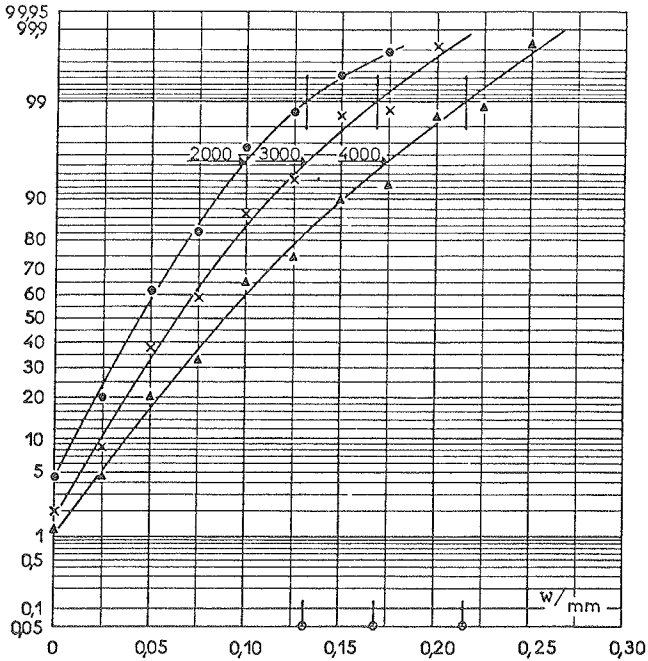
I den statistiske analyse i reference [59.1] er der optegnet de akkumulerede frekvenskurver til bestemmelse af 1% fraktilen.



Figur 6.6.2 : Logaritmiske normalfordeling.

Resultaterne fra forsøgene er indtegnet på sandsynligheds-papir således at kurvens skæring med 99 % fraktilen kan benyttes til aflæsning af den tilsvarende abscisseværdi, der her er de målte revnevidder.

Som eksempel er der i nedenstående figur angivet forløbet for forsøgene med enakset træk.



Figur 6.6.3 : Den akkumulerede frekvenskurve til bestemmelse af 99 % fraktilen for revnevidden.

I forsøgs materialet blev der for samtlige forsøg optegnet sådanne kurver således at en bestemmelse af forholdet mellem værdien ved 1% fraktilen og middelværdien kan beregnes.

For det i figur 6.6.3 viste forsøgs materiale bliver forholdet, der betegnes k_w :

$$\sigma_S = 200 \text{ MPa} : k_W = \frac{f_{1\%}}{w_m} = \frac{0,13 \text{ mm}}{0,059 \text{ mm}} = 2,2 \quad (6.128)$$

$$\sigma_S = 300 \text{ MPa} : k_W = \frac{f_{1\%}}{w_m} = \frac{0,165 \text{ mm}}{0,079 \text{ mm}} = 2,1 \quad (6.129)$$

$$\sigma_S = 400 \text{ MPa} : k_W = \frac{f_{1\%}}{w_m} = \frac{0,22 \text{ mm}}{0,106 \text{ mm}} = 2,1 \quad (6.130)$$

Dette forhold, der således udtrykker den faktor der skal multipliceres på middelværdien for at få den maksimale revnevidde, viser sig her og ligeledes i andre forsøg at være uafhængigt af spændingen σ_S og kun lidt afhængig af φ således at der som generel faktor til bestemmelsen af den maksimale revnevidde kan anvendes et vægtet gennemsnit af alle de beregnede k_W -værdier fra forsøgene i reference [59.1].

Faktoren til bestemmelse af maksimalrevnevidden, bestemt herved, er fundet til:

$$k_W = \frac{f_{1\%}}{w_m} = 2,0 \quad (6.131)$$

6.7 Sammenligning med eksisterende teorier for enakset træk.

Indenfor specielt den enaksede revneteorier eksisterer der mange formler til beregning af revneafstande og revnevidder.

I afsnit 5 er fire af de mest kendte beskrevet.

Som afslutning på dette afsnit vil der i det følgende blive foretaget en sammenligning mellem den nye teori, formlerne (6.113), (6.116) og (6.118), og de eksisterende teorier givet ved :

Formel 1 : Efsen & Krenchel (5.14).

Formel 2 : CEB (5.16).

Formel 3 : Leonhardt (5.23).

Formel 4 : Beeby (5.29).

De indgående parametre i de enkelte formler er beskrevet i de respektive afsnit.

Forsøgsbjælkerne, der lægges til grund for sammenligningerne er med hensyn til materiale- og tværsnitsdata beskrevet i afsnit 6.5.3.

Beregningerne vil blive illustreret ved en enkelt gennemregning, nemlig af bjælke Z6.

Formlerne fra afsnit 5 beskriver kun forløbet i den stabiliserende revnefase, hvorfor begyndelsesspændingen er valgt til $\sigma_g = 200$ MPa.

For den nye teoris vedkommende er der ved beregningen af bjælke Z6 valgt de samme værdier for parametrene α , ν_t og λ som blev fundet ved vurderingen i afsnit 6.5.4.

Forløbet af middelrevnevidden for de forskellige udtryk er ret forskelligt. Udtrykket givet af Leonhardt (5.23) giver i almindelighed den største værdi for given armerings-spænding, mens Beebys udtryk giver de laveste værdier. For den nye teoris vedkommende viser de fleste beregninger et middelrevneviddeforløb, der ligger nogenlunde i midten af samtlige de repræsenterede kurveforløb.

Bedst overensstemmelse er der mellem den nye teori og C.E.B.'s formel. Dette skyldes antageligt, at begge teorier tager hensyn til betonens trækstivhed i det revnede stadium.

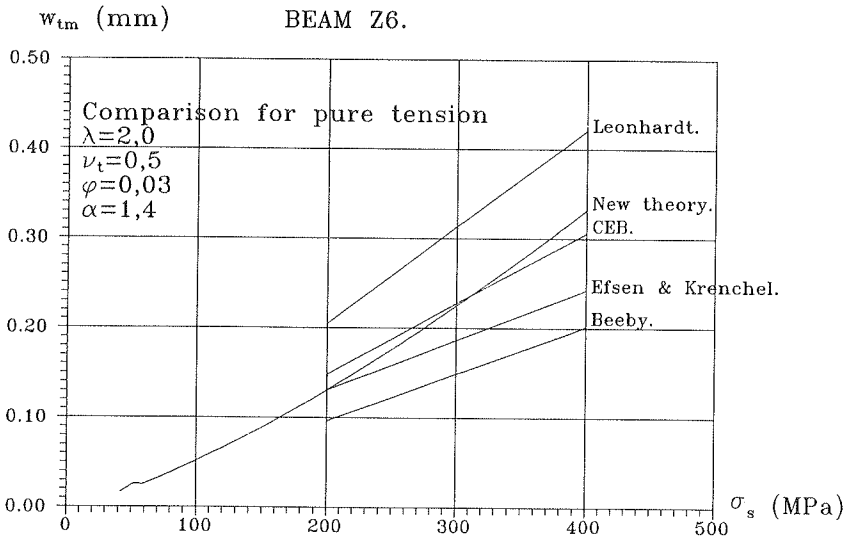
Grunden til den store afvigelse mellem de enkelte udtryk skal ses i lyset af, at de eksisterende formler er empirisk bestemt og ved de enkelte forsøg, formlerne er baseret på, har der været lagt vægt på at beskrive forskellige forhold ved revneudviklingen.

Konklusionen af disse sammenligninger må dog være, at den nye teoris beskrivelse af middelrevneviddeforløbet ikke afviger signifikant fra de eksisterende udtryk.

BJÆLKE Z6.

Spænding	Leonhardt	Efsen & Krenchel	Beeby	C.E.B.	Ny teori
σ_s	w_{Leon}	w_{EfkR}	w_{Bee}	w_{CEB}	w_T
MPa	mm	mm	mm	mm	mm
200	0,205	0,131	0,096	0,148	0,131
300	0,314	0,187	0,149	0,228	0,225
400	0,421	0,243	0,202	0,306	0,332

Tabel 6.7.1 : Middelrevnevidden w_{tm} for bjælke Z6 beregnet for forskellige teorier.



Figur 6.7.1 : Grafisk fremstilling af resultaterne i tabel 6.7.1.

7 KONKLUSION FOR ENAKSET SPENDINGSTILSTAND.

Den teoretiske model, der er opstillet i afsnit 6 til beregning af middelrevneafstanden og middelrevnevidden, må generelt siges at kunne anvendes til at beskrive forløbet af revneudviklingen i alle faserne.

Det har kun været muligt i den tilgængelige litteratur at finde en forsøgsrække, der angiver de revnevidder, der fremkommer i det tidlige revnestadium. Dette bevirker, at de konklusioner, der kan drages udfra beregningerne foretaget på dette stadium, hviler på et spinkelt grundlag.

Overensstemmelsen mellem teoriens beregninger og forsøgsresultaterne fra denne serie viser sig at være gode, og resultaterne er blevet anvendt til at bestemme en forløbig værdi for parameteren α .

α er udfra forsøgsresultaterne vurderet til at have en værdi mellem 1,4 og 1,6 for enakset træk (og bøjning, se afsnit 8).

Omkring en primær revne vil forskydningsspændingerne være så store, at betonens trækstyrke overskrides så der dannes et område, slippet, hvor der praktisk taget ingen vedhæftning er mellem betonen og armeringen.

Da det er kammene på armeringen, der bevirker dannelsen af de indre revner, ses udbredelsen af slippet ofte at svare til et helt antal kamlængder f.eks. to-tre "kamlængder" på begge sider af den primære revne d.v.s. svarende til ca. 4 gange armeringsdiametere i den fuldt udviklede revnefase.

Forsøgene gennemgået i denne rapport viser, at man får de bedste resultater ved at antage, at slippet kan bestemmes udfra de samme forhold, som man har ved gennemlokning af en armeret betonplade.

Udtrykket for slippet er for rent træk givet ved formel (6.102). Den udviklede teori ses at stemme godt overens med de aktuelle forsøgsværdier også i den fuldt udviklede revnefase.

Når den nye teori sammenlignes med de eksisterende empiriske formler, fås et forløb, der i reglen ligger midt i det område, i hvilket de eksisterende formler ligger.

I praksis er man sjældent interesseret i middelrevnevidderne men mere interesseret i den maksimale revnevidde. Denne bestemmes her i landet som en 99 % fraktil.

