



Afdelingen for Bærende Konstruktioner  
Department of Structural Engineering  
Danmarks Tekniske Højskole · Technical University of Denmark

## State-of-the-art Rapport for Revnet Betons Styrke

Henrik Elgaard Jensen

Serie R

No 295

1992

# State-of-the-art Rapport for Revnet Betons Styrke

Henrik Elgaard Jensen

**State-of-the-art Rapport for Revnet Betons Styrke**

Copyright © by Henrik Elgaard Jensen, 1992

Tryk:

Afdelingen for Bærende Konstruktioner

Danmarks Tekniske Højskole

Lyngby

ISBN 87-7740-116-6

## **Forord**

Denne State-of-the-art rapport er en del af projektet "Revet betons styrke.". Projektet er et delprojekt (nr.7) i "Det materialeteknologiske Udviklingsprogram: Højkvalitetsbeton i 90'erne."

Rapporten giver kun et lille indblik i problemstillingen, da dette emne stort set dækker alle de vanskeligheder, der, trods års forskning over hele verden, ligger i at forstå de afgørende mekanismer i beton.

## **INDHOLD**

Indledning .....	1
Mikrorevner .....	2
Alkalikiselreaktioner .....	10
Generelt .....	11
Konstruktive egenskaber .....	13
Bøjning .....	14
Forskydning .....	14
Gennemlokning .....	15
Lastintroduserede makrorevner .....	16
Enkelt revner .....	16
Revne systemer .....	20
Effektivitetsfaktoren .....	29
Referencer .....	35

## Symbolliste

$\alpha$	Vinkel
$\Delta$	Flytning
$\Delta V$	Volumenændring
$\epsilon$	Tøjning
$\epsilon_d$	Trykbrudtøjning
$\epsilon_{dt}$	Tværtøjning
$\epsilon_{kr,u}$	Udtørringskrybning
$\epsilon_l$	Lokaltøjning
$\epsilon_{sv,u}$	Udtørringssvind
$\epsilon_t$	Totaltøjning
$\epsilon_{ii}$	Initial tværtøjning
$\epsilon_{d,A}$	Initial tværtøjning i pkt. A
$\epsilon_{d,B}$	Initial tværtøjning i pkt. B
$\epsilon_y$	Flydetøjning for stål
$\mu$	Friktionskoefficient
$\nu$	Poissons forhold, effektivitetsfaktor
$\rho$	Armeringsforhold
$\sigma$	Normalspænding
$\sigma_x$	Normal spænding i armeringsretningen x
$\sigma_y$	Normal spænding i armeringsretningen y
$\tau$	Forskydningsspænding
$\tau_u$	Ultimativ forskydningsspænding
$\varphi$	Armeringsforhold i procent , armeringsprocent, friktionsvinkel
A	Konstant
c	Kohæsionsfaktor
$d_{max}$	Største stenstørrelse
$f_c$	Betontrykstyrke, cylindre
$f_{cc}$	Betontrykstyrke, terninger
$f_t$	Betontrækstyrke
$f_y$	Stålflydespænding
p	Armeringsforhold
V	Volumen
w	Revnevidde
x	Armeringsretning
y	Armeringsretning

## Forkortelser

AKR

DT

IT

Alkaliskelreaktion

Direkte træk

Indirekte træk

## Indledning

Siden den armerede betons barndom har man regnet med revner i betonkonstruktionerne. Den simpleste model, der er kendt af alle, der beskæftiger sig med bærende betonkonstruktioner, er et bøjningspåvirket revnet tværsnit, hvor der ikke regnes med trækspændinger i revnen. Siden er der på grundlag af de brud, der kunne konstateres ved belastningsforsøg, udviklet teoretiske modeller, der baseres på en eller anden form for revnemønstre, f.eks. brudlinieteori.

I Danmark har man længe været førende inden for anvendelse af plasticitetsteoretiske løsninger af betonkonstruktioner. Det har dog hele tiden stået klart, at plastiske løsninger baseret på forudsætningen om stift-plastiske materialeegenskaber ikke gav tilfredsstillende løsninger. For at kompensere for dette har man indført en effektiv betonstyrke, der tager hensyn til de afvigende forudsætninger og materialeegenskaber.

Inden for de sidste 10 år er der formuleret hypoteser, der kan forklare, hvorfor plastiske løsninger giver så gode resultater, når der indføres en effektiv betonstyrke. Disse hypoteser går på, at revner i konstruktionen giver betonen nye materialeegenskaber, der er væsentligt forskellige for de normalt kendte.

De revner, der kan konstateres i beton kan groft opdeles i to hovedgrupper:

Mikrorevner

og

Makrorevner.

Et groft skel mellem de to typer revner er hvor vidt revnerne er synlige eller ej.

Mikrorevner kan dannes i betonen pgr. svind/svelning, alkalikiselreaktioner, bleeding, utilstrækkelig komprimering eller belastning.

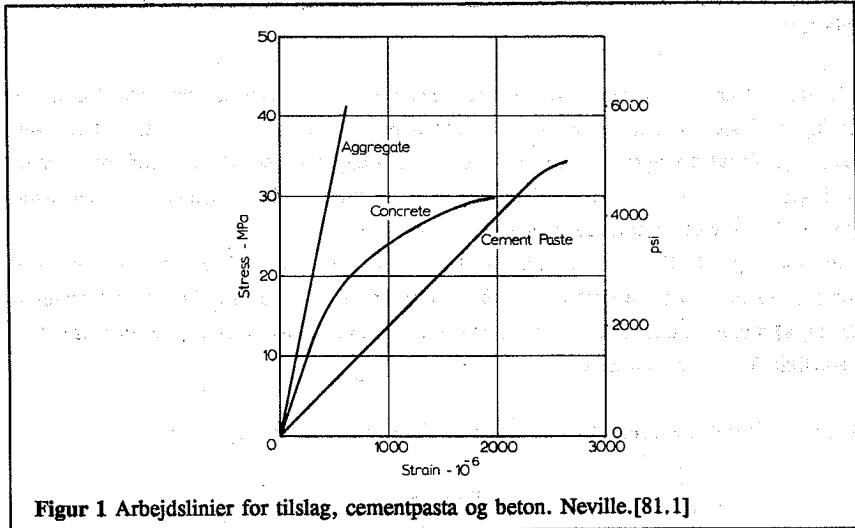
Makrorevner dannes stort set pgr. af de samme forhold som mikrorevnerne, men ydre omstændigheder gør at revnerne bliver større.

Den væsentligste forskel mellem de to typer revner er, at mikrorevner eksisterer i al beton uanset om der er makrorevner tilstede. Makrorevner eksisterer derimod ikke uden, at der er et øget mikrorevnemønstre i zoner omkring makrorevnerne.



## Mikrorevner

Tilstedeværelsen og dannelsen af mikrorevner i beton har en væsentlig indflydelse på betons arbejdslinie. Sammenligner man arbejdslinierne for de materialer, hvoraf beton er sammensat, finder man for lav- og normalstyrkebeton, at tilslaget og cementpastaens arbejdslinier er

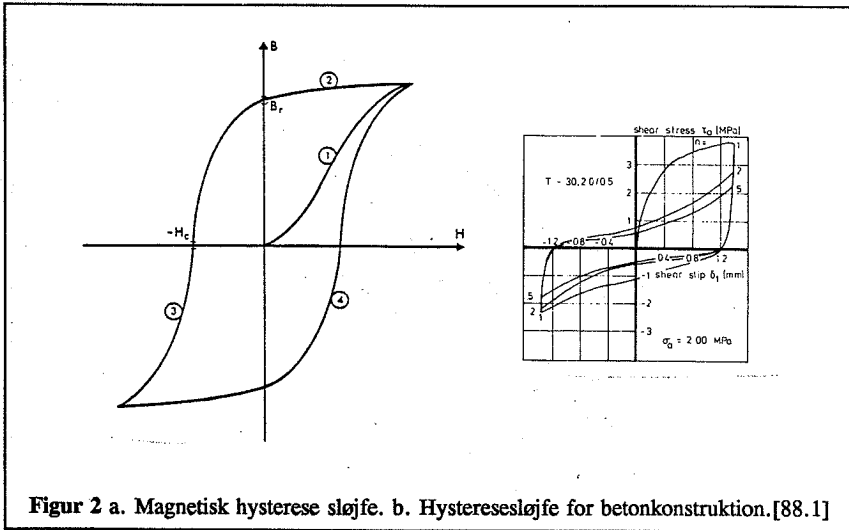


retlinet til nær brud, hvorimod kompositmaterialet, beton, har en krum arbejdslinie, se Figur 1.

Dette er i uoverensstemmelse med forventningen om at finde et kompositmateriale med en retlinet arbejdslinie mellem arbejdslinierne for tilslag og pasta. Krumningen skyldes mikrorevner i vedhæftningen mellem tilslag og pasta. Effekten forstærkes af de større deformationer, der forekommer i pastaen når betonen belastes. Forskellen i deformationerne skyldes de to materials forskellige stivheder. De forskellige deformations egenskaber resulterer i forskellige tværdeformationer, der medfører åbning og vækst af allerede eksisterende mikrorevner, således at krumningen vokser når belastningen øges.

Aflastes betonen, så lukker mikrorevnerne mere eller mindre til igen og forskydningen sker nu i den modsatte retning end under oplastning. Dette medfører blivende deformationer, der dels skyldes væksten af mikrorevnerne og dels skyldes den forskydning, der er foregået i mikrorevnerne. Fænomenet kaldes hysterese.

Forskydningen i mikrorevnerne kan kun føres tilbage i den oprindelige position ved en



Figur 2 a. Magnetisk hysteresesløjfe. b. Hysteresesløjfe for betonkonstruktion. [88.1]

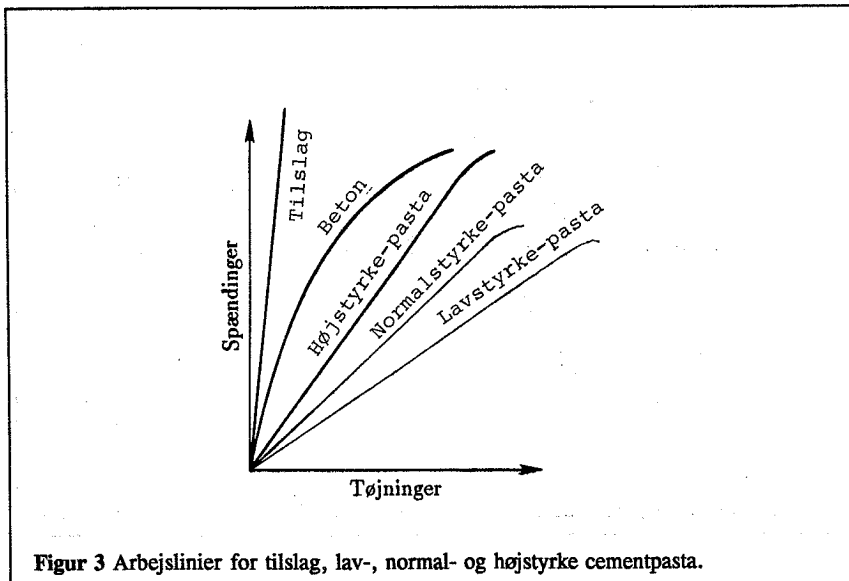
modsatrettet påvirkning af den, der frembragte forskydningen. Væksten af mikrorevnerne kan derimod ikke reetableres, hvorfor hysteresesløjfen aldrig kan vende tilbage gennem udgangspositionen for den uberørte beton. Fænomenet er meget lig magnetisk hysteresis, hvor udgangspositionen heller ikke kan nås igen, se Figur 2

Elasticitetsmodulet for en højstyrke cementpasta er større end for en lav- og normalstyrke pasta, og højstyrkepastaens arbejdslinie ligger derfor tættere på tilslagets arbejdslinie, se Figur 3. Den øgede stivhed af cementpastaen i en højstyrkebeton betyder, at forskellene mellem tværdeformationerne bliver mindre og dermed reduceres mikrorevnevæksten og åbningen af mikrorevnerne. Reduktionen af mikrorevnernes åbning pgr. deformationsforholdene betyder, at mikrorevnerne kan overføre flere forskydningskræfter, da en uarmeret revnes kraftoverførsel afhænger af revnevidden.

Da adhæsionen (vedhæftningen) mellem sten og pasta er større i en højstyrkebeton pgr. af det lave v/c-forhold og den deraf følgende mindre porøsitet, vil væksten af nye mikrorevner blive reduceret.

De to effekter, øget adhæsion og mere ensartede deformationsegenskaber, medfører en mere retlinet arbejdslinie for øget betonstyrke, hvilket også underbygges af utallige forsøg.

Revnetilvæksten er blevet studeret eksperimentelt af R.L. Carrasquillo for lav-, normal- og højstyrkebeton med styrker på hhv. 23, 48 og 70 MPa [80.2]. Den totale revnelængde er angivet i Figur 4., heraf ses det tydeligt, at mikrorevnedannelsen er væsentlig mindre i

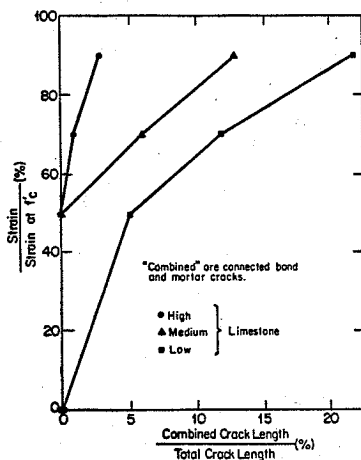


højstyrkebeton end den er for lav- og normalstyrkebeton. Dette forhold gør sig gældende helt op til et tøjningsniveau svarende til 90 % af brudtøjningen. Det kan ligeledes ses, at for lavstyrkebeton begynder revnevæsten ved et tøjningsniveau under 50 %. Disse undersøgelser underbygger de tidligere nævnte sammenhænge mellem mikrorevnerne og betonens arbejdslinie.

Mikrorevners indflydelse på brudstyrken er altså stor. De er årsag til brud og dermed afgørende for styrken.

Ved et lastniveau på  $\sigma/f_c = 50-90\%$  begynder der at optræde mikrorevner i cementpastaen. På et eller andet tidspunkt bliver denne revnevækst ustabil og betonen bryder sammen. I højstyrkebeton er det ikke kun i cementpastaen, der begynder at optræde mikrorevnevækst ved høje  $\sigma/f_c$ , men også i tilslagets stenmateriale.

Revnedannelsen i pastaen (mørtlen) resulterer i en målelig ændring af volumenændringen,  $\Delta V$ . Før matrixrevnerne (pasta/mørtelrevnerne) begynder at udvikle sig er volumenændringen negativ, dvs. betonens volumen bliver mindre for øget belastning. Efter dannelsen af matrixrevner ændrer den øjeblikkelige volumenændring,  $d\Delta V/d\sigma$ , fortegn, således at betonens volumen vokser for øget belastning. Betonen bryder dog sammen inden prøvelegemet når sin



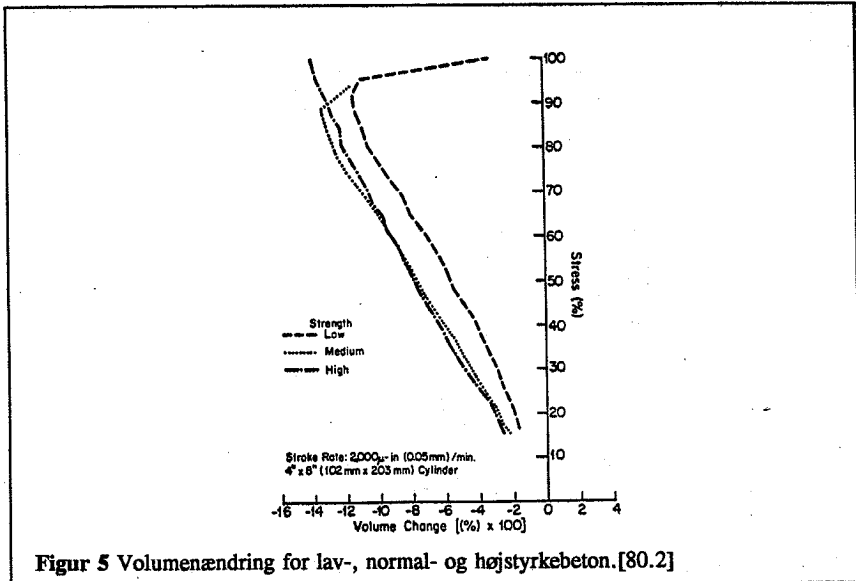
Figur 4 Kombineret revnelængde i procent af den totale revnelængde i forhold til tøjningen ved forskellige lasttrin.[80.2]

begyndelses volumen, således at volumenændringen altid er negativ. Ændringen,  $d\Delta V/d\sigma$ , skyldes at mikrorevnevæksten og mikrorevnernes vidde er så stor, at tværudvidelsen øges radikalt. Dette forhold kan også observeres ved at studere udviklingen af Poissons forhold,  $\nu$ , som også øges når revnevæksten begynder at vokse ustabil.  $\Delta V$  er vist i Figur 5. Grænsen,  $\sigma/f_c$ , hvor  $d\Delta V/d\sigma$  ændrer fortegn er iflg. R.L. Carrasquillos undersøgelser afhængig af tilslaget, hvilket stemmer med, at der sker en ændring af forskellen mellem tilslagets og pastaens stivheder og ændringer i vedhæftning mellem tilslag og pasta.

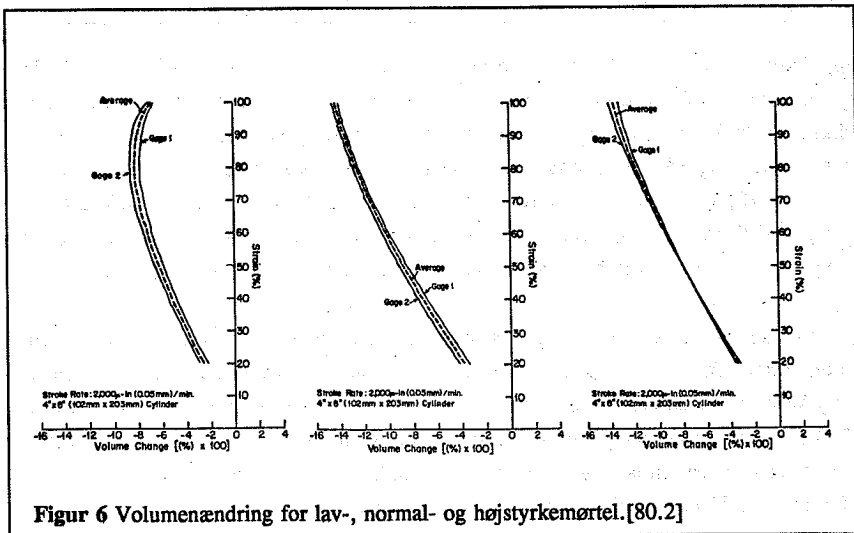
Det er en generel opfattelse, at langtidsstyrken kan fastlægges ved det  $\sigma/f_c$ , hvor  $d\Delta V/d\sigma$  ændrer fortegn fra minus til plus. Det er dog ikke muligt at bestemme langtidsstyrken for højstyrkebeton, da  $d\Delta V/d\sigma$  ikke ændrer fortegn som det fremgår af Figur 5. M.M Smadi [83.1] finder i sine undersøgelser af langtidsstyrkerne for lav-, normal- og højstyrkebeton, at højstyrkebeton har en langtidsstyrke på  $\sigma/f_c \approx 0.85$ . Man kan derfor ikke fejlagtigt slutte ud fra  $\Delta V$ -forholdene, at højstyrkebeton ikke har nogen langtidsstyrke.

Langtidsstyrken må nødvendigvis afhænge af den relative luftfugtighed, da sorptionskrybningen medfører en forøgelse af mikrorevnerne, se senere.

I Figur 6 ses  $d\Delta V/d\sigma$ , at skifte fortegn for et større  $\sigma/f_c$ -forhold i ren lavstyrkemørtel.  $d\Delta V/d\sigma$  skifter ikke fortegn for normal- og højstyrkemørtel. Heraf kan det konkluderes, at

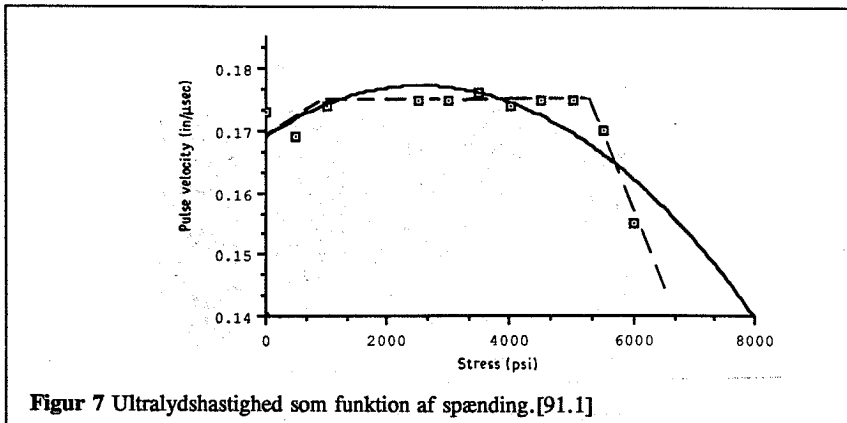


Figur 5 Volumenændring for lav-, normal- og højstyrkebeton.[80.2]



Figur 6 Volumenændring for lav-, normal- og højstyrkemørtel.[80.2]

stenenes andre deformationsegenskaber medfører revnedannelse både i form af vedhæftningsrevner og i form af mørtel/pastarevner.



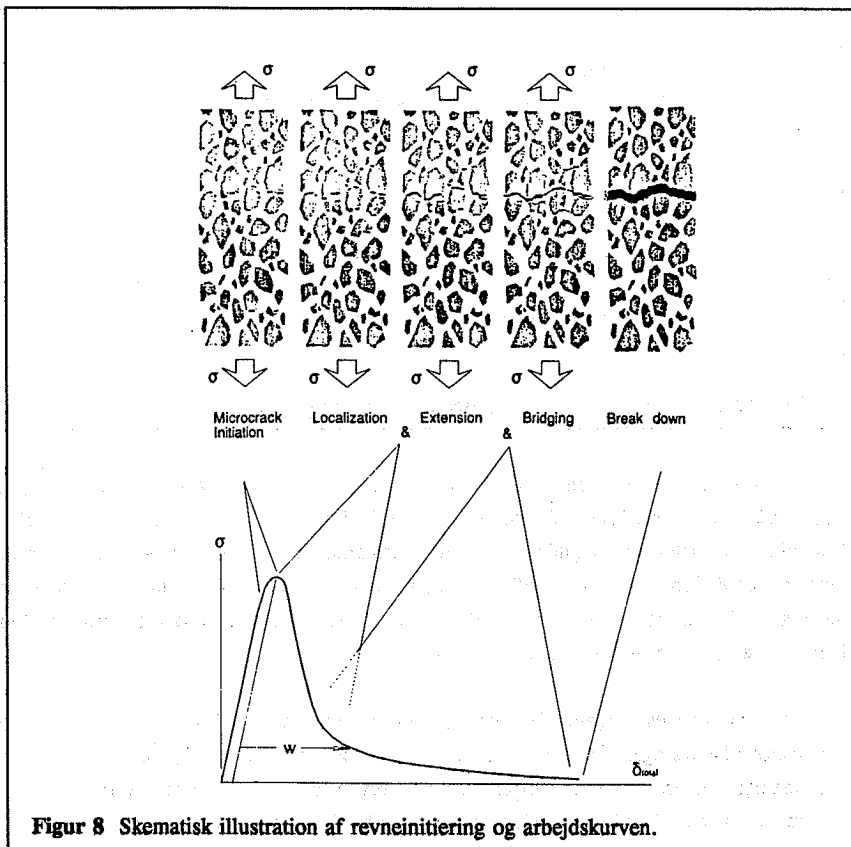
Ultralydsmåling er en ofte anvendt ikke-destruktiv prøvemethode til afsløring af revner, se også under alkaliskeskader. S. Popovics og J.S. Popovics [91.1] forsøgte at beskrive krumningen af betonens arbejdsline vha. ultralydsmåling. Dette lykkedes dog ikke, men de fandt en signifikant ændring af lydshastigheden ved  $\sigma/f_c \approx 0.70$ . Da lydshastigheden netop afhænger af antal revner og revnevidder, viser deres forsøg, at mikrorevnerne ændrer karakter ved dette lastniveau, se iøvrigt Figur 7.