Faktoren k_w til beregning af den maksimale værdi udfra den beregnede middelrevnevidde kan, uafhængigt af armeringspændingen, ansættes til værdien $k_w = 2,0$.

Beregningerne viser, at den effektive trækstyrke, d.v.s. den gennemsnitlige trækspænding ved hvilken revnedannelsen sker, er meget lav. Ved behandling af forsøgene er anvendt en effektivitetsfaktor ν_t på 0,5.

Det må dog anbefales, at disse forhold studeres nærmere, da den effektive trækstyrke efter al sandsynlighed afhænger af en række parametre såsom svindets størrelse, armeringsudformningen og armeringsprocenten.

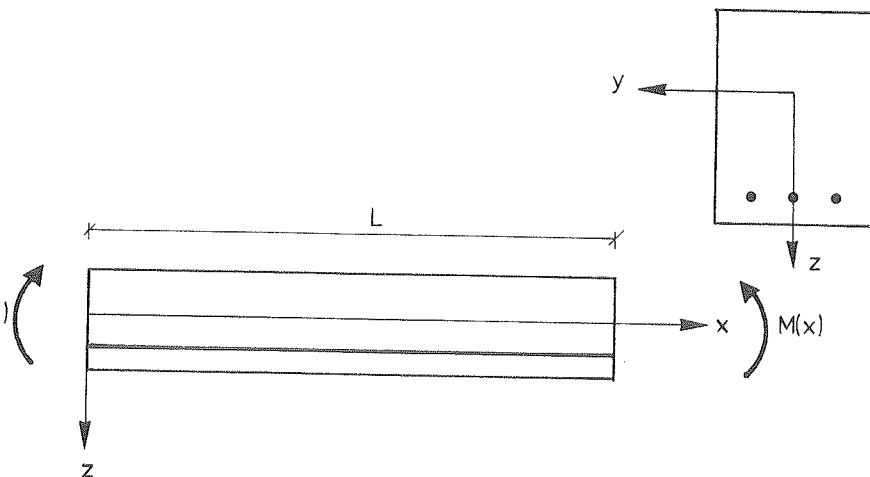
8 REVNETEORI FOR REN BØJNING.

8.1 Indledning.

Mange af de overvejelser der blev foretaget i afsnit 6 vil i udstrakt grad kunne benyttes ved bøjning. Det antages f.eks. at arbejdslinien for det revnede legeme vil have samme forløb, som blev foreslået i afsnit 6.3.2.

8.2 Urevnet stadium.

Ved beskrivelse af revneteorien for ren bøjning betragtes et betonlegeme som skitseret nedenfor.



Figur 8.2.1 : Betonlegeme belastet til ren bøjning.

I det urevnede stadium fås følgende spændinger efter den tekniske elasticitetsteori :

$$\sigma_c(x, z) = \frac{M(x) \cdot z}{I_{tyu}(x)} \quad (8.1)$$

$$\sigma_s(x, z) = \frac{n \cdot M(x) \cdot z}{I_{tyu}(x)} \quad (8.2)$$

hvor $n = \frac{E_s}{E_c}$.

8.3 Revnet stadium.

8.3.1 Indledning.

Ved revnedannelse i et betonlegeme påvirket til bøjning vil der udvikle sig to forskellige former for revnesystemer.

I begyndelsen af momentbelastningen af bjælken vil der først dannes revner, der går fra undersiden af bjælken og op til nullinien. Disse revner vil fremefter blive kaldt bøjningsrevner med en revneafstand $l_{bb}(\epsilon_{sm})$ og en revnevidde $w_{bb}(\epsilon_{sm})$.

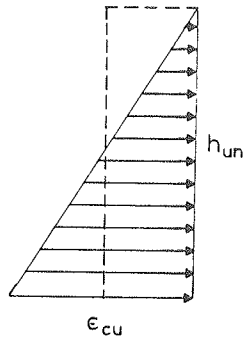
Ved en forøgelse af momentbelastningen vil der ved relativt høje armeringsspændinger optræde revner, der går fra undersiden af bjælken og op til lidt over trækarmingen. Disse revner vil blive kaldt enaksede bøjningsrevner eller trækrevner eftersom deres egenskaber er analoge med revnerne for rent træk. Trækrevnerne har revneafstanden $l_{tb}(\epsilon_{sm})$ og en revnevidde, der benævnes $w_{tb}(\epsilon_{sm})$.

8.3.2 Trækrevner.

Idet trækrevnerne ved bøjning kun adskiller sig fra tilfældet enakset træk ved, at tøjningerne varierer lineært over trækzonen, kan de samme principper anvendes til bestemmelse af transmissionsrevneafstanden a.

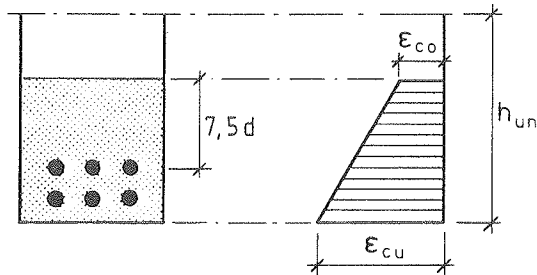
I reference [83.1] er der angivet en metode til at tage hensyn til den lineære tøjningsfordeling.

Ved at betragte figur 8.3.1 ses det at der p.g.a. den lineære fordeling af tøjningerne vil blive overført halvt så stor en kraft i betonen, som der bliver overført ved rent træk på det samme areal.



Figur 8.3.1 : Lineær tøjnings-spændingsfordeling ved ren bøjning.

I udtrykkene for transmissionsrevneafstanden a i de enkelte revnefaser, der blev angivet i afsnit 6.3, nemlig formel (6.52), (6.60) og (6.75), skal højresiderne derfor kun være halvt så store som for tilfældet enakset træk. Dog må reglen for det effektive betonareal A_{cte} givet ved figur 6.3.2 stadig overholdes, således at faktoren der skal multipliceres på $a(\epsilon_{sm})$ efter reference [83.1] fås af nedenstående figur 8.3.2.



Figur 8.3.2 : Trækzonen ved bøjning under hensyntagen til reglerne for det effektive betonareal A_{cte} .

Faktoren der blive ganget på a bliver således lidt større idet afstanden fra armeringsjernet, der ligger tættest på nullinien til oversiden af tøjningen, højst må være $7,5 \cdot d$, se figur 8.3.2.

Generelt bliver faktoren efter reference [83.1]:

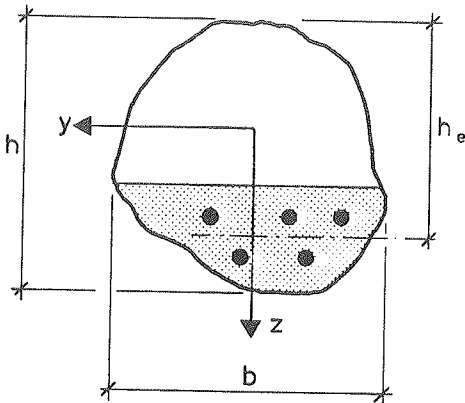
$$k_{\epsilon} = \frac{\epsilon_{co} + \epsilon_{cu}}{2 \cdot \epsilon_{cu}} \quad (8.3)$$

Ved anvendelsen af formel (8.3) skal nulliniens placering kendes.

En simplere fremgangsmåde består i at antage, at trækspændingerne ved bøjning kan forudsættes koncentreret i et nærmere defineret område omkring tyngdepunktet af armeringen, således at spændingerne antages at være jævnt fordelt over dette areal, som er uafhængigt af nulliniens placering. Normalt defineres arealet (skraveret i figur 8.3.3) som det areal omkring armeringen, der har samme tyngdepunkt som armeringsarealerne.

Nedenstående figur viser det nævnte areal, som for en rektangulær bjælke bliver:

$$A_{cte} = 2 \cdot b \cdot (h - h_e) \quad (8.4)$$



Figur 8.3.3 : Beregning af et tilnærmet areal for det effektive betonareal A_{cte} ved ren bøjning.

I det revnede stadium vil der ved dannelsen af trækrevnerne, som ved enakset træk, finde en spændingsomlejring sted, der ved bøjning kan beregnes som følger.

Spændingen ved revnen er:

$$\sigma_{ct} = 0 \quad (8.5)$$

$$\sigma_s = \frac{n \cdot M(x) \cdot z}{I_{tyr}(x)} \quad (8.6)$$

Ved dannelsen af revnen optræder der et spændingsspring jvnf. figur 6.3.1, der for bøjning kan bestemmes som:

$$\Delta\sigma_{sr}(x) = \sigma_s^{II}(x) - \sigma_s^I(x) \quad (8.7)$$

Her angiver I og II, at betonlegemet er henholdsvis i den urevnede tilstand og i den revnede tilstand.

Formel (8.7) kan omskrives til:

$$\Delta\sigma_{sr} = \frac{n \cdot M_r(x) \cdot z_{ir}}{I_{tyr}(x)} - \frac{n \cdot M_r(x) \cdot z_{iu}}{I_{tyu}(x)} \quad (8.8)$$

For revnemomentet $M_r(x)$ anvendes :

$$M_r(x) = \frac{\nu_b \cdot f_{ct} \cdot I_{tyu}}{h_{nu}} \quad (8.9)$$

hvor $\nu_b f_{ct}$ er den såkaldte bøjningstrækstyrke, se nærmere herom i afsnit 8.3.3. Ved indsættelse i (8.8) fås:

$$\Delta\sigma_{sr} = n \cdot \frac{\nu_b \cdot f_{ct}}{h_{nu} \cdot I_{tyr}} \cdot \left[I_{tyu} \cdot z_{ir} - I_{tyr} \cdot z_{iu} \right] \quad (8.10)$$

Antages trækspændingerne i armeringen koncentreret i tyngdepunktet af armeringen, kan spændingen i armeringen ved dannelsen af en trækrevne skrives:

$$\sigma_{sr} = \frac{\nu_t \cdot f_{ct}}{\varphi_b} \quad (8.11)$$

hvor φ_b er det effektive armeringsforhold ved bøjning:

$$\varphi_b = \frac{A_s}{A_{cte}} \quad (8.12)$$

hvor der for A_{cte} anvendes beregningsmåden givet i figur 8.3.3.

Ved bestemmelse af revneafstande og revnevidder for bøjningstrækrevnerne anvendes arbejdslinien for det revnede legeme givet ved figur 6.3.5 med σ_{sr} bestemt ved formel (8.11).