Når en revne dannes, frigøres der energi, som kan registreres v.h.a. måleudstyr. Denne målemetode kaldes også akustisk emission, AE. N.Nomura et al. [91.2] har på grundlag af AE måling studeret sammenhængen mellem revnedannelse og arbejdskurven for et betonprøvelegeme. Relationen mellem revner og arbejdskurve er vist i Figur 8.

Udover den gængse og accepterede viden vedr. mikrorevners indflydelse på betons korttidsdeformationsegenskaber, så viser forsøg fra projekt 5, at mikrorevner kan være årsag til den forøgede krybning, der konstateres når beton kryber under udtørring. Denne sammenhæng underbygges af amerikanske studier af mikrorevnetilvækst.

I det efterfølgende beskrives mekanismerne og dokumentationen for ovennævnte tese.

Når et betonprøvelegeme belastes med en en-akset trykspænding,  $\sigma$ , så dannes der, som tidligere nævnt, mikrorevner. Øges belastningen til et niveau omkring 30 % af korttidstrykstyrken, så er der dannet et vist antal revner, som ikke foranlediger brud efter et endeligt tidsrum, mikrorevnerne er stabile. For lave betonstyrker er antallet af nydannede mikrorevner større end i betoner med højere styrker. Silicabetoner, der har høje styrker, har mange initiale mikrorevner, men dannelsen af nye revner under belastning er mindre, hvilket kan

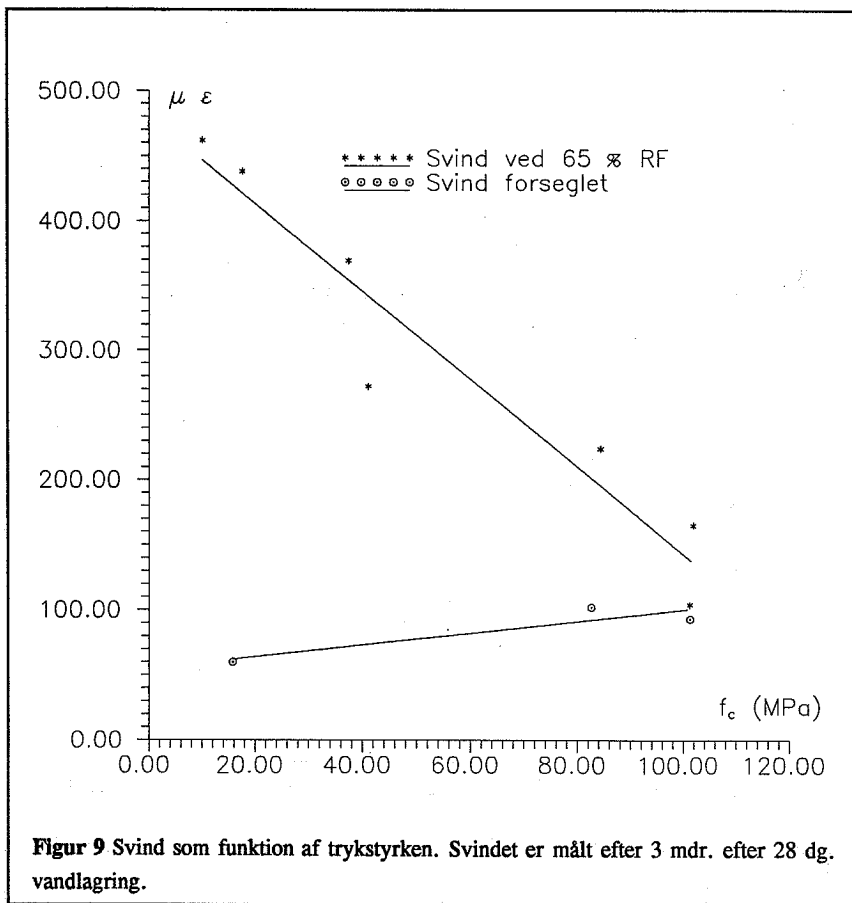


**Figur 8** Skematisk illustration af revneinitiering og arbejdskurven.

konkluderes på grundlag af den retlinede arbejdskurve, som er generel for højstyrkebetoner. Såfremt betonen er forsejlet, så måles der et mindre svind efter 28 dg. vandlagring for lave betonstyrker end ved høje styrker, se Figur 9. Udsættes betonen for udtørring, så fås, som det ligeledes fremgår af Figur 9, et svind, der er større for betoner med lave styrker. Udtørringssvind eksisterer reelt ikke i en højstyrkebeton, der er lagret som før nævnt. Betragtes krybekoefficienten,  $\psi$ , under forseglede og uforsegledede forhold, så fremgår det af Figur 10, at udtørringskrybningen er størst for beton med lave styrker.

Sammenholdes disse forhold med de amerikanske undersøgelser, se Figur 11, så er det ikke muligt at konstatere målelige ændringer af belastningsfremkaldte mikrorevner 3 mdr. efter belastningstidspunktet for forseglede betoner.

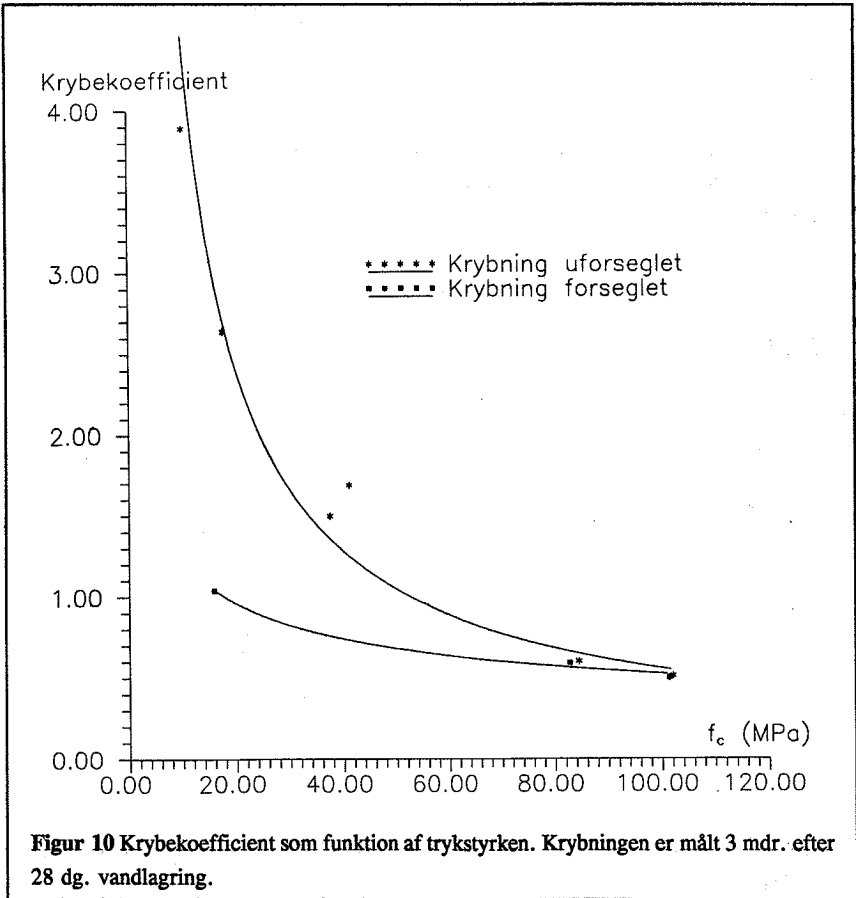
Undersøgelser af de tilsvarende betoner under udtørring viser en større mikrorevnetilvækst



efter ca. 3 mdr. for lavstyrkebeton pgr. udtørring, se Figur 11. Den forøgede mikrorevnetilvækst under udtørring skyldes svind, der er større for lavstyrkebeton end højstyrkebeton. Den større tilvækst i lavstyrkebeton skyldes dels større svind og dels mindre trækstyrke.

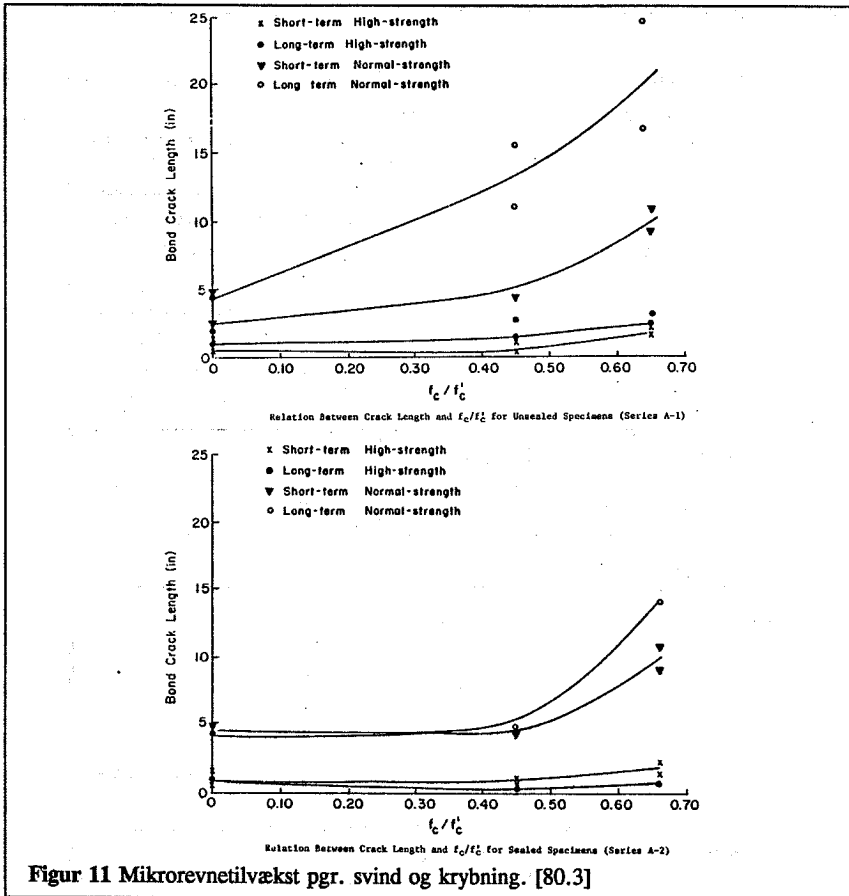
De lastintroducerede mikrorevner er stabile så længe belastningen holdes konstant og der ikke sker volumenændringer omkring mikrorevnerne. Når pastaen omkring de lastintroducerede mikrorevner svinder, så øges trækspændingerne i mikrorevnespidserne. Da de lastintroducerede mikrorevner allerede er trækpåvirkede netop til stabilitetsgrænsen, så skal der kun et infinitesimalt svind til at øge mikrorevnerne. Som tidligere nævnt er udtørringssvindet større for lavstyrkebeton og trækstyrken er mindre end i højstyrkebeton. Disse egenskaber virker





indbyrdes forstærkende, hvilket betyder et væsentligt større udtørningskrybebidrag i lavstyrkebeton end i højstyrkebeton. Udtørningskrybning findes ikke i beton med trykstyrker over 100 MPa, hvilket stemmer med, at der ikke findes udtørningssvind for betoner med samme høje styrke.

Udtørningskrybning,  $\epsilon_{kr,u}$ , skyldes altså mikrorevne tilvækst under belastning forårsaget af udtørningssvind,  $\epsilon_{sv,u}$ , og er en funktion af trækstyrken,  $f_t$ , og dermed indirekte trykstyrken,  $f_c$ . Dette kan udtrykkes matematisk som i {1}.



Figur 11 Mikrorevnetilvækst pgr. svind og krybning. [80.3]

$$\epsilon_{kr,\mu} = f(\sigma; \epsilon_{sv,\mu}; f_c(f_c^0)) \quad \{1\}$$

## Alkalikselreaktioner

### Generelt

Alkalikselreaktioner (AKR) medfører både mikro- og makrorevner i beton pgr. af det indre overtryk, der opstår når kiselnen udvider sig. Mikrorevnerne, der opstår pgr. alkalikselreaktioner, har samme indflydelse på trykstyrke, stivhed og trækstyrke, som lastbetingede

mikrorevner har. De mekaniske egenskaber, såsom styrke og stivhed, reduceres på grund af AKR.

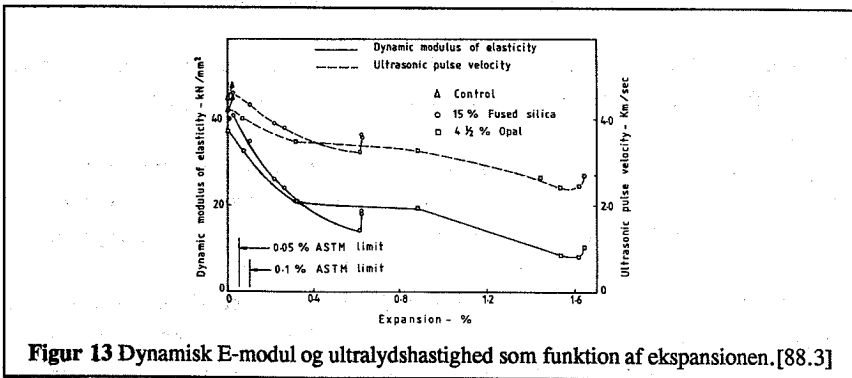
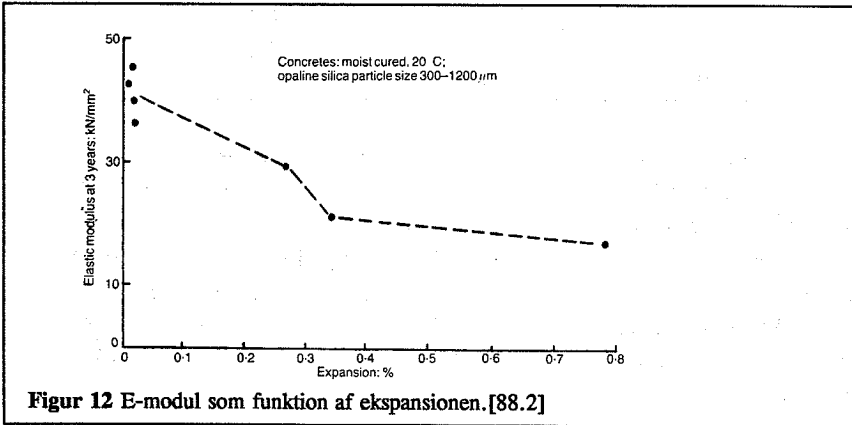
Trykstyrken reduceres i takt med ekspansionen (skadesgraden), i visse tilfælde op til 65 % af styrken for en ikke eksponeret beton. se tabel 1.

Tabel 1			
Forfatter	Ekspansion %	Reduktion af trykstyrke %	Reduktion af trækstyrke %
Vivian	0.06	-	50 DT
	0.31	-	70 DT
	1.40	-	80 DT
Hobbs	0.4-0.8	65	-
Oberholster og Westra	0.18	0	-
Nixon og Bollinghaus	0.12	25	-
Swamy og Al-Asali	0.13	13	-
	0.35	23	-
	0.78	38	-
	1.5	60	-
	1.6	63	-
Hobbs	0.3-0.5	15-20	20-30 IT
Hobbs	Ukendt	15	-
Hobbs	0.15-0.3	10-20	20-25 IT
Clayton et al.	0.4	0	80 IT 20 DT
Vejdirektoratet	0.3-1.8	20-50	-
Swamy et al.	0.1	11.4	28.9 IT 48.3 DT

Stivheden af alkalikiselskadedet beton reduceret ligeledes i takt med ekspansionen. Det gælder

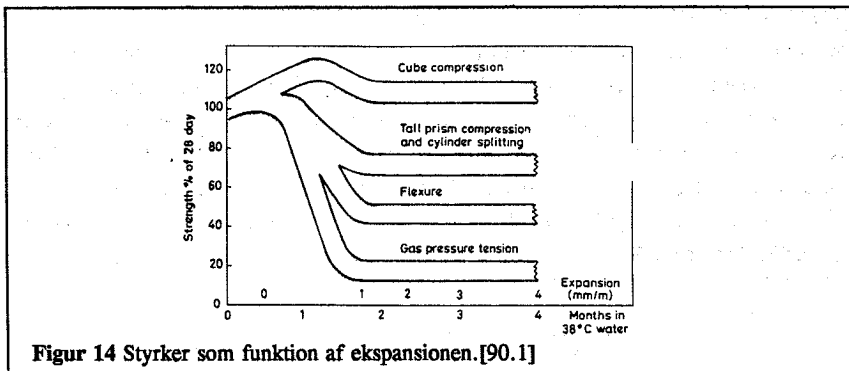
både det statiske og dynamiske E-modul, se Figur 12 og Figur 13.

Trækstyrken kan bestemmes dels direkte (DT) og dels indirekte (IT) f.eks. spalteforsøg. I alle de undersøgelser, der er lavet med henblik på at bestemme AKRs indflydelse på trækstyrken, har man fundet at AKR reducerer trækstyrken bestemt ved IT mindre end trækstyrken bestemt ved DT. Trækstyrken kan derfor ikke bestemmes udelukkende ved IT. Clayton et al. finder dog at spalteforsøg er en god parameter til bestemmelse af reduktionen af bæreevnen for uarmerede forskydningsbjælker, da de to brud dels er af samme natur og dels får samme styrkereduktion pgr. AKR



### Konstruktive egenskaber

I flere tilfælde har det vist sig, at reduktionen af de mekaniske materiale egenskaber,



Figur 14 Styrker som funktion af ekspansionen. [90.1]

trykstyrke, trækstyrke og E-modul, ikke nødvendigvis resulterer i en tilsvarende reduktion af en konstruktions bæreevne. Dette på trods af, at konstruktionen er fremstillet af et materiale, der iflg. standard test er blevet svagere.

**Bøjning.** Fujii et al. [88.2] fandt bæreevner for bjælker påvirket af AKR på 95 til 110 % af bæreevnen for ikke AKR påvirkede bjælker. Trykstyrken var reduceret med 40 %, trækstyrken med 50 % og E-modulet var reduceret med 65 %. Bjælkerne var trækarmet med en armeringsprocent på 0.77-1.77 %. Trykzonearmeringen var på 0.43-1.2 % og forskydningsarmeringsprocenten var på 0.2-0.3 %.

I samme undersøgelse blev bjælker belastet med cyklisk last og det viste sig, at de AKR påvirkede bjælker kunne udsættes for flere gentagne lastpåvirkninger end de ikke AKR påvirkede bjælker.

Clayton et al. [90.1] fandt ingen nævneværdig reduktion af bøjningsbæreevnen for AKR påvirkede forspændte bjælker. Reduktionen af de mekaniske materiale egenskaber kan ses i Figur 14.

**Forskydning.** Vejdirektoratet [88.2] i Danmark har lavet forsøg med ikke forskydningsarmerede bjælker påvirket af AKR. Forsøgene viste en væsentlig større forskydningsbæreevne på trods af en reduktion af trykstyrken på mellem 20 til 50 % alt efter skadesgraden. E-modulet var reduceret til ca. 1/3 af den ikke AKR påvirkede beton.

For forskydningsarmerede forspændte bjælker fandt Clayton et al. en reduktion af forskydningsbæreevnen på 20 % ved test efter observation af den første revnedannelse forårsaget af AKR. Efter endt ekspansion genvandt tilsvarende bjælkerne deres bæreevne, således at der ikke var nævneværdig forskel mellem bæreevnen for AKR og ikke-AKR påvirkede bjælker.

Clayton et al. fandt en reduktion på 20 % for AKR påvirkede ikke-forskydningsarmerede bjælker. Denne reduktion kunne konstateres ved den første revnedannelse, der var synlig.

Reduktionen blev ikke genvundet efter endt ekspansion som for de forskydningsarmerede bjælker. De fandt, at reduktionen af bæreevnen svarede til reduktionen af spaltetrækstyrken og konkluderede, at denne styrke parameter kunne være afslørende for reduktionen af forskydningsbæreevnen, da de to brud er nært beslægtede.

Clayton et al. rapporterer på grundlag af forsøg udført på Building Research Establishment og Polytechnic South West, at styrkereduktionen for ikke-forskydningsarmerede bjælker bekræftes af disse forsøg.

D.W.Hobbs [88.2] konkluderer på grundlag af Fujii et al.s forsøg, at forskydningsarmerede bjælker får en øget forskydningsstyrke pgr. af forspænding forårsaget af AKR.

**Gennemlokning.** Vejdirektoratet [90.2] fandt ingen reduktion i gennemlokningstyrken på trods af en reduktion af trykstyrken på 50 %.

Clayton et al. rapporterer, at forsøg udført på University of Birmingham også viser, at det ikke var muligt at konstatere nævneværdig reduktion af gennemlokningstyrken af AKR påvirkede plader.

## Lastindførte makrorevner

### Enkelt revner

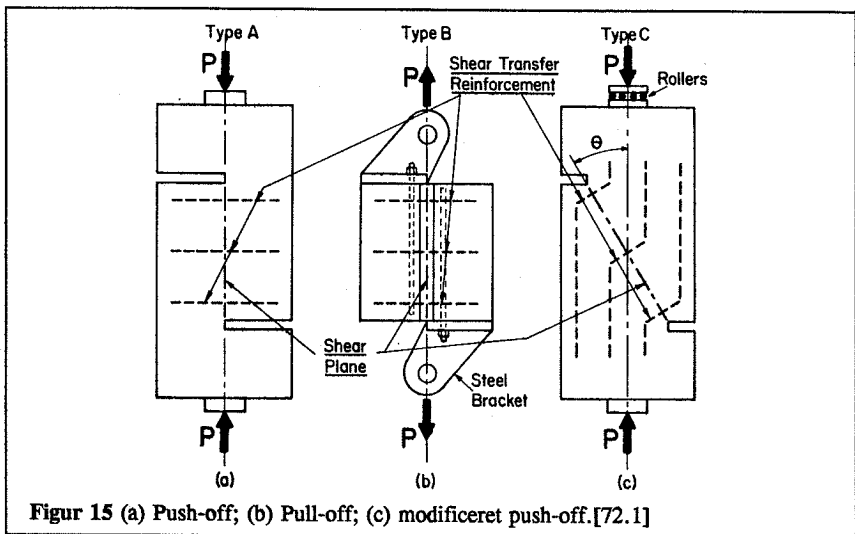
På trods af, at en konstruktion er revnet pgr. en belastning, er det ofte tilfældet, at konstruktionen besidder en væsentlig bæreevne, der skyldes, at det er muligt at overføre kræfter i revnen.

Styrken af en revne, der belastes til træk vinkelret på revneretningen er stort set kun afhængig af den armering, der krydser revnen.

Styrken af en revne der belastes til tryk vinkelret på revneretningen er stort set uafhængig af om der er en revne eller ej.

Optræder der derimod forskydningspændinger i revnen er problemstillingen noget mere kompleks.

Der er lavet mange forsøg med flere forskellige typer prøvelegemer for at beskrive en revnes mekaniske egenskaber. Blandt disse prøvelegemer kan nævnes push-off og pull-off test, se



Figur 15 (a) Push-off; (b) Pull-off; (c) modificeret push-off. [72.1]

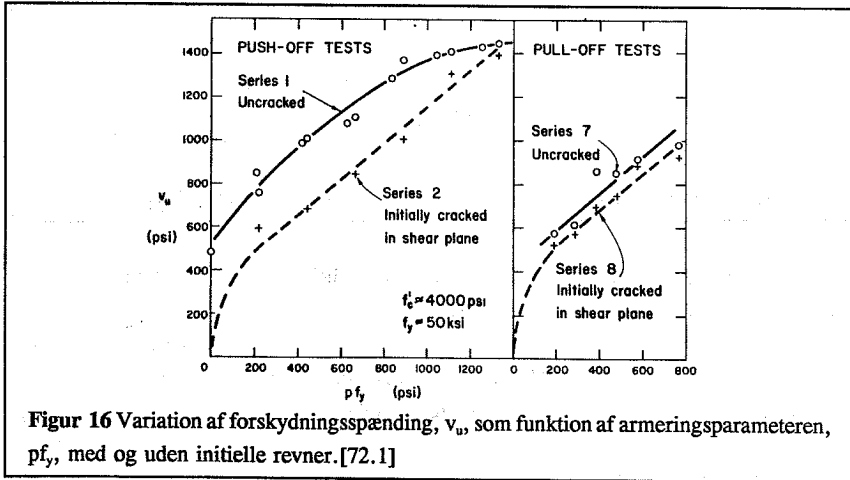
Figur 15, med hvilke der er lavet mange forsøg.

Mattock og Hawkins [72.1] har lavet forsøg med de i Figur 15 viste prøvelegemer for betoner med styrker op til 41 MPa (6000 psi).