Det generelle udtryk for middelrevneafstanden $l_{tbn}(\epsilon_{sm})$ er iflg. (6.104) :

$$l_{\text{tbm}}(\epsilon_{\text{sm}}) = l_{\text{otb}}(\sigma_{\text{s}}) + a_{\text{tb}}(\epsilon_{\text{sm}}) \quad (8.13)$$

For slipafstanden l_{otb} anvendes her kun to af de i afsnit 6.3.6 beskrevne udtryk.

Hermed bliver:

$$\text{I.} \quad l_{\text{otb}}(\sigma_{\text{s}}) = \frac{\Delta\sigma_{\text{sr}} [\text{N/mm}^2]}{45} \cdot d \quad (8.14)$$

For $\Delta\sigma_{\text{sr}}$ anvendes udtrykket givet ved formel (8.10).

$$\text{II.} \quad l_{\text{otb}}(\sigma_{\text{s}}) = \sqrt{d^2 + 4 \cdot B} - d \quad (8.15)$$

For B anvendes udtrykket (6.99).

Det generelle udtryk for middelrevnevidden $w_{\text{tbm}}(\epsilon_{\text{sm}})$ er:

$$w_{\text{tbm}} = \epsilon_{\text{s}} \cdot l_{\text{otb}} + \epsilon_{\text{sm}} \cdot a_{\text{tb}}(\epsilon_{\text{sm}}) \quad (8.16)$$

8.3.2.1 Revneafstand og revnevidde for revnefase I.

I denne begyndende revnefase kan en formel for $l_{\text{tbm}}(\epsilon_{\text{sm}})$ findes ved indsættelse af udtrykket for spændingen i armeringen ved revnedannelse σ_{sr} givet ved (8.11) i (6.29) suppleret med de overvejelser, der blev foretaget i afsnit 6.3.3 :

$$l_{\text{tbm}}(\epsilon_{\text{sm}}) = l_{\text{otb}}(\sigma_s) + \frac{n \cdot d \cdot \epsilon_{\text{ct}}}{4 \cdot \lambda \cdot (\epsilon_{\text{sm}} - \epsilon_{\text{ct}})} \cdot \left[\frac{\mu}{n\varphi_b} \cdot (\epsilon_{\text{sm}} - \epsilon_{\text{ct}}) + \frac{1}{n\varphi_b} - 1 \right]^2 \quad (8.17)$$

Tilsvarende bliver trækrevnernes middelrevnevidde w_{tbm} efter en del udregninger (jvf. afsnit 6.4.2):

$$w_{\text{tbm}} = \epsilon_s \cdot l_{\text{otb}} + \frac{n \cdot \epsilon_{\text{ct}} \cdot d}{4 \cdot \lambda} \cdot \left[\left[\frac{\mu}{n\varphi_b} (\epsilon_{\text{sm}} - \epsilon_{\text{ct}}) + \frac{1}{n\varphi_b} \right]^2 - 1 \right] \quad (8.18)$$

Formel (8.18) er det endelige udtryk for middelrevnevidden w_{tbm} i revnefase I, altså for ϵ_{sm} liggende i intervallet :

$$\epsilon_{\text{sm}} \in [\epsilon_{\text{ct}} ; \epsilon_{\text{sm}}^{2x_0}] .$$

For slipafstanden l_{otb} anvendes udtrykkene (8.14)-(8.15).

8.3.2.2 Revneafstand og revnevidde for revnefase II.

I den udviklende revnefase kan en formel for $l_{\text{tbm}}(\epsilon_{\text{sm}})$ findes ved indsættelse af udtrykket for spændingen i armeringen ved revnedannelse σ_{sr} givet ved (8.11) i (6.29) suppleret med de overvejelser, der blev foretaget i afsnit 6.3.4 :

$$l_{\text{tb}}(\epsilon_{\text{sm}}) = l_{\text{otb}}(\sigma_s) + \frac{n \cdot d}{\lambda} \left[\frac{\mu}{n\varphi_b} \cdot (\epsilon_{\text{sm}} - \epsilon_{\text{ct}}) + \frac{1}{n\varphi_b} - \frac{\epsilon_{\text{sm}}}{\epsilon_{\text{ct}}} \right] \quad (8.19)$$

Tilsvarende bliver trækrevnernes middelrevnevidde $w_{t\text{bm}}$ (jvf. formel (8.16)):

$$w_{t\text{bm}} = \epsilon_s \cdot l_{\text{otb}} + \epsilon_{\text{sm}} \cdot \frac{n \cdot d}{\lambda} \left[\frac{\mu}{n\varphi_b} (\epsilon_{\text{sm}} - \epsilon_{\text{ct}}) + \frac{1}{n\varphi_b} - \frac{\epsilon_{\text{sm}}}{\epsilon_{\text{ct}}} \right] \quad (8.20)$$

Formel (8.20) er det endelige udtryk for middelrevnevidden $w_{t\text{bm}}$ i revnefase II, altså for ϵ_{sm} liggende i intervallet:

$$\epsilon_{\text{sm}} \in] \epsilon_{\text{sm}}^{2x_0} ; \epsilon_{\text{sm}}^{x_0}] .$$

For slipafstanden l_{otb} anvendes udtrykkene (8.14) - (8.15).

8.3.2.3 Revneafstand og revnevidde for revnefase III.

Formel (8.11) anvendes suppleret med bemærkningerne i afsnit 6.3.5 og 6.4.4, hvilket giver:

$$l_{t\text{bm}}(\epsilon_{\text{sm}}) = l_{\text{otb}}(\sigma_s) + \frac{n \cdot d}{4 \cdot \lambda} \cdot \left[\frac{\alpha}{n\varphi_b} - 1 \right] \quad (8.21)$$

Således bliver middelrevnevidden $w_{t\text{bm}}$ i revnefase III:

$$w_{t\text{bm}} = \epsilon_s \cdot l_{\text{otb}} + \epsilon_{\text{sm}} \cdot \frac{n \cdot d}{4 \cdot \lambda} \cdot \left[\frac{\alpha}{n\varphi_b} - 1 \right] \quad (8.22)$$

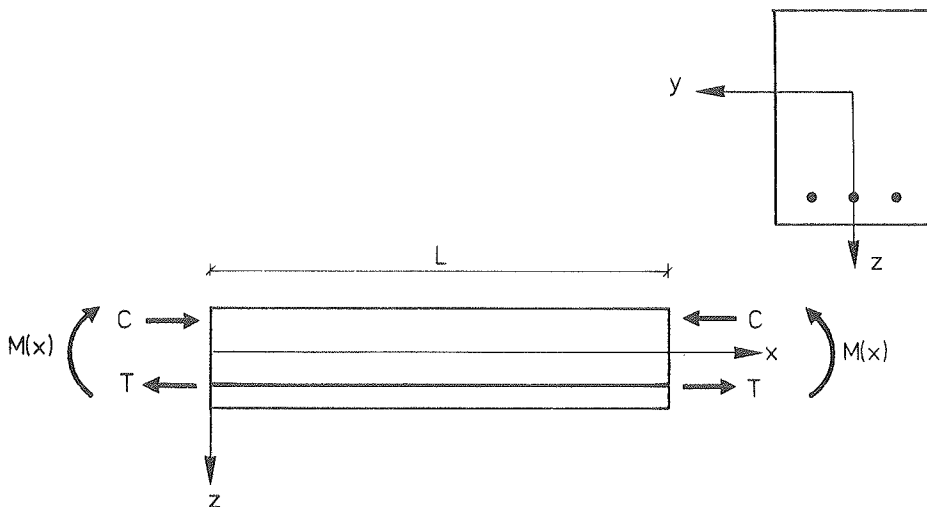
ϵ_{sm} er i denne revnefase III beliggende i intervallet:

$$\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{sm}^{x_0} ; \infty [.$$

For slipafstanden l_{otb} anvendes udtrykkene (8.14)-(8.15).

8.3.3 Bøjningsrevner.

Til udregning af bøjningsrevnerne betragtes nedenstående figur :



Figur 8.3.4 : Bøjningsrevner.

Ligevægt kræver :

$$M(x) = T \cdot h_i \quad (8.23)$$

hvor h_i er afstanden mellem tryk- og trækresultanten i et revnet tværsnit. T er trækresultanten for armeringen og C er trykresultanten for betonen.

For transmissionslængden x_0 findes analogt til (6.49) :

$$\tau_{cm} \cdot x_0 \cdot \Sigma_0 = (\sigma_s - n \cdot \nu_b \cdot f_{ct}) \cdot A_s \quad (8.24)$$

Der er her set bort fra, at spændingen $\nu_b f_{ct}$ findes i kanten og ikke i armeringens tyngdepunkt. Af (8.24) findes :

$$x_o = \frac{(\sigma_s - n \cdot \nu_b \cdot f_{ct}) \cdot A_s}{\lambda \cdot \nu_t \cdot f_{ct} \cdot \Sigma o} \quad (8.25)$$

For σ_s anvendes (6.29) med σ_{sr} bestemt ved:

$$\sigma_{sr} = \frac{M_r}{h_i \cdot A_s} \quad (8.26)$$

der kan skrives

$$\sigma_{sr} = \frac{\nu_b \cdot f_{ct} \cdot I_{tyu}}{A_s \cdot h_{nu} \cdot h_i} \quad (8.27)$$

ν_b er effektivitetsfaktoren på betonens trækstyrke ved ren bøjning.

I almindelighed antages, at revnedannelse ved bøjning sker ved en højere kantspænding end f_{ct} , den såkaldte bøjnings-trækstyrke f_{ctb} . En ofte benyttet værdi er:

$$f_{ctb} = 1,7 \cdot f_{ct} \quad (8.28)$$

I denne formel må f_{ct} dog formentlig erstattes med $\nu_t f_{ct}$, hvor ν_t fra den tidligere behandling er fundet til 0,5. Herved fås :

$$\nu_b = 1,7 \cdot \nu_t \quad (8.29)$$

således at der som udgangspunkt ved beregningerne anvendes

$$\nu_b = 0,85 \quad (8.30)$$

Ved bestemmelse af revneafstande og revnevidder for bøj-

ningsrevnerne anvendes arbejdslinien for det revnede lege-
me givet ved figur 6.3.5 med σ_{sr} som angivet i formel
(8.28).