I det følgende antages revnen at være i stand til at optage forskydningspændingen,  $\tau$ , efter den simple formel som angivet i {2}, hvor  $c$  er en kohæsion i MPa,  $\mu$  en dimensionsløs friktionskoefficient og  $\sigma$  normalspændingen i revnen.

$$\tau = c + \mu\sigma \quad \{2\}$$

Mattock og Hawkins har lavet forsøg, hvor prøvelegemerne ikke var revnede og hvor de var

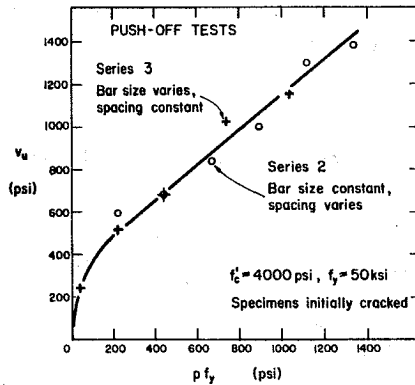


revnet på forhånd. Resultaterne af tilstedeværelsen af initiale revner kan ses i Figur 16. Det ses tydeligt, at revnen reducerer værdien af  $c$  i formel {2}. Den lineære sammenhæng genfindes også op til et vis punkt. Armeringsparameteren,  $p f_y$ , svarer til en normalspænding i tværsnittet. Grunden til, at {2} ikke gælder for ikke revnede prøvelegemer ved i dette tilfælde  $p f_y > 1000$  psi, kan skyldes, at betonen ved dette lastniveau revner/knuses og armeringen overtager kraften. For  $p f_y > 1300$  psi er der ikke er forskel på tilstedeværelsen af initiale revner. Dette er i overensstemmelse med, at trykkapaciteten ved planspændingstilstand er nået (den effektive betontrykkstyrke taget i betragtning).

I forsøgene blev  $p f_y$  varieret ved at variere dels armeringsdiametere og dels afstanden mellem bjælkerne. Af Figur 17 ses det, at forskydningsstyrken ikke er afhængig af armeringsdiametere.

J.C.Walraven og H.W.Reinhardt [81.2] fandt i tilsvarende forsøg med trykstyrker op til 56 MPa ligeledes, at armeringsdiametere ikke havde nævneværdig indflydelse på forskydnings-





Figur 17 Armeringsdiameterens indflydelse på forskydningsstyrken. [72.1]

styrken, når armeringsprocenten var konstant. De fandt heller ikke at variation af tilslaget  $d_{max}$  fra 16 til 32 mm havde nogen væsentlig indflydelse.

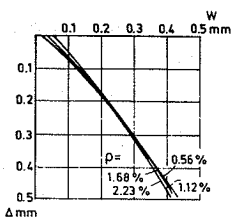
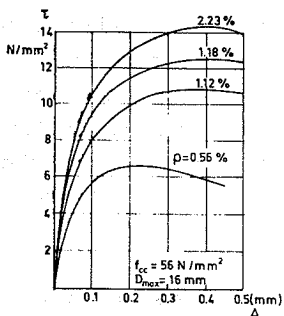
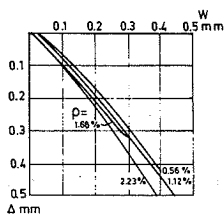
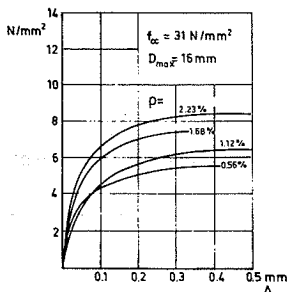
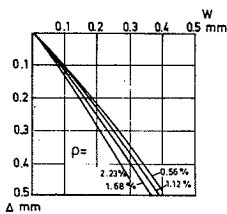
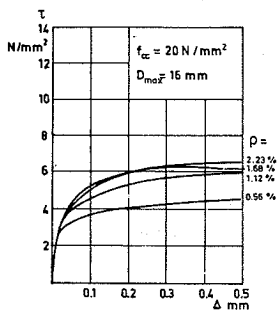
Revnevidden ses af Walraven og Reinhardt's forsøg ikke at have indflydelse på bæreevnen for  $f_{cc} \leq 30.7 \text{ MPa}$ . For  $f_{cc} = 56.1 \text{ MPa}$  ses dog en reduktion af bæreevnen for en vis flytning  $\Delta$  (Sammenhængen mellem flytningen,  $\Delta$ , og revnevidden,  $w$ , er næsten lineær,  $\Delta \approx 0.77w$ ), se Figur 18.

Walraven og Reinhart konkluderede på grundlag af forsøg med prøvelegemer, der ikke havde indstøbt armering, men derimod en ydre armering eller forspænding, at der var en fundamental forskel mellem de to typer forsøg med og uden indre armering.

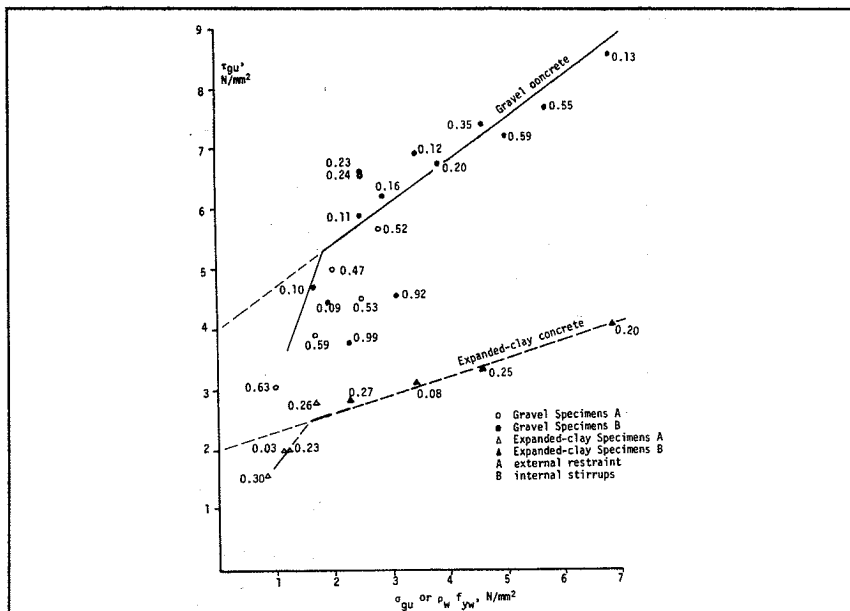
Dette underbygges af forsøg udført af Hamadi og Regan [80.1], som også finder en væsentlig anderledes sammenhæng mellem  $\tau_u$  og armeringsparameteren,  $\rho f_y$  eller spændingen,  $\sigma$ , se Figur 19.

Der må dog knyttes en bemærkning til disse forsøg, nemlig at forsøgene med ydre modhold beskriver normalspændingerne,  $\sigma$ , i revnen ved en direkte måling af kraften i forspændingen. Derimod er  $\sigma$  ikke bestemt direkte i de bøjlearmerede prøvelegemer, det er blot antaget, at armeringen flyder og dermed, at  $\sigma = \varphi f_y$  ( $100 \varphi = \rho = p$ ).

Flyder armeringen overhovedet ikke i nogen af forsøgene vil det ikke ændre lineariteten mellem  $\tau_u$  og  $\varphi f_y$ , der vil blot være en proportionalitetsfaktor til forskel. ( $A \sigma = \varphi f_y \Rightarrow \sigma = \varphi f_y / A$ ;  $\sigma < \varphi f_y$ ) Dette vil netop betyde en forøget friktion,  $\mu$ , der kan forklare knækket i Figur 19. Denne forklaring stemmer med, at armeringsdiameteren er uden betydning, og dermed, at dornvirkning er ubetydelig.



Figur 18 Forskydningsstyrke som funktion af flytningen,  $\Delta$ . [81.2]



Figur 19 Forsøg med ydre forspænding og indstøbte bøjler [80.1]. Tallene i figuren er den initiale revne i mm.  $\varphi = 34.7^\circ$  og  $\varphi = 16.5^\circ$ .

### Revne systemer

I dette afsnit vil et revnesystems indflydelse på en betonkonstruktions bæreevne blive omtalt. I det foregående afsnit blev en enkelt veldefineret revnes egenskaber undersøgt. Den principielle forskel i den teoretiske behandling af et revnesystems og en enkelt revnes indflydelse på en konstruktion er, at i revnesystemet tages der ikke hensyn til antallet af revner, revnevidder eller flytninger i revnerne. Den revnede konstruktion behandles som fremstillet af et materiale (revnet beton), der beskriver konstruktionens virkemåde mht. deformationer og bæreevne.

Collins og Vecchio [82.1] gennemførte i 1982 en forsøgsrække med 30 netarmerede betonskiver hovedsageligt belastet til ren forskydning. De en-aksede betontrykstyrker lå mellem 11.6 og 34.5 MPa.

En væsentlig konklusion af disse forsøg var, at den en-aksede trykstyrke bestemt på små cylindre ikke repræsenterede den trykstyrke, der var afgørende for skivernes bæreevne.

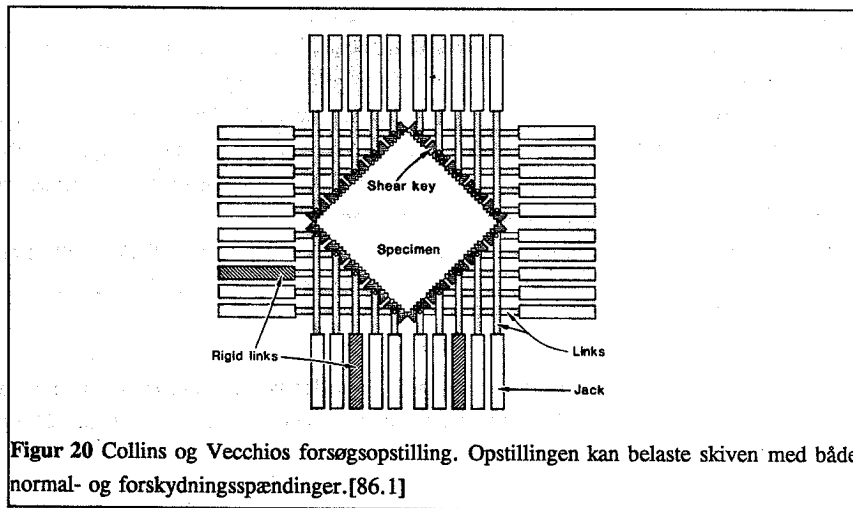
Denne konklusion har afstedkommet en stor interesse for denne problemstilling, hvilket afspejler sig i en mængde forsøg og modeller, der tager denne problemstilling op.

Uden hensyntagen til den reducerede styrke fås selvsagt teoretiske bæreevner, der ligger på den usikre side af forsøgsresultaterne, hvilket ikke er tilfredsstillende. Problemet afstedkommer selvfølgelig en del frustration i forbindelse med design af konstruktioner efter de i dag kendte design modeller, fordi betonstyrken ikke kan antages at være en entydig størrelse bestemt ved en-aksede trykforsøg med cylindre eller terninger. Selv bestemmelsen af den en-aksede trykstyrke er ikke entydig, da den afhænger af om prøvelegemet er store, små cylindre eller terninger.

Mængden af parametre, der kan forårsage reduktion af trykstyrken i armerede konstruktioner er mange og her kan i flæng nævnes fler-aksede spændingstilstande, spændingskoncentrationer, dorn effekt, tension stiffning og revner.

I det efterfølgende vil 6 uafhængige forsøgsserier fra 5 forskellige lande blive studeret nøjere (Collins og Vecchio, Canada [82.1]; Schlaich og Schäfer, Tyskland [83.2]; Robinson og Demorieux, Frankrig [83.2]; Dyngeland, Norge [89.1]; Miyahara, Kawakami og Maekawa, Japan [88.4]; Eibl og Neuroth, Tyskland [88.5]). Alle forsøgene omhandler uarmerede/armerede betonskiver, men kun få af forsøgene er umiddelbart indbyrdes sammenlignelige.