Det generelle udtryk for revneafstanden $l_{bbm}(\epsilon_{sm})$ er iflg.
(6.104):

$$l_{bbm}(\epsilon_{sm}) = l_{obb}(\sigma_s) + a_{bb}(\epsilon_{sm}) \quad (8.31)$$

For slipafstanden l_{obb} anvendes som for trækrevnerne kun
to af de i afsnit 6.3.6 beskrevne udtryk.

$$I. \quad l_{obb}(\sigma_s) = \frac{\Delta\sigma_{sr} [N/mm^2]}{45} \cdot d \quad (8.32)$$

For $\Delta\sigma_{sr}$ anvendes udtrykket givet ved formel (8.10).

$$II. \quad l_{obb}(\sigma_s) = \sqrt{d^2 + 4 \cdot B} - d \quad (8.33)$$

For B anvendes udtrykket (6.99).

Det generelle udtryk for middelrevnevidden $w_{bbm}(\epsilon_{sm})$ er
iflg. (6.111):

$$w_{bbm} = \epsilon_s \cdot l_{obb} + \epsilon_{sm} \cdot a_{bb}(\epsilon_{sm}) \quad (8.34)$$

8.3.3.1 Revneafstand og revnevidde for revnefase I.

I den begyndende revnefase kan et udtryk for $l_{bbm}(\epsilon_{sm})$
findes ved at betragte udtrykket for transmissionsrevneaf-
standen $a_{bb}(\epsilon_{sm})$ i formel (6.35):

$$a_{bb}(\epsilon_{sm}) = \frac{(\sigma_s - n \cdot \nu_b \cdot f_{ct})}{(E_s \cdot \epsilon_{sm} - n \cdot \nu_b \cdot f_{ct})} \cdot x_0 \quad (8.35)$$

Her indsættes for σ_s formel (6.29) med σ_{sr} fra formel (8.27) og x_0 fra (8.25), hvorefter bøjningsrevneafstanden $l_{bb}(\epsilon_{sm})$ er givet ved (8.31) med anvendelsen af (8.14) eller (8.15) for slipafstanden l_{obb} .

Tilsvarende for middelrevnevidden $w_{bbm}(\epsilon_{sm})$ anvendes formel (6.113) med indførelse af σ_{sr} og x_0 som ved bestemmelse af $l_{bbm}(\epsilon_{sm})$.

8.3.3.2 Revneafstand og revnevidde for revnefase II.

I den udviklende revnefase kan en ligning for $l_{bbm}(\epsilon_{sm})$ findes ved at betragte udtrykket for transmissionsrevneafstanden $a_{bb}(\epsilon_{sm})$ i formel (6.59) :

$$a_{bb}(\epsilon_{sm}) = \frac{d}{\tau_{cm}} \left[\sigma_s - E_s \cdot \epsilon_{sm} \right] \quad (8.36)$$

Her indsættes for σ_s formel (6.29) med σ_{sr} fra formel (8.27), hvorefter middelbøjningsrevneafstanden $l_{bbm}(\epsilon_{sm})$ er givet ved (8.31) med anvendelsen af (8.14) eller (8.15) for slipafstanden l_{obb} .

Tilsvarende for middelrevnevidden $w_{bbm}(\epsilon_{sm})$ anvendes formel (8.34) direkte med indførelse af $a_{bb}(\epsilon_{sm})$ fra (8.36) og med (8.14) eller (8.15) for slipafstanden l_{obb} .

8.3.3.3 Revneafstand og revnevidde for revnefase III.

I den stabiliserende revnefase udvikles der ikke flere revner, således at overføringslængden x_0 antager værdien

$$a_{bb}(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}).$$

x_0 beregnes v.h.a. (8.25), hvor der for $\sigma_s = \alpha\sigma_{sr}$ anvendes følgende udtryk, idet σ_{sr} tages fra (8.27) :

$$\sigma_s(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}) = \left[\frac{\alpha \nu \cdot f \cdot c t \cdot I_{tyu}}{A_s \cdot h_{nu} \cdot h_i} \right] \quad (8.37)$$

Bøjningsrevneafstanden l_{bbm} i denne revnefase III er givet ved (8.31) med anvendelsen af (8.14) eller (8.15) for slipafstanden l_{obb} .

For middelrevnevidden $w_{bbm}(\epsilon_{sm})$ anvendes formel (8.34) direkte med indførelse af $a_{bb}(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}) = x_0$ og med (8.14) eller (8.15) som de respektive udtryk for slipafstanden l_{obb} .

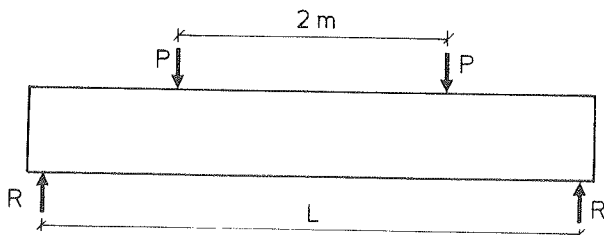
8.3.4 : Teorien verificeret ved hjælp af forsøg.

8.3.4.1 : Forsøg fra reference [63.1].

Langt de fleste forsøg vedr. revnedannelse i beton er udført som bøjningsforsøg, da de er lettest at udføre. En bestemmelse af de enaksede bøjningsrevners middelrevnevidde er bl.a. foretaget i reference [63.1].

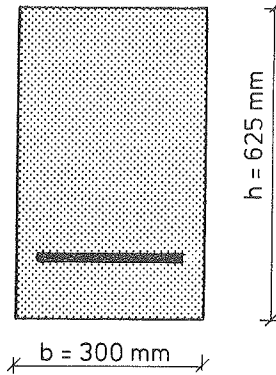
I denne rapport vil 7 forsøgsbjælker (R-bjælkerne) fra denne serie blive gennemregnet og sammenlignet med forsøgene.

Forsøgsbjælkerne, der alle var simpelt understøttede og havde en længde på $L = 4,0$ m blev belastet med to enkeltkræfter P på oversiden af bjælkerne i fjerdedelspunkterne, se figur 8.3.5.



Figur 8.3.5 : Skitse af forsøgsbjælke.

Alle forsøgsbjælkerne havde rektangulært tværsnit med dimensioner som angivet på nedenstående figur.



Figur 8.3.6 : Tværsnit af forsøgsbjælker.

Ved bestemmelsen af middelrevnevidden $w_{t_{bm}}$ er der kun medtaget de revner, som optræder i midterzonen af bjælkerne, hvor momentet er konstant.

Der blev ved forsøgene anvendt forskellig udformning af armeringen, hvilket der er taget hensyn til i beregningerne ved hjælp af parameteren λ .

I hver hovedserie var bjælkerne ens med undtagelse af armeringsforholdet og betonstyrkerne. Trykstyrken varierede kun indenfor et begrænset område, hvilket derfor også var tilfældet med trækstyrken, således at der for disse styrker kan anvendes følgende konstante værdier :

$$f_{cc} = 40 \text{ MPa.} \quad (8.39)$$

og

$$f_{ct} = 2,0 \text{ MPa.} \quad (8.40)$$

Ved beregningen af betonens effektive trækareal anvendes formel (8.4) fra afsnit 8.3.2.

Forholdet mellem elasticitetsmodulerne n blev i referencen angivet til $n = 15$.

De for denne forsøgsserie relevante materiale- og tvær-
snitsdata er opstillet i nedenstående tabel 8.3.1.

Bjælke nr.	A_{cte} mm ²	d mm	N -	A_s mm ²	φ_b %	I_{tyu} mm ⁴	z_{iu} mm	h_{un} mm	h_i mm	I_{tyr} mm ⁴	z_{ir} mm
Faktor	10^3	1	1	10^3	1	10^9	1	1	1	10^9	1
R14	22,8	16	4	0,804	3,53	6,91	406	444	527	3,13	505
R17	40,8	16	8	1,610	3,95	7,38	327	395	480	4,16	459
R22*	27,6	32	1	0,804	2,91	6,91	400	446	519	3,14	507
R37	27,6	32	1	0,804	2,91	6,91	400	446	519	3,14	507
R54	27,6	26	2	1,060	3,84	7,15	378	424	512	3,63	466
R61	25,8	26	2	1,060	4,10	7,10	385	428	516	3,55	475
R69	24,0	26	3	1,590	6,62	7,65	351	391	507	4,62	422

Forsøgsbjælken var armeret med glat armering.

- Antal armeringsstænger.

Tabel 8.3.1 : Materiale- og tvær-
snitsdata for
R-bjælkerne.

Følgende resultater fra målingerne af revnevidden w_{tbn}
blev opnået som funktion af middelspændingerne σ_{sm} i arme-
ringen.

σ_{sm} MPa	$w_{t,bm}$ mm					
	R14	R17	R22*	R37	R54	R69
0	0	0	0	0	0	0
50	0,020	0	0	0	0	0
100	0,035	0,05	0,120	0,11	0,03	0,02
150	0,070	0,06	0,245	0,15	0,08	0,06
200	0,080	0,08	0,311	0,22	0,09	0,08
250	0,090	0,09	0,423	0,29	0,15	0,10
300	0,100	0,10	0,520	0,34	0,19	0,12
350	0,150	0,11	0,990	0,41	0,20	0,15
400	0,190	0,15	—	0,47	0,21	0,25
450	0,210	0,24	—	0,51	—	—
500	0,350	0,31	—	—	—	—

* Forsøgsbjælken var armeret med glat armering.

Tabel 8.3.2 : Sammenhæng mellem middelrevnevidden for de enaksede bøjningsrevner og middelspændingen σ_{sm} .

Måleresultater for bjælke R61 :

σ_{sm}	MPa	0	108	162	216	269	323	377
$w_{t,bm}$	mm	0	0,05	0,09	0,11	0,19	0,21	0,29

Tabel 8.3.3 : Sammenhæng mellem middelrevnevidden for de enaksede bøjningsrevner og middelspændingen σ_{sm} for bjælke R61.