Collins og Vecchio undersøgte prøvelegemer, der målte 890 x 890 x 70 mm. Skiverne blev



**Figur 20** Collins og Vecchios forsøgsopstilling. Opstillingen kan belaste skiven med både normal- og forskydningsspændinger. [86.1]

Panel	Loading ratios $v_x/v_y$	Longitudinal steel		Transverse steel		Concrete		Experimental observations					Comments
		$\rho_l$	$f_{y,l}$ MPa	$\rho_t$	$f_{y,t}$ MPa	$\epsilon'_c$	$f'_{c,c}$ MPa	$v_{pc}$ MPa	$v_{ps}$ MPa	Failure strains			
										$\epsilon_s/\epsilon_{su}$	$\epsilon_s/\epsilon_{su}$	$\epsilon_s/\epsilon'_c$	
PV1	1:0:0	0.0179	483	0.0168	483	-0.0022	-34.5	2.21	>8.02	0.91	1.04	0.48	Edge failure
PV2	1:0:0	0.0018	428	0.0018	428	-0.0023	-23.5	1.10	1.16	0.38	0.43	0.10	Precracked — warped
PV3	1:0:0	0.0048	662	0.0048	662	-0.0023	-26.6	1.66	3.07	0.67	0.73	0.21	Steel brittle fracture
PV4	1:0:0	0.0106	242	0.0106	242	-0.0025	-26.6	1.79	2.89	4.91	5.47	1.18	
PV5	1:0:0	0.0074	621	0.0074	621	-0.0025	-28.3	1.73	>4.24	0.80	0.83	0.30	Edge failure
PV6	1:0:0	0.0179	266	0.0179	266	-0.0025	-29.8	2.00	4.55	5.36	5.48	0.23	
PV7	1:0:0	0.0179	453	0.0179	453	-0.0025	-31.0	1.93	>6.81	0.84	0.85	0.35	Edge failure
PV8	1:0:0	0.0262	462	0.0262	462	-0.0025	-29.8	1.73	>6.67	0.56	0.59	0.38	Edge failure
PV9	1:0:0	0.0179	455	0.0179	455	-0.0028	-11.6	1.38	>3.74	0.59	0.47	1.05	Poorly cast — voids
PV10	1:0:0	0.0179	276	0.0100	276	-0.0027	-14.5	1.86	3.97	0.64	4.47	1.48	
PV11	1:0:0	0.0179	235	0.0131	235	-0.0026	-15.6	1.66	3.56	1.28	2.37	0.61	
PV12	1:0:0	0.0179	469	0.0045	269	-0.0025	-16.0	1.73	3.13	0.40	4.34	0.93	
PV13	1:0:0	0.0179	248	0	—	-0.0027	-18.2	1.73	2.01	0.61	8.56	0.37	
PV14	1:0:0	0.0179	455	0.0179	455	-0.0022	-20.4	1.93	>5.24	0.55	0.56	0.27	Edge failure
PV15	0:-1:0	0.0074	255	0.0074	255	-0.0020	-21.7	—	>(-19.6)	-0.93	0.14	0.58	Loading stopped
PV16	1:0:0	0.0074	255	0.0074	255	-0.0020	-21.7	2.07	2.14	4.12	4.33	1.16	
PV17	0:-1:0	0.0074	255	0.0074	255	-0.0020	-18.6	—	(-21.3)	-1.97	0.48	1.26	Explosive failure
PV18	1:0:0	0.0179	431	0.0032	412	-0.0022	-19.5	2.00	>3.04	0.46	3.36	0.36	Edge failure
PV19	1:0:0	0.0179	458	0.0071	299	-0.0022	-19.0	2.07	3.95	0.50	5.77	0.72	
PV20	1:0:0	0.0179	460	0.0089	297	-0.0018	-19.6	2.21	4.26	0.52	5.75	1.06	
PV21	1:0:0	0.0179	458	0.0130	302	-0.0018	-19.5	2.35	5.03	0.59	3.59	0.81	
PV22	1:0:0	0.0179	458	0.0152	420	-0.0020	-19.6	2.42	6.07	0.60	0.91	0.53	
PV23	1:-0.39:-0.39	0.0179	518	0.0179	518	-0.0020	-20.5	3.73	8.87	0.36	0.44	1.33	
PV24	1:-0.83:-0.83	0.0179	492	0.0179	492	-0.0019	-23.8	4.97	>7.94	-0.05	-0.03	0.37	Poorly cast — voids
PV25	1:-0.69:-0.69	0.0179	466	0.0179	466	-0.0018	-19.2	4.14	9.12	0.13	0.17	1.47	
PV26	1:0:0*	0.0179	456	0.0101	463	-0.0019	-21.3	2.00	5.41	0.58	1.16	0.53	
PV27	1:0:0	0.0179	442	0.0179	442	-0.0019	-20.3	2.04	6.35	0.52	0.53	0.59	
PV28	1:0.32:0.32	0.0179	483	0.0179	483	-0.0019	-19.0	1.66	5.80	0.92	0.85	1.28	
PV29	Changing	0.0179	441	0.0089	324	-0.0018	-21.7	2.21	5.87	0.38	1.80	0.71	
PV30	± 1:0:0*	0.0179	437	0.0101	472	-0.0019	-19.1	1.53	>5.13	0.51	0.95	0.59	Edge failure

\*Precracked in biaxial tension.  
 \*Values of  $f_c$ .  
 Note: 1 MPa = 145 psi.

Figur 21 Collins og Vecchios forsøgsresultater.[86.1]

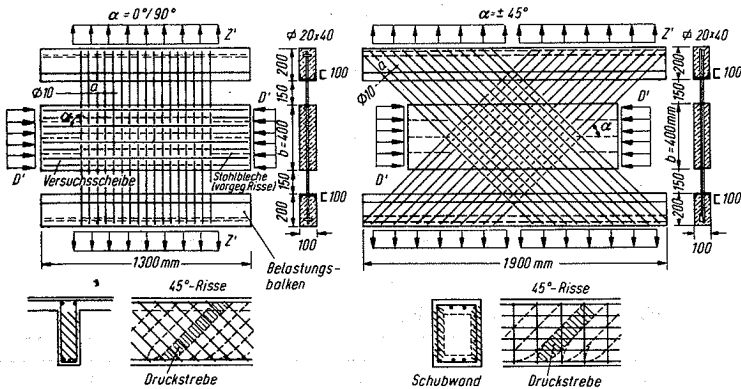
belastet som det fremgår af dels Figur 20 og dels Figur 21.

Prøvelegeme PV17 blev belastet til rent tryk i x-retningen, dvs trykbelastning parallelt med x-armeringen og  $\perp$  på y-armeringen. Trykstyrken blev herved øget med 15 %.

Schlaich og Schäfer lavede forsøg der kan sammenlignes med PV17 af Collins og Vecchio. Deres forsøgsopstilling er vist skematisk i Figur 22 og resultaterne findes i Figur 23. De enaksede trykstyrker var 21.7 og 23.6 MPa. Det fremgår af resultaterne, at Schlaich og Schäfer ikke fandt reduktion af trykstyrken i uarmerede skiver.

I netarmerede skiver med tryk parallelt med en armeringsretning, som i PV17, fandt de en øget trykstyrke (Førøgelsen var 18 og 12 %), hvilket stemmer med Collins og Vecchios resultater.

Dyngeland fandt en førøgelse af trykstyrken på 31 % under samme betingelser, som i de to foregående forsøg. Dyngelands forsøgsopstilling og resultater ses i hhv. Figur 24 og Figur 25.



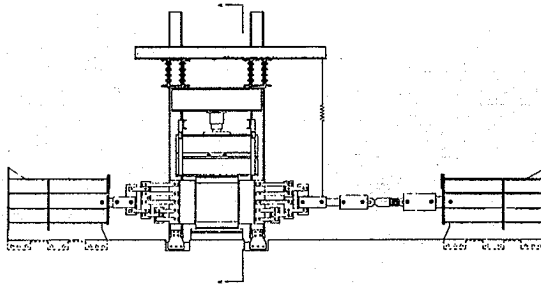
Figur 22 Forsøgsopstilling af Schlaich og Schäfer.[83.2]

Specimen no.	Concrete strength $f_{cp}$	Reinforcement direction $\alpha$	Bar spacing mm	Stress state	Strength ratio $f_p/f_{cp}$	strength ratio $f_{p45}/f_{p90}$
1	23.6	0°	50	B	1.03	0.74
2	23.6	45°	50	B	0.76	
3	23.6	0°	50	U	1.12	0.79
4	23.6	45°	50	U	0.89	
5	21.7	0°	100	B	1.07	0.91
6	21.7	45°	100	B	0.97	
7	21.7	0°	100	U	1.18	0.81
8	21.7	45°	100	U	0.96	
9	21.7	unreinforced	-	U	0.99	
10	23.6	unreinforced	-	U	0.99	

U = uniaxial stress state      B = biaxial stress state

Figur 23 Forsøgsresultater af Schlaich og Schäfer.[83.2]

Schlaich og Schäfer refererer nogle forsøg udført af Robinson og Demorieux. I disse forsøg var skiverne ikke netarmeret, men kun armeret i én retning. Vinklen mellem armeringsretning



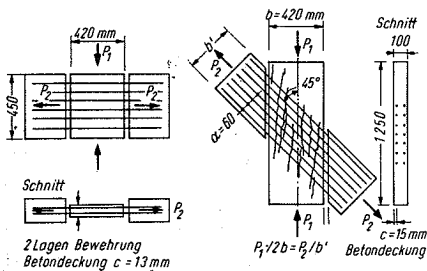
Figur 24 Dyngelands forsøgsopstilling. [89.1]

Specimen no.	Cylinder strength $f_{ccs}$	Longitudinal stress $\sigma_l$	Transverse stress $\sigma_t$	Failure stress $\sigma_c$	$\sigma_c/f_{ccs}$	$\sigma_l/f_{ccs}$	$\sigma_t/f_{ccs}$
CS1	19.50	4.67	- 20.24	- 20.24	- 1.04	0.24	- 1.04
CS2	20.48	5.61	- 19.46	- 19.46	- 0.95	0.27	- 0.95
CS3	21.32	4.67	- 13.24	- 17.91	- 0.84	0.22	- 0.62
CS4	19.44	3.74	- 12.46	- 16.20	- 0.83	0.19	- 0.64
CS5	19.62	0.00	- 25.69	- 25.69	- 1.31	0.00	- 1.31
CS6	20.96	5.61	- 25.69	- 25.69	- 1.23	0.27	- 1.23
CS7	18.67	0.00	- 17.91	- 17.91	- 0.96	0.00	- 0.96
CS8	20.19	4.20	- 14.01	- 18.21	- 0.90	0.21	- 0.69
CS9	20.73	6.54	- 12.77	- 19.31	- 0.93	0.32	- 0.62

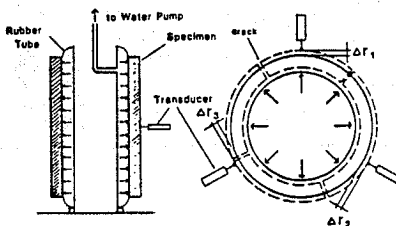
Figur 25 Dyngelands forsøgsresultater. [89.1]

og trykretningen i skiverne var  $90^\circ$  og  $45^\circ$ . Der blev ikke lavet forsøg med uarmerede skiver. Robinson og Demorieux fandt for disse skiver en reduktion af trykstyrken på 18 % for  $\alpha = 90^\circ$  og en reduktion på 17 % for  $\alpha = 45^\circ$ . Forsøgene er skematisk vist i Figur 26.

Miyahara et al. undersøgte styrkereduktionen i tværarmerede betonrør belastet til brud i længderetningen. Uarmerede og ikke præ-revnede rør viste en ikke væsentlig reduktion i trykstyrke på 5 %. De øvrige forsøg blev gennemført med præ-revnede rør. Præ-revningen



Figur 26 Forsøg af Robinson og Demorieux. [83.2]



Figur 27 Miyahara et al.s forsøg. [88.4]

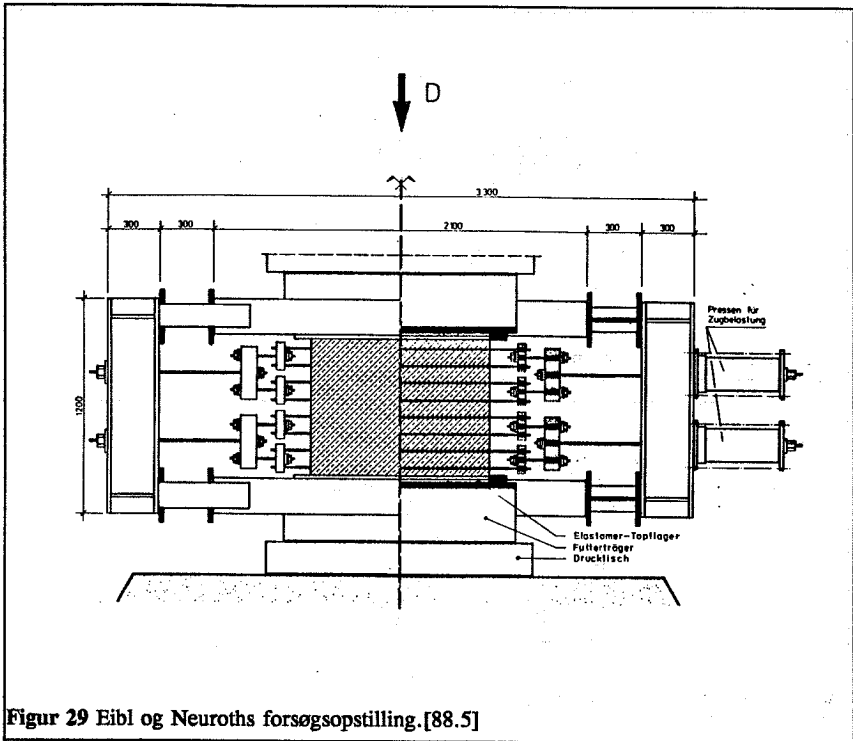
blev lavet vha. et indre overtryk. Den en-aksede prøvning (tryk i længderetningen) foregik uden indre overtryk. Forsøgsopstilling og resultater kan ses i hhv. Figur 27 og Figur 28.