8.3.4.2 Vurdering.

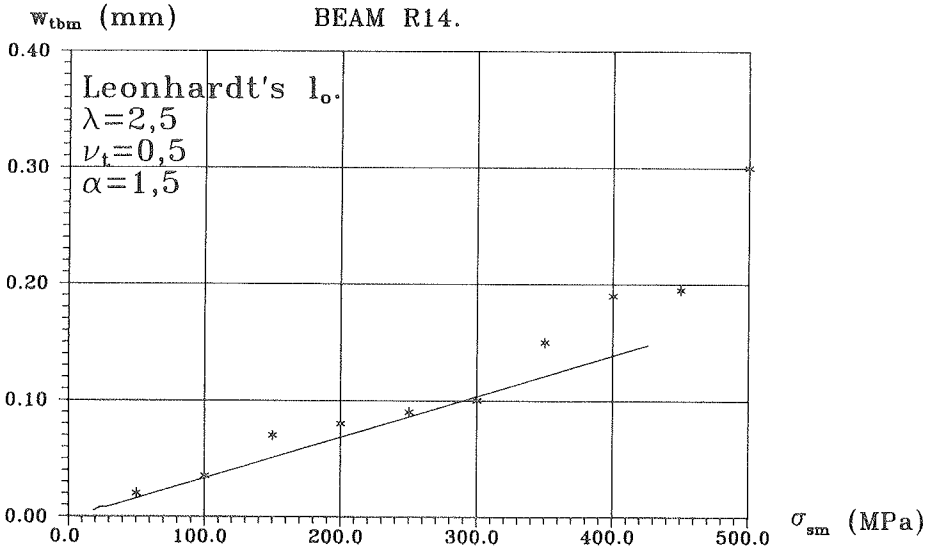
Ved beregningerne er teoriens udtryk for middelrevnevidden givet ved formlerne (8.18), (8.20) og (8.22) anvendt, sammenholdt med sliplængden fra (8.14) eller (8.15).

På de to efterfølgende figurer 8.3.7 og 8.3.8 er resultatet af teoriens beregninger vist for bjælke R14. Middelrevnevidden er angivet som funktion af middelspændingen σ_{sm} i armeringen.

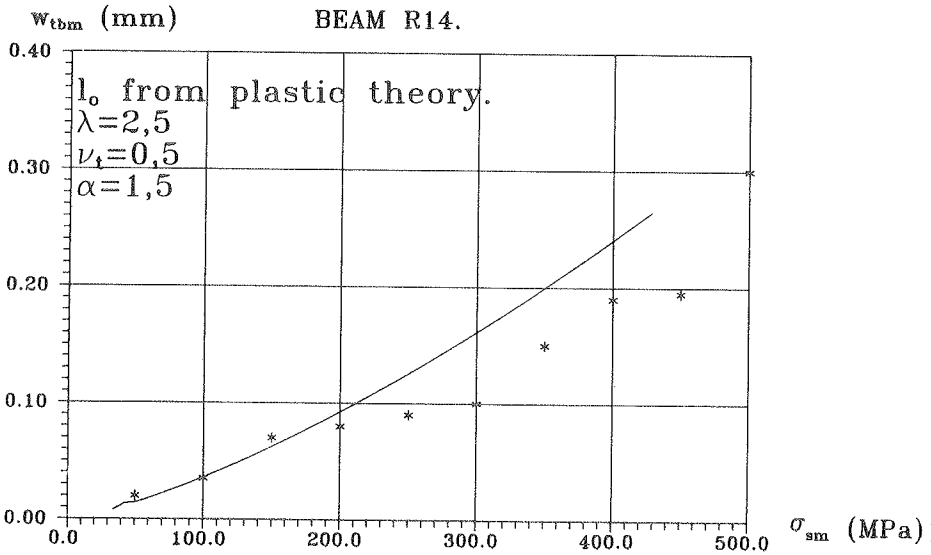
Forsøgsresultaterne for den pågældende bjælke fra tabel 8.3.2 ses ligeledes angivet. Det bemærkes, at beregningerne er foretaget for alle tre revnefaser.

Som nævnt i afsnit 8.3.1 dannes de enaksede trækrevner kun ved relative høje armeringsspændinger, således at ingen revner er at forvente i den begyndende og udviklende revnefase. Kun ved overgangen mellem den udviklende og stabiliserede revnefase, hvor $\sigma_{sm} \approx 70 - 100$ MPa, begynder trækrevnerne at dannes og ved denne spænding er revnevidderne meget små.

For bjælke R14 angives der allerede ved $\sigma_{sm} = 50$ MPa en revnevidde, hvilket dog mistænkes at være en bøjningsrevne.



Figur 8.3.7.



Figur 8.3.8.

Af tabel 8.3.2 ses det, at generelt starter dannelsen af trækrevner ved omkring $\sigma_{sm} = 100$ MPa.

Overensstemmelsen mellem de beregnede værdier og forsøgsresultaterne må generelt siges at være god både ved anvendelsen af udtrykket for sliplængden l_0 givet ved formel (8.14) og ved anvendelse af (8.15).

Værdien for α er i alle beregningerne holdt konstant lig med 1,5.

For ν_t anvendes nogenlunde den samme værdi som ved tilfældet enakset træk, nemlig $\nu_t = 0,6$, da forholdene ved dannelsen af disse enaksede bøjningsrevner er meget lig forholdene ved ren træk.

Formålet med den omfattende forsøgsserie var ikke kun at bestemme revnevidder men også bl.a. at undersøge forskydningsbæreevnen af bjælkerne.

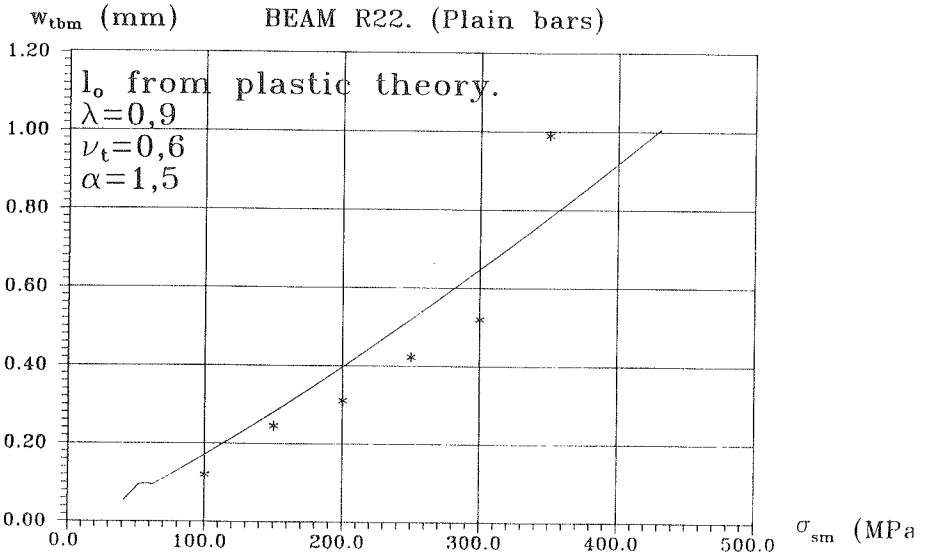
Armeringsjernene, der blev anvendt var af forskellig stål-kvalitet og havde forskellig udformning af kammene, der i beregningerne bevirker, at parameteren λ ændres, dog indenfor det interval der er foreslået i (6.48).

Beregningerne er også udført for en enkelt serie forsøgsbjælker med glat armering. Resultatet ses på figur 8.3.9 med $\lambda = 0,9$, der giver den bedste overensstemmelse med forsøgsværdierne.

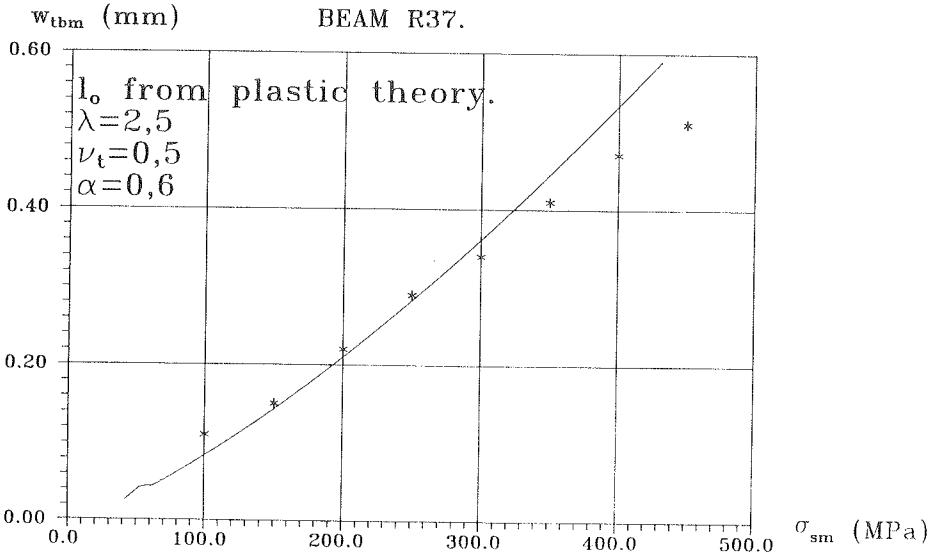
Parametrene ν_t og α er holdt konstant for alle forsøgene med forkammede armeringsstænger. Selvom der ikke kan drages en endelig konklusion udfra en forsøgsserie alene, må resultaterne siges at være tilfredsstillende.

Selvom begge gennemregninger, både med l_0 fra (8.14) og (8.15), er fundet at være i nogenlunde overensstemmelse med de aktuelle forsøgsværdier, må det konkluderes, at generelt er for forsøgsrækken med R-bjælkerne overensstem-

melsen mellem de beregnede revnevidder og forsøgsresultaterne bedst ved anvendelsen af sliplængden l_o givet ved det plasticitetsteoretiske udtryk (8.15). Især ved de meget høje armeringsspændinger ($\sigma_{sm} \approx 350 - 500$ MPa.), hvor l_o 's bidrag til den samlede revnevidde er markant, beskrives forløbet af revnevidderne som funktion af armeringsspændingen bedst, når (8.15) anvendes, se figur 8.3.10.



Figur 8.3.9.



Figur 8.3.10.

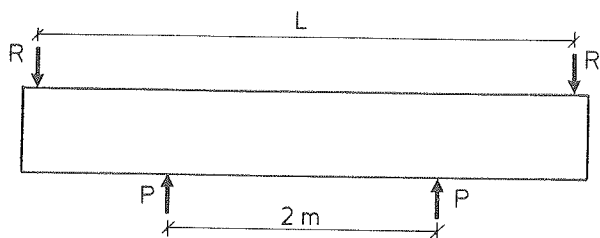
8.3.4.3 Forsøg fra reference [66.1].

Til bestemmelse af bøjningsrevnernes middelrevnevidde w_{bbm} blev der i årene 1964 - 66 gennemført et omfattende forsøgsprogram af Beeby et al., se bl.a. [66.1].

Forsøgene skulle bl.a. klarlægge revneudviklingens afhængighed af armeringsudformningen, armeringsforholdet, dæklagstykkelsen og betonstyrkerne.

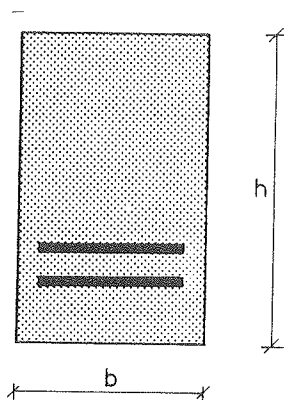
Af dette forsøgsprogram [66.1] er der til verifikation af teorien udvalgt ialt 11 bjælker.

Bjælkerne, der alle var simpelt understøttede og havde en længde på $L = 4,5$ m, blev belastet med to enkeltkræfter P i undersiden af bjælken.



Figur 8.3.11 : Skitse af forsøgsbjælke.

Alle forsøgsbjælkerne havde rektangulært tværsnit, se figur 8.3.12.



Figur 8.3.12 : Tværsnit af forsøgsbjælker.

De relevante materiale- og tværsnitsdata for de enkelte bjælker er opstillet i nedenstående tabel 8.3.4.

bjælke	b	h	d	N	A _s	I _{tyu}	z _{iu}	h _{un}	h _i	I _{tyr}	z _{ir}
nr.	mm	mm	mm	-	mm ²	mm ⁴	mm	mm	mm	mm ⁴	mm
Faktor	1	1	1	1	10 ³	10 ⁹	1	1	1	10 ⁸	1
A1W1	203	384	32,0	2	1,608	1,48	169,3	220,3	278,5	8,85	222,1
A2W1	203	400	22,2	4	1,550	1,66	171,3	238,3	279,1	8,51	220,7
A3W1	203	406	12,7	12	1,520	1,73	172,3	245,3	279,4	7,90	208,2
E1D	203	378	22,2	4	1,550	1,42	171,2	216,3	279,1	8,28	215,2
E2D	203	400	22,2	4	1,550	1,66	171,3	238,3	279,1	8,51	220,7
G1D	203	406	12,7	12	1,520	1,73	172,3	245,3	279,4	8,30	219,6
G2D	203	406	12,7	9	1,140	1,81	187,8	260,8	284,6	7,42	247,9
G3D	203	406	12,7	6	0,760	1,96	208,1	281,2	291,4	6,04	279,5
G4D	203	400	22,2	4	1,550	1,66	171,3	238,3	279,1	8,51	220,7
G5D	203	400	19,1	4	1,150	1,73	187,3	254,3	284,4	7,56	249,7
G6D	203	400	15,9	4	0,794	1,85	206,0	273,0	290,7	6,16	275,5

- Antal armeringsstænger.

Tabel 8.3.4 Materiale- og tværsnitsdata for Beeby's bjælker.

Ligesom ved forsøgene med R-bjælkerne fra [63.1] var variationen af betonstyrkerne begrænset for de udvalgte bjælker, således at der som repræsentative værdier kan anvendes følgende:

$$f_{cc} = 40 \text{ MPa.} \quad (8.41)$$

og

$$f_{ct} = 2,0 \text{ MPa.} \quad (8.42)$$

Ved bestemmelsen af bøjningsrevnernes middelrevnevidder w_{bbm} er der kun medtaget de revner, der optræder i midterzonen, hvor momentet er konstant.

Resultatet af de foretagne målinger af revnevidden w_{bbm} som funktion af armeringsspændingen σ_{sm} er gengivet i tabel 8.3.5.

σ_{sm} MPa	w_{bbm} mm										
	A1W1	A1W2	A1W3	E1D	E2D	G1D	G2D	G3D	G4D	G5D	G6D
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0,010	0,013	0,011	0,012	0,020	0,010	0,017	0,012	0,02	0,018	0,017
90	0,038	0,038	0,030	0,03	0,044	0,037	0,038	0,060	0,05	0,055	0,047
158	0,060	0,064	0,050	0,046	0,071	0,055	0,062	0,100	0,13	0,090	0,070
214	0,076	0,086	0,070	0,067	0,095	0,078	0,069	0,120	0,19	0,120	0,107
276	0,011	0,110	0,090	0,080	0,110	0,090	0,079	0,140	0,24	0,170	0,130
345	0,140	0,143	0,110	0,096	0,130	0,100	0,094	0,170	0,26	0,180	0,170
413	0,170	-	-	-	0,160	0,120	0,110	0,200	0,38	0,190	0,200

Tabel 8.3.5 : Sammenhæng mellem spændingen i armeringen σ_{sm} og middelrevnevidden w_{bbm} .

8.3.4.4 : Vurdering.

Ved beregningerne er benyttet de udtryk for middelrevnevidden, der er beskrevet i afsnittene 8.3.3.1, 8.3.3.2 og 8.3.3.3. For sliplængden l_{obb} er (8.32) og (8.33) anvendt.

Dannelsen af bøjningsrevnerne sker ved relativt lave armeringsspændinger.

Revnerne vil slå igennem til betonoverfladen og gå helt op til nullinien som beskrevet i afsnit 8.3.1.

På de to efterfølgende figurer 8.3.13 og 8.3.14 er resultatet af beregningerne vist for bjælke A2W1. Middelrevnevidden er angivet som funktion af middelspændingen σ_{sm} i armeringen.

I tabel 8.3.5 er forsøgsresultaterne angivet, og det bemærkes, at de første revner allerede dannes ved en armeringsspænding på $\sigma_{sm} \approx 40$ MPa.

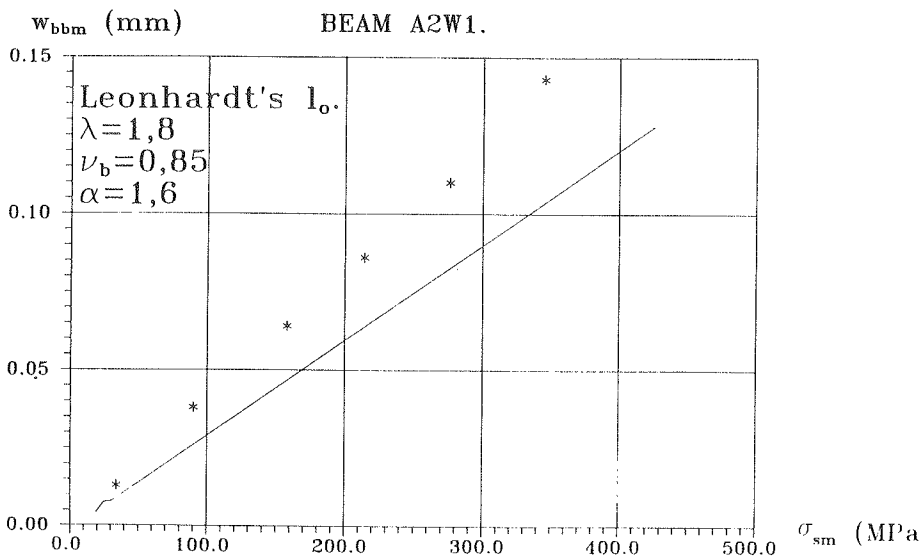
Overensstemmelsen mellem de beregnede værdier og forsøgsresultaterne må generelt siges at være god både ved anvendelsen af udtrykket for sliplængden l_o givet ved formel (8.32) og ved anvendelse af (8.33).

Som det var tilfældet ved de enaksede bøjningsrevner beskriver teorien forløbet af middelrevnevidderne bedst ved anvendelsen af l_{obb} fra (8.33), navnlig ved de høje armeringsspændinger.

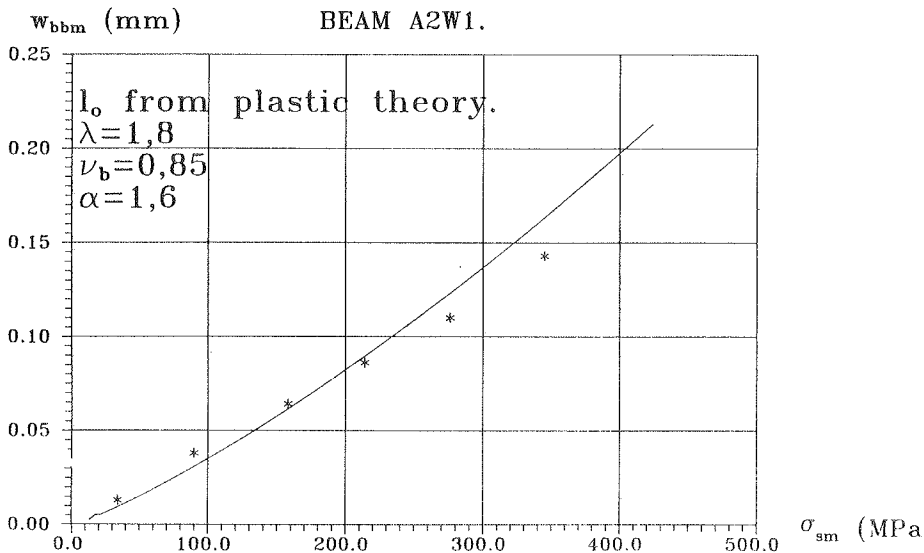
Værdien for α er i alle beregningerne holdt konstant lig med 1,5.

For ν_b anvendes værdien $\nu_b = 0,85$, idet der som beskrevet tidligere, tages hensyn til, at betonens trækstyrke ved bøjning er større end ved enakset træk.

Kamhøjden for de armeringsjern, der blev anvendt for den pågældende bjælke (A2W1) havde en beskedent størrelse, hvorfor parameteren λ har en relativt lav værdi, nemlig $\lambda = 1,8$. Parameteren λ er ikke afhængig af belastningstypen, d.v.s. om belastningen giver rent træk eller bøjning, således at variationen kun er et udtryk for forskelle i forkamningen.



Figur 8.3.13.



Figur 8.3.14.

9 KONKLUSION AF REVNETEORIEN FOR REN BØJNING.

Konklusioner vedrørende revneteorien for bøjning kan, på grund af begrænsningerne i de tilgængelige forsøgsresultater, kun drages for den stabiliserede revnefase.