No.	$\epsilon_{cs}(\mu)$	p(%)	Fc'(Mpa)	$\lambda$	cracks	lc(mm)	$\omega$ (mm)	Mixture
C0	0	0	30.4	0.95	0	-	-	A
C1	0	0.6	21.4	0.96	0	-	-	A
C2	760	0.9	28.6	0.90	3	348	0.26	A
C3	1900	0.9	36.7	0.80	5	209	0.40	A
C4	1910	0.6	21.4	0.74	6	174	0.33	A
C5	2170	0.3	28.6	0.74	2	522	1.13	A
C6	3750	0.3	27.3	0.67	4	149	1.05	A
C7	3865	0.6	44.2	0.71	6	174	0.67	B
C8	3950	0.6	36.7	0.73	3	348	1.37	A
C9	7080	0.6	44.2	0.67	7	149	1.05	B
C10	7600	0.9	28.6	0.65	15	70	0.53	A
C11	8070	0.3	27.3	0.67	5	209	1.68	A

Figur 28 Miyahara et al.s forsøgsresultater. [88.4]

Eibl og Neuroth har undersøgt skiver dels uarmeret og dels armeret på tværs af trykretningen.





Figur 29 Eibl og Neuroths forsøgsopstilling. [88.5]

De uarmerede og de armerede skiver viste en trykstyrke reduktion på ca. 30 %. Der var ingen væsentlig forskel på om skiverne havde tværarmring eller ej. Forsøgsopstilling og resultater kan se i hhv. Figur 29, Figur 30 og Figur 31.

Dyngeland, Schlaich og Schäfer, Robinson og Demorieux, og Eibl og Neuroth undersøgte skiver, magen til de skiver der blev undersøgt for enakset tryk, i en to-akset spændingstilstand. Skiverne blev belastet til træk  $\perp$  på trykretningen. Trækket blev ført ind i skiven vha. træk i armeringen. Der blev belastet op til forskellige niveauer, men generelt var skiverne gennemrevnet.

Alle forsøgene viste uden undtagelse en reduktion af trykstyrken. Dyngeland fandt en reduktion fra 1.31 til 1.23. Schlaich og Schäfer fandt en reduktion fra 1.18 til 1.07 og 1.12 til 1.03. Dette var forsøg med netarmering.

For de enkeltarmerede skiver fandt Robinson og Demorieux en reduktion fra 0.82 til 0.76 for  $\alpha = 90^\circ$  og en reduktion fra 0.83 til 0.73 for  $\alpha = 45^\circ$ . Eibl og Neuroth fandt en gennemsnit-

Gruppe	Probe Nr.:	Dicke D (mm)	Bemærkning	Bærelseværdi (N)	Reaktions-Clang	Bræknings-temperatur Wmax	$\frac{\sigma}{\sigma_{R=200}}$	$\frac{\sigma}{\beta - T_c}$	$\frac{\sigma_{10,1}}{\sigma_{52}}$	mittlere gennemsne R-fibersnede (cm)
I	1	160	-	-	Druck	-27,0	0,61 (0,61)	0,67 (0,68)	-	-
	8	160	-	-	Druck	-24,5	0,64 (0,64)	- (0,71)	-	-
II	2	160	6820	1,5	Druck	-22,0	0,67 (0,63)	0,67 (0,71)	-	-
	3	160	6820	1,5	Druck	-19,0	0,55 (0,56)	- (0,62)	-	-
	10	160	6820	1,5	Druck	-26,5	0,68 (0,61)	0,74 (0,73)	-	-
III	4	160	6820	1,5	Zug u. Druck	Zugversagen			0,51	$\bar{r} 31,2$ $\bar{r} 23,7$ $\bar{r} 27,0$
	5	160	6820	1,5	Zug u. Druck	-18,5	0,52 (0,52)	0,61 (0,59)	0,69	$\bar{r} 20,8$ $\bar{r} 20,8$
	9	160	6820	1,5	Zug u. Druck	-22,0	0,61 (0,58)	0,62 (0,65)	0,55	$\bar{r} 20,8$ $\bar{r} 20,8$
IV	6	160	24810	1,5	Zug u. Druck	-20,0	0,53 (0,53)	- (0,60)	0,86	$\bar{r} 7,7$ $\bar{r} 7,4$
	7	160	24810	1,5	Zug u. Druck	-22,5	0,55 (0,55)	- (0,62)	0,95	$\bar{r} 7,4$ $\bar{r} 7,5$
V	11	100	16810	1,6	Druck	-76,5	0,66 (0,66)	0,75 (0,75)	-	-
VI	12	100	16810	1,6	Zug u. Druck	-23,5	0,56 (0,59)	0,73 (0,68)	1,01	$\bar{r} 10,2$ $\bar{r} 10,2$
	13	100	16810	1,6	Zug u. Druck	-76,5	0,59 (0,59)	0,65 (0,66)	1,02	$\bar{r} 10,0$ $\bar{r} 10,0$
	14	200	8816	1,0	Zug u. Druck	-21,0	0,58 (0,58)	0,65 (0,65)	0,70	$\bar{r} 22,5$ $\bar{r} 22,5$
VIII	0	80	8816	2,5	Zug u. Druck	20,0	0,49 (0,51)	0,60 (0,57)	0,62	$\bar{r} 8,9$ $\bar{r} 9,6$

Figur 30 Eibl og Neuroths forsøgsresultater.[88.5]

Probe Nr.:	Prüftag	Würfeldruckfestigkeit (N/mm <sup>2</sup> )		Zylinderdruckfestigkeit (N/mm <sup>2</sup> ) B <sub>c</sub>	Spaltzugfestigkeit (N/mm <sup>2</sup> ) B <sub>SZ</sub>
		B <sub>M,200</sub>	B <sub>M,150</sub>		
0	36	40,6 (39,1)	-	33,4 (34,8)	2,4
1	28	35,8 (36,3)	-	32,7 (32,3)	2,9
2	29	32,9 (34,9)	-	32,8 (31,1)	2,6
3	28	34,3 (33,8)	35,3	- (30,5)	-
4	28	37,6 (37,6)	38,8	- (33,5)	2,8
5	28	36,0 (35,5)	37,2	30,5 (31,3)	2,6
6	28	37,5 (37,5)	38,6	- (33,4)	2,2
7	28	41,0 (41,0)	42,2	- (36,5)	2,6
8	29	38,5 (38,5)	-	- (34,3)	-
9	31	35,9 (37,9)	-	35,4 (33,7)	2,6
10	31	39,2 (39,6)	-	35,6 (35,2)	2,6
11	28	40,2 (40,0)	41,3	35,3 (35,5)	-
12	28	41,8 (39,9)	43,0	32,3 (34,8)	2,6
13	25	37,9 (38,3)	39,3	34,4 (34,1)	2,6
14	28	36,4 (36,4)	36,9	32,4 (32,4)	2,7

Figur 31 Betontrykstyrker for Eibl og Neuroths forsøg.

lig reduktion fra 0.64 til 0.55.

Miyahara et al. fandt en reduktion ned til 67 % afhængig af den tangentielle deformation rørene var blevet udsat for før den en-aksede belastning.

Drejes netarmeringen i Dyngelands og Schlaich og Schäfers forsøg og bibeholdes hovedspændingsretningerne fra de tidligere forsøg, så reduceres trykstyrken for en-akset tryk og trykstyrken reduceres yderligere når der trækkes i armeringen vinkelret på trykretningen. Reduktionen pgr. den to-aksede spændingstilstand er dog ikke så tydelig som i de andre forsøg.

### Effektivitetsfaktoren

Den usikre viden om hvilken betonstyrke, der skal bruges i bæreevne bestemmelsen af en skive, har medført indførelsen af effektivitetsfaktoren,  $\nu$ .

I Danmark bruges effektivitetsfaktoren i normerne ved beregning af forskydning. Effektiviteten af trykstyrken bestemt ved en-aksede forsøg, er mindre pgr. af betons arbejdskurve ikke er stift-plastisk som det er forudsat i forskydningsberegninger efter plasticitetsteorien, der er fremherskende i Danmark. Da beton bliver mindre plastisk når styrken øges er der på basis af forsøg fundet en sammenhæng mellem effektivitetsfaktoren og betonstyrken, der skulle tage hensyn til uoverensstemmelsen mellem den virkelige arbejdskurve og forudsætningerne

$$\nu = 0.7 - \frac{f_c}{200} \quad \{3\}$$

for plasticitetsteorien. Denne sammenhæng ses af {3}. Formel {3} gælder for ren forskydning.

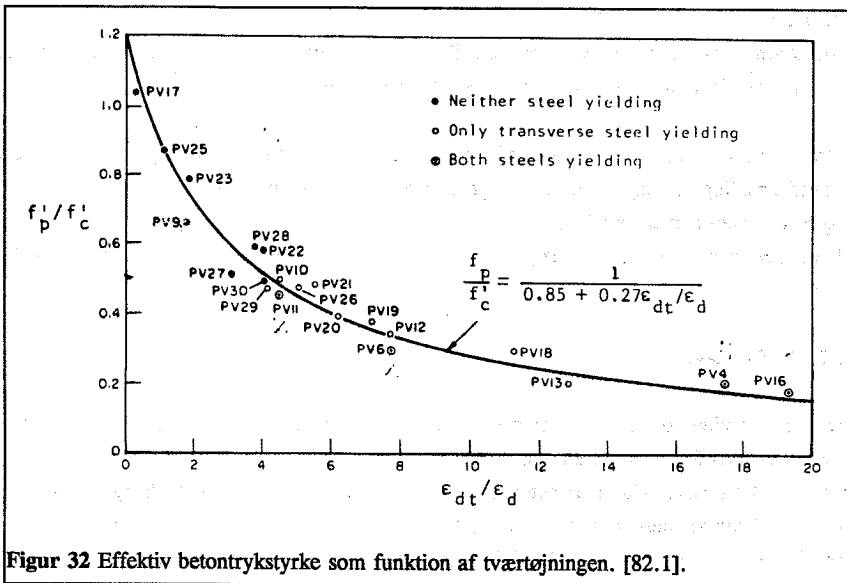
Collins og Vecchio har på grundlag af deres forsøg foreslået en anden sammenhæng {4}, der

$$\nu = \frac{1}{0.85 + 0.27 \epsilon_{dt} / \epsilon_d} \quad \{4\}$$

ikke udelukker {3}.

$\epsilon_{dt}$  er tværtøjningen og  $\epsilon_d$  er den pågældende betons en-aksede trykbrudtøjning. I Figur 32 er {4} vist sammen med de aktuelle forsøg.

Af Figur 32 ses  $\nu_{\min}$ , at være ca. 0.5 for  $\epsilon_{dt}/\epsilon_d \approx 4$ . For  $\epsilon_{dt}/\epsilon_d > 4$  er der flydning i en eller begge armeringsretninger og disse forsøg kan ikke benyttes til verifikation af {3}.



Figur 32 Effektiv betontrykstyrke som funktion af tværtøjningen. [82.1].

Den gennemsnitlige betontrykstyrke i de nævnte forsøg ligger omkring 20-25 MPa. Det er ikke muligt på grundlag af disse forsøg at afgøre om skiver i højstyrkebeton vil reagere væsentligt forskelligt for de samme spændingstilstande.