Alle resultaterne viser den samme tendens, nemlig at anvendelsen af udtrykket for sliplængden givet ved den plasticitetsteoretiske udledning giver den bedste beskrivelse. Dette er mest markant ved de høje armeringsspændinger.

Beregningerne af bøjningsrevnernes vidde viser, at parameteren α kan regnes at have den konstante værdi 1,5.

Det skal bemærkes, at der ikke er blevet foretaget en undersøgelse af revneviddevariationen for høje bjælker ($h \geq 500$ mm). Her befinder den maksimale revnevidde sig ofte i midterzonen af bjælken og ikke i undersiden, med mindre der anbringes en revnefordelende armering op igennem trækzonen.

10 SAMLET KONKLUSION.

Det fremgår af det foregående, at den opstillede teori stemmer godt med forsøgsresultater, både for små tøjninger, som man ofte har ved svind- og temperaturpåvirkninger, og ved større tøjninger.

Spredningen på revnevidder og på revneafstande er stor, men i denne rapport er det vist, at på middelrevnevidden og middelrevneafstanden, er spredningen ikke større, end den er på andre størrelser inden for betonstyrkelæren. Overensstemmelsen mellem teori og forsøg er lige så god som man er vant til fra andre områder.

Teoriens forskellige parametre bør dog fastlægges nøjere ved nye forsøg.

Således vil det være ønskeligt om parameteren λ , der tager hensyn til kamudformningen, kan beskrives noget nøjere som funktion af f.eks. kamhøjde, kamafstand o.s.v.

Ligeledes vil det være ønskeligt, om parametrene ν_t og ν_b kan bestemmes nøjere som funktion af svindspændinger, armeringsudformning m.v.

11 FORMELOVERSIGT

De formler, der er blevet udledt i de foregående afsnit, vil i dette afsnit kort blive sammenfattet med det formål at lette anvendelserne.

11.1 Arbejdslinien for det revnede legeme.

For det revnede armerede betonlegeme anbefales at benytte følgende udtryk for sammenhængen mellem spændinger og tøjninger :

$$\sigma_s = \sigma_{sr} \left[\mu(\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + 1 \right] \quad (11.1)$$

der gælder for $\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_s^{x_0}]$ og for $\sigma_s \in [\sigma_{sr} ; \alpha \cdot \sigma_{sr}]$.
For μ , der tager hensyn til trækstivheden af legemet benyttes

$$\mu = \frac{(\alpha - 1)}{(\epsilon_{sm}^{x_0} - \epsilon_{ct})} \quad (11.2)$$

$$\text{For } \epsilon_{ct} \text{ anvendes: } \epsilon_{ct} = \frac{\nu_t f_{ct}}{E_c} = \frac{n \nu_t f_{ct}}{E_s} \quad (11.3)$$

med $\nu_t = 0,5$.

α sættes lig med 1,5 mens der for $\epsilon_{sm}^{x_0}$ anvendes udtrykket

$$\epsilon_{sm}^{x_0} = \frac{\nu_t f_{ct}}{4 \cdot E_s} \left[\frac{3 \cdot \alpha}{\varphi} + n \right] \quad (11.4)$$

Spændingen i armeringen ved revnedannelse σ_{sr} afhænger af belastningssituationen.

For en trækstang er

$$\sigma_{sr} = \frac{\nu_t f_{ct}}{\varphi} \quad (11.5)$$

I intervallet $\epsilon_{sm} \in]\epsilon_s^{x_0} ; \infty[$ og $\sigma_s \in]\alpha\sigma_{sr} ; \infty[$ haves følgende udtryk for arbejdslinien :

$$\sigma_s = \epsilon_{sm} E_s + \frac{\tau_{cm} \cdot x_0}{d} \quad (11.6)$$

hvor d er armeringsdiameteren og

$$\tau_{cm} = \lambda f_{ct} \quad (11.7)$$

For λ kan benyttes værdien $\lambda = 1,8-2,5$ for forkammet armering og $\lambda = 0,8-1,3$ for glat armering. Ved anvendelse af danske armeringsstål f.eks. Ks 410, Ks 550 eller tentorstål anbefales det, at benytte værdien $\lambda = 2,0$, mens der ved anvendelse af glat armering f.eks. Fe360-DS /ISO 630 (St. 37-DIN 17100) benyttes værdien $\lambda = 0,9$.

Størrelsen x_0 , der i dette interval er konstant kan beregnes af

$$x_0 = \frac{nd}{4\lambda} \left[\frac{\alpha}{n\varphi} - 1 \right] \quad (11.8)$$

11.2 Revneafstand og revnevidde for enakset træk.

Udtrykkene for revneafstande og revnevidder opdeles i tre faser.

Revneafstand for revnefase I: $\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_{sm}^{2x_0}]$

$$l_{tm}(\epsilon_{sm}) = l_0(\sigma_s) + \frac{d \cdot \epsilon_{ct}}{4 \cdot \lambda \cdot n \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct})} \left[\frac{\mu}{\varphi} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - n \right]^2 \quad (11.9)$$

ϵ_{ct} fås af formel (11.3) mens $\epsilon_{sm}^{2x_0}$ er givet ved :

$$\epsilon_{sm}^{2x_0} = \frac{\varphi \cdot \epsilon_{ct}}{2 \cdot n \cdot \varphi - \mu \cdot \epsilon_{ct}} \left[\frac{1}{\varphi} + n - \frac{\mu \cdot \epsilon_{ct}}{\varphi} \right] \quad (11.10)$$

Revneafstand for revnefase II : $\epsilon_{sm} \in]\epsilon_{sm}^{2x_0} ; \epsilon_{sm}^{x_0}]$

$$l_{tm}(\epsilon_{sm}) = l_o(\sigma_s) + \frac{d}{\lambda} \left[\frac{\mu}{\varphi} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - \frac{n \cdot \epsilon_{sm}}{\epsilon_{ct}} \right] \quad (11.11)$$

$\epsilon_{sm}^{2x_0}$ fås af (11.10) og $\epsilon_{sm}^{x_0}$ er givet ved formel (11.4).

Revneafstand for revnefase III : $\epsilon_{sm} \in]\epsilon_{sm}^{x_0} ; \infty[$

$$l_{tm}(\epsilon_{sm}) = l_o(\sigma_s) + \frac{d}{4 \cdot \lambda} \left[\frac{\alpha}{\varphi} - n \right] \quad (11.12)$$

hvor $\epsilon_{sm}^{x_0}$ er givet ved formel (11.4).

Revnevidde for revnefase I : $\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_{sm}^{2x_0}]$

$$w_{tm}(\epsilon_{sm}) = \epsilon_s \cdot l_o(\sigma_s) + \frac{\epsilon_{ct} \cdot d}{4 \cdot \lambda \cdot n} \left[\left[\frac{\mu}{\varphi} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} \right]^2 - n^2 \right] \quad (11.13)$$

hvor ϵ_{ct} er givet ved (11.3) og $\epsilon_{sm}^{2x_0}$ fås af (11.10).

Revnevidde for revnefase II : $\epsilon_{sm} \in]\epsilon_{sm}^{2x_0} ; \epsilon_{sm}^{x_0}]$

$$w_{tm} = \epsilon_s \cdot l_o + \epsilon_{sm} \cdot \frac{d}{\lambda} \left[\frac{\mu}{\varphi} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{ct}) + \frac{1}{\varphi} - \frac{n \cdot \epsilon_{sm}}{\epsilon_{ct}} \right] \quad (11.14)$$

$\epsilon_{sm}^{2x_0}$ fås af (11.10) mens $\epsilon_{sm}^{x_0}$ er givet ved formel (11.4).

Revnevidde for revnefase III : $\epsilon_{sm} \in]\epsilon_{sm}^{x_0} ; \infty[$

$$w_{tm} = \epsilon_s \cdot l_o + \epsilon_{sm} \cdot \frac{d}{4 \cdot \lambda} \left[\frac{\alpha}{\varphi} - n \right] \quad (11.15)$$

$\epsilon_{sm}^{x_0}$ er givet ved formel (11.4).

Ovenstående formler giver revneafstande og revnevidder som funktion af middeltøjningen ϵ_{sm} . Hvis spændingen i revnen σ_s er givet, kan man beregne ϵ_{sm} af (11.1) for σ_s intervallet $\sigma_s \in [\sigma_{sr} ; \alpha\sigma_{sr}]$ og af (11.6) for $\sigma_s > \alpha\sigma_{sr}$.

Det anbefales at anvende følgende udtryk for slipafstanden $l_o(\sigma_s)$:

$$l_o(\sigma_s) = \left[1 + \sigma_s/100 \right] d \quad (11.16)$$

hvor σ_s indsættes i MPa.

11.3 Revneafstand og revnevidde for ren bøjning.

Ved revnedannelse i et betonlegeme påvirket til bøjning vil der udvikle sig to forskellige former for revnesystemer.

I begyndelsen af momentbelastningen af bjælken vil der dannes revner, der går fra undersiden af bjælken og op til nullinien. Disse revner kaldes bøjningsrevner med en revneafstand $l_{bb}(\epsilon_{sm})$ og en revnevidde $w_{bb}(\epsilon_{sm})$.

Ved en forøgelse af momentbelastningen vil der ved relativt høje armeringsspændinger optræde revner, der går fra undersiden af bjælken og op til lidt over trækarmingen. Disse revner kaldes enaksede bøjningsrevner eller trækrevner eftersom deres egenskaber er analoge med revnerne for rent træk. Trækrevnerne har revneafstanden $l_{tb}(\epsilon_{sm})$ og en revnevidde, der benævnes $w_{tb}(\epsilon_{sm})$.

11.3.1 Revneafstand og revnevidde for enaksede bøjningsrevner.

Formlerne for revneafstande og revnevidder for de enaksede bøjningsrevner er identiske med formlerne for tilfældet

rent træk, således at de anbefalede værdier for de indgående størrelser er de samme. Dog erstattes armeringsforholdet φ med det effektive armeringsforhold ved bøjning φ_b givet ved

$$\varphi_b = \frac{A_s}{A_{cte}} = \frac{A_s}{2 \cdot b \cdot (h - h_e)} \quad (11.17)$$

12.3.2 Revneafstand og revnevidde for bøjningsrevner.

Det generelle udtryk for revneafstanden $l_{bbm}(\epsilon_{sm})$ er :

$$l_{bbm}(\epsilon_{sm}) = l_{obb}(\sigma_s) + a_{bb}(\epsilon_{sm}) \quad (11.18)$$

Revneafstand for revnefase I: $\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_{sm}^{2x_0}]$

Transmissionsrevneafstanden $a_{bb}(\epsilon_{sm})$ er givet ved :

$$a_{bb}(\epsilon_{sm}) = \frac{(\sigma_s - n \cdot \nu_b \cdot f_{ct})^2 A_s}{(E_s \cdot \epsilon_{sm} - n \cdot \nu_b \cdot f_{ct}) \lambda \nu_t f_{ct} \Sigma_0} \quad (11.19)$$

Revneafstand for revnefase II: $\epsilon_{sm} \in]\epsilon_{sm}^{2x_0} ; \epsilon_{sm}^{x_0}]$

Transmissionsrevneafstanden $a_{bb}(\epsilon_{sm})$ er givet ved :

$$a_{bb}(\epsilon_{sm}) = \frac{d}{\tau_{cm}} \left[\sigma_s - E_s \cdot \epsilon_{sm} \right] \quad (11.20)$$

Ved bestemmelse af revneafstande i området $\epsilon_{sm} \in [\epsilon_{ct} ; \epsilon_{sm}^{x_0}]$ (revnefase I og II) anvendes udtrykket for σ_s givet ved (11.1) hvor der for σ_{sr} benyttes :

$$\sigma_{sr} = \frac{\nu_b \cdot f_{ct} \cdot I_{tyu}}{A_s \cdot h_{nu} \cdot h_i} \quad (11.21)$$

ν_b er effektivitetsfaktoren på betonens trækstyrke ved ren bøjning, der sættes til $\nu_b = 0,85$.

Revneafstand for revnefase III : $\epsilon_{sm} \in]\epsilon_{sm}^{x_0} ; \infty[$

I revnefase udvikles der ikke flere revner således at $a_{bb}(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0})$ bliver identisk med overføringslængden x_0 .

x_0 beregnes v.h.a. nedenstående formel

$$a_{bb}(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}) = x_0 = \frac{(\sigma_s - n \cdot \nu_b \cdot f_{ct}) \cdot A_s}{\lambda \cdot \nu_t \cdot f_{ct} \cdot \Sigma \sigma} \quad (11.22)$$

hvor der for σ_s anvendes følgende udtryk :

$$\sigma_s(\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{x_0}) = \left[\frac{\alpha \nu_b f_{ct} I_{tyu}}{A_s \cdot h_{nu} \cdot h_i} \right] \quad (11.23)$$

Revnevidde for revnefase I, II og II :

Det generelle udtryk for revnevidden $w_{bbm}(\epsilon_{sm})$ er :

$$w_{bbm}(\epsilon_{sm}) = \epsilon_s l_{obb}(\sigma_s) + \epsilon_{sm} a_{bb}(\epsilon_{sm}) \quad (11.24)$$

Til bestemmelse af revnevidden for konstruktioner påvirket til ren bøjning kan udtrykkene for transmissionsrevneafstanden $a_{bb}(\epsilon_{sm})$, formel (11.19), (11.20) og (11.22) for hhv. revnefase I, II og III anvendes i tilknytning til formel (11.24).

Det anbefales at anvende følgende udtryk for slipafstanden $l_{obb}(\sigma_s)$:

$$l_{obb}(\sigma_s) = \left[1 + \sigma_s / 100 \right] d \quad (11.25)$$

hvor σ_s indsættes i MPa.

For λ , anvendes samme værdier som angivet i tilknytning til formel (11.7)

LITTERATURLISTE.

[31.1] E. Suenson :

Jærnbeton.
København 1931.

[48.1] A. Efsen :

Elementær Jærnbeton.
Jul. Gjellerups Forlag.
København 1948.

[59.1] A. Efsen and H. Krenchel :

Tensile Cracks in Reinforced Concrete.
Laboratoriet for Bygningsteknik, DtH.
Meddelelse nr.9. København 1959.

[62.1] F. Leonhardt und R. Walther :

Versuche an Plattenbalken mit hoher
Schubbeanspruchung.
DAfstb., H. 152, Berlin, W. Ernst und
Sohn, 1962.

[63.1] H. Rusch und G. Rehm :

Versuche mit Betonformstählen.
DAfstb., H. 140, Berlin, W. Ernst und
Sohn, 1963.

[63.2] H. Rusch und G. Rehm :

Versuche mit Betonformstählen. (Teil II)
DAfstb., H. 160, Berlin, W. Ernst und
Sohn, 1963.

[64.1] H. Rusch und G. Rehm :

Versuche mit Betonformstählen. (Teil III)
DAfstb., H. 165, Berlin, W. Ernst und
Sohn, 1964.

[65.1] B. B. BROMS :

Technique for Investigation of Internal
Cracks in reinforced Concrete Members.
ACI Journal, Proceedings V.62, no.1,
Jan.1965, pp. 35 - 44.

[66.1] G .D . Base, J. B. Read, A. W. Beeby and
H. P. J. Taylor :

A Investigation of Crack Control
Characteristics of Various Types of Bars
in Reinforced Concrete Beams. Cement and
Concrete Association, Research Report 18.
Part 1 & 2, Dec. 1966.

[69.1] H. Falkner :

Zur Frage der Rissbildung durch Eigen und
Zwangspannungen infolge Temperatur in
Stahlbetonbauteilen.
DAfstb., H. 208, Berlin, W. Ernst und
Sohn, 1969.

[70.1] A. W. Beeby :

An Investigation of Cracking in Slabs
Spanning one Way.
Cement and Concrete Association,
Technical Report TRA. 433, April 1970.

[71.1] Y. Goto :

Cracks Formed in Concrete Around Deformed
Tension Bars.
Journal of the American Concrete
Institute, Proceedings Vol. 68, no. 4 ,
April 1971. pp.244 - 251.

[71.2] A.W. Beeby :

An Investigation of Cracking on the Side
Faces of beams.
Cement and Concrete Association,
Technical Report TRA. 42.466, Dec. 1971.

[72.1] A.W. Beeby :

A study af Cracking in Reinforced
Concrete Members Subjected to Pure
Tension.
Cement and Concrete Association ,
Technical Report TRA. 42.468, June 1972.

[76.1] F. S. Rostasy, R. Koch und F. Leonhardt :

Zur Mindestbewehrung von Aussenwanden aus
Stahlleichtbeton.
DAfstb., H. 267, Berlin, W. Ernst und
Sohn, 1976.

[76.2] M. W. Bræstrup, M. P. Nielsen, B. C. Jensen
and F. Bach :

Axisymmetric Punching Of Plain And
Reinforced Concrete.
Afdelingen for Bærende Konstruktioner,
DtH, Rapport nr. R.76. 1976.

[77.1] F. Leonhardt :

Crack Control in Concrete Structures.
IABSE Surveys S-4/77,
IABSE Periodica 3/77,
August 1977.

[78.1] F. Leonhardt :

Vorlesungen uber Massivbau, del 4 ,
2.udg.
Springer - Verlag. Berlin 1978.

[78.2] L. A. Clarck and D. M. Speirs :

Tension Stiffening in Reinforced Concrete
Beams and Slabs Under Short-Term Load.
Cement and Concrete Association ,
Technical Report TRA. 42.521, July 1978.

[78.3] M. W. Bræstrup, M. P. Nielsen, B. C. Jensen,
U. Hess og F. Bach :

Gennemlokning af Jernbetonplader.
Afdelingen for Bærende Konstruktioner,
DtH, Rapport nr. R.90. 1978.

[78.4] M. W. Bræstrup, M. P. Nielsen, B. C. Jensen,
U. Hess and F. Bach :

Concrete Plasticity.
Specialpublikation udgivet af Dansk
Selskab for Bygningsstatik.
Lyngby, oktober 1978.

[79.1] Y. Goto and K. Otsuka.

Studies on Internal Cracks Formed in
Concrete Around Deformed Tension Bars.
Transactions of the Japan Concrete
Institute 1979.
Japan Concrete Institute, Dec. 1979.

[79.2] A.W. Beeby :

The Prediction of Crack Widths in Hardened
Concrete.
The Structural Engineer, Jan. 1979.
Vol. 57A, No. 1.
pp. 9 - 17.

[80.1] J. J. Roberts :

Further Work on the Behaviour of
Reinforced Concrete Blockwork Subject to
Lateral Loading.
Cement and Concrete Association ,
Technical Report TRA. 521, May 1980.

[81.1] CEB - MANUAL. :

Cracking and Deformations.
Bulletin d'Information, no. 143,
December 1981.

[83.1] B. Feddersen og M. P. Nielsen :

Revneteorier for Enakset
Spændingstilstand.
Afdelingen for Bærende Konstruktioner,
DtH, Rapport nr. R.162, 1983.

[83.2] B. Feddersen og M.P.Nielsen :

Revneteorier for Biaksiale
Spændingstilstande.
Afdelingen for Bærende Konstruktioner,
DtH, Rapport nr. R 163, 1983.

[84.1] M. P. Nielsen :

Limit Analysis and Concrete Plasticity.
Prentice-Hall, Inc.
Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1984.

[84.2] DS 411 :

Dansk Ingeniørforenings Norm for
Betonkonstruktioner.
Dansk Standard 1984.
3. Udgave, Marts 1984.

[84.3] K. Conradsen :

En Introduktion Til Statistik.
Bind I & II.
5 udgave 1984.

[85.1] CEB - MANUAL. :

Cracking and Deformations.
Ecole Polytechnique Federale de
Lausanne.
Suisse 1985.

[85.2] D. Ding et al. :

Stiffness and crack width of reinforced
concrete members.
Bygningsstatistiske Meddelelser.
Årgang LVI. Nr.4. December 1985.

[86.1] J. Jokela :

Dimensioning of Strain or Deformation -
Controlled Reinforced Concrete Beams.
Technical Research Centre of Finland.
Publication 33. 1986.

[86.2] K. Janovic :

Zur Rissbildung in Stahlbeton - und
Spannbetonbau.
Betonwerk + Fertigteil - Technik.
Heft 12/1986.

[86.3] A. M. Neville :

Properties of Concrete.
Longman Scientific & Technical. 1986.

[88.1] D. H. Olsen :

Revner i Beton ved S.K.T. Påvirkninger.
Eksamensprojekt 1988, Bind I & II.
Afdelingen for Bærende Konstruktioner,
Danmarks tekniske Højskole.