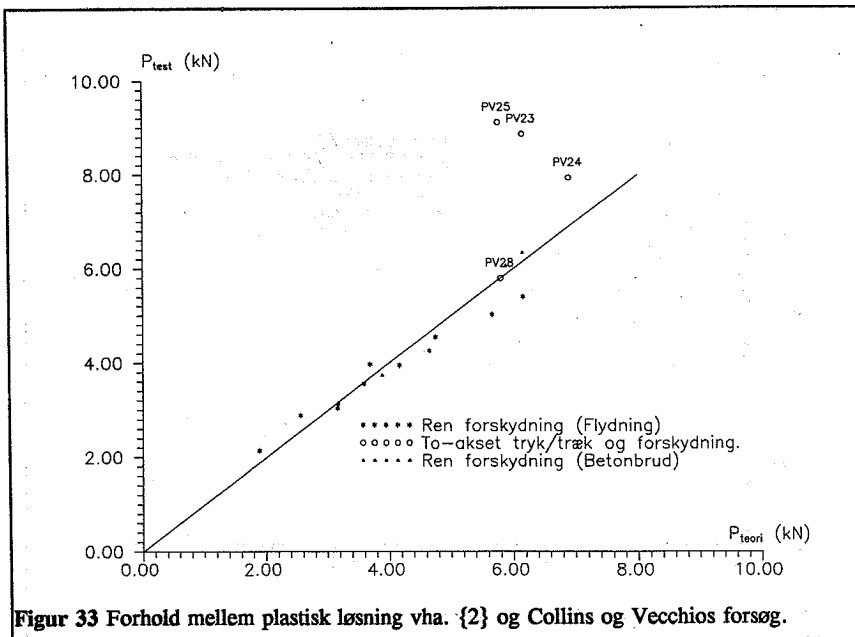
Collins og Vecchios forsøg stemmer udemærket overens med den plasticitetsteoretiske model for ren forskydning. Der er flydning i armeringen og brud i betonen som forventet iflg. modellen. Betonens effektive trykstyrke stemmer også godt (ca.  $\nu \approx 0.6$ ) se Figur 33.

For de tilfælde (PV23 og PV25), hvor der er to-akset tryk udover ren forskydning er der dog dårlig overensstemmelse mellem {3} og forsøgene. {3} forudsætter ren forskydning, hvilket giver for lille effektivitet ved to-akset tryk. M.P.Nielsen har foreslået {5} som modifikation

$$\nu = 0.7 - \frac{f_c}{200} - 0.725 \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{f_c} ; (\nu \leq 1) \quad \{5\}$$

af {3} for at tage hensyn til det øgede tryk.

Af de 6 her nævnte forsøg kan de 5 umiddelbart sammenlignes, hvilket er gjort i Figur 34. Miyahara et al.s forsøg kan ikke tages med i denne sammenligning, da deres revner ikke er trækpåvirkede i brudøjeblikket.



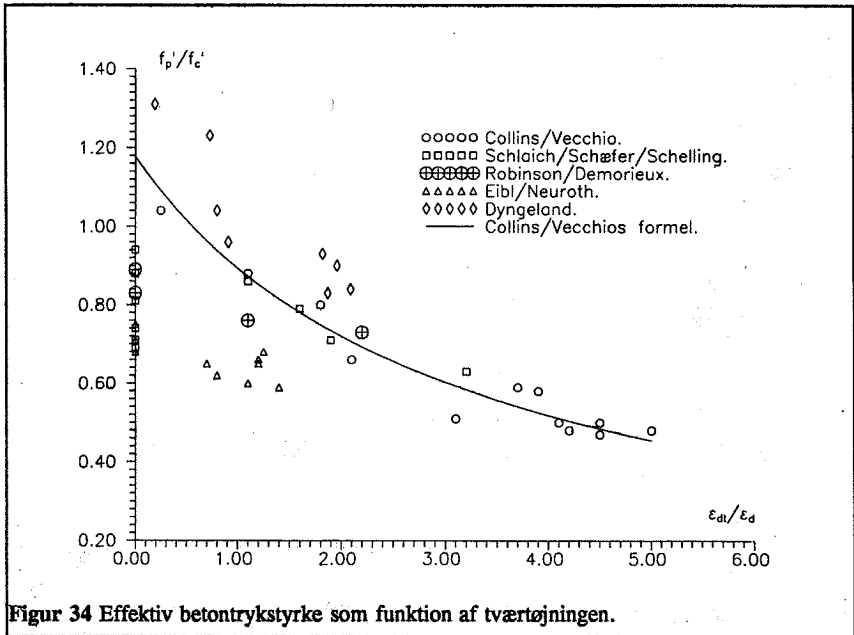
Figur 33 Forhold mellem plastisk løsning vha. {2} og Collins og Vecchios forsøg.

Som tidligere nævnt fandt Eibl og Neuroth en styrkereduktion i uarmerede skiver påvirket til en-akset tryk. Sættes de øvrige styrkereduktioner i disse forsøg i forhold til styrkereduktionerne i de uarmerede skiver fås de i Figur 35 viste resultater. Dyngeland har i sin rapport angivet to betontryk og dermed to effektive betontrykstyrker. Dyngeland mener, at den vinkeldrejede armering ved træk, øger det indre betontryk. Antages dette ikke at være tilfældet fås Dyngelands resultater som vist i Figur 35.

Af Figur 34 og Figur 35 fremgår det, at det har stor betydning, hvordan brudspændingen er bestemt/defineret og dermed hvorledes den effektive betonstyrke bestemmes.

Miyahara et al. viser, at efter et vis tværtøjnings niveau, så bliver den effektive betonstyrke konstant ved en-akset tryk.

Betragt det simplificerede system i Figur 36.a af revnet beton. Øges kraften  $P_i$  indtil armeringen netop flyder og betonen er revnet som i figuren i de 4 stykker A, vil tøjningen af det totale system,  $\epsilon_t$ , være mindre end stålets flydespænding,  $\epsilon_s$  (Tension stiffning). Forsøges  $P_i$  øget vil  $\epsilon_t$  øges pgr. flydning i armeringen i revnen mellem stykkerne A, idealiseret i punkterne B. Den lokale tøjning,  $\epsilon_l$ , i stykkerne A vil være konstant og mindre end  $\epsilon_s$ ,  $P_i$  vil ligeledes være konstant.



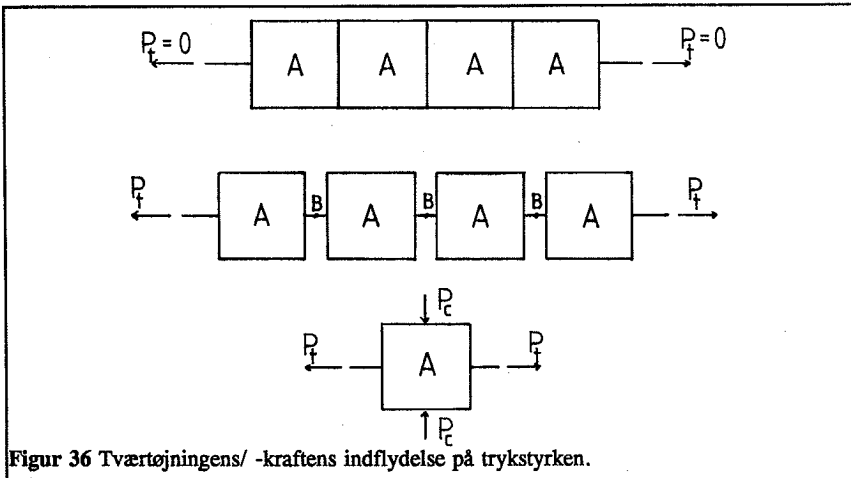
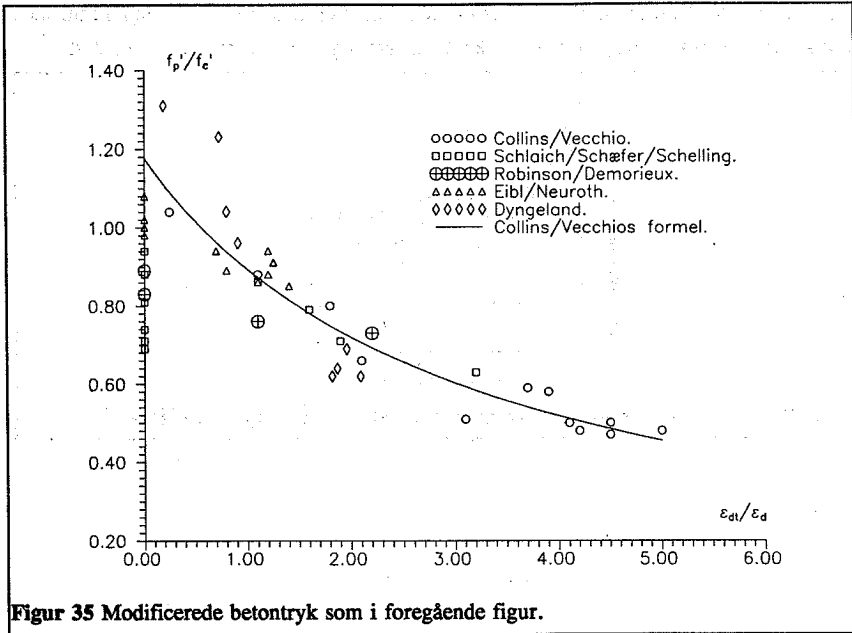
Figur 34 Effektiv betontrykstyrke som funktion af tværtøjningen.

$$\epsilon_d = \epsilon_{d,A} + \epsilon_{d,B} \quad \{6\}$$

Ved aflastning opstår der en varig deformation,  $\epsilon_{ir}$ .  $\epsilon_{ir}$  består af varige deformationer i stykkerne A og i punkterne B. De varige deformationer i A vil efter flydning være konstante uafhængigt af  $\epsilon_{ir}$ . Det er med andre ord kun  $\epsilon_{d,B}$  i {6}, der vokser når  $\epsilon_{ir}$  vokser.

Belastes betonstykkerne A med en trykkraft  $P_c$ , som vist i Figur 36.b og øges  $P_c$  indtil brud, vil det være klart, at  $P_c$  vil være uafhængig af  $\epsilon_{d,B}$ , og kun afhængig af  $\epsilon_{d,A}$ , der er konstant. Heraf kan det udledes, at den effektive betontrykstyrke i Miyaharas et al.s forsøg vil gå mod en konstant værdi for voksende  $\epsilon_{ir}$ , og gænsen vil ligge for  $\epsilon_{ir} \approx \epsilon_y \approx 2\%$ , hvilket netop ses at være tilfældet for Miyahara et al.s forsøg, se Figur 37.

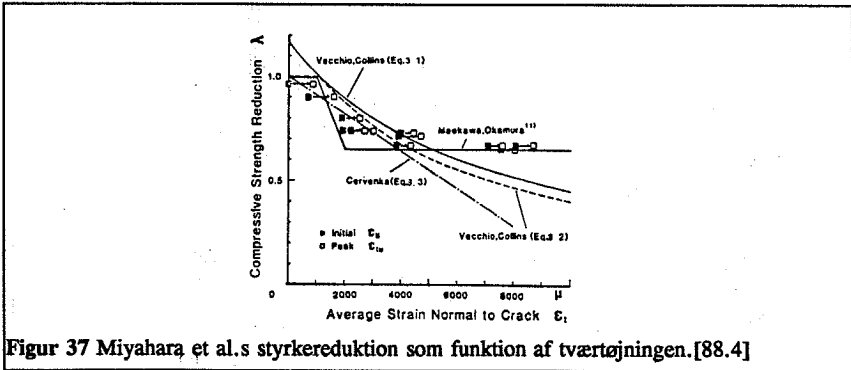
Belastes betonstykkerne A i Figur 36 samtidigt af en trækraft  $P_t \neq 0$  og øges  $P_c$  samtidigt til brud, så vil dette øge  $\epsilon_{ir}$  og den effektive betontrykspænding vil helt evident være mindre pgr. den to-aksede spændingstilstand, således at der vil findes mindre effektivitet end i de Japanske forsøg ved samtidigt træk, hvilket der netop er i de øvrige 5 forsøgsrækker, der er nævnt her.



Det er dog kun Collins og Vecchio, der får tværtøjningsforhold,  $\epsilon_{dt}/\epsilon_d$ , som er større end 3. Det ville derfor være meget interessant at finde forsøg, der kunne underbygge dette.



Konklusionen på dette er, at effektivitetsfaktoren ikke blot afhænger af tværtøjningen, men også af tværtrækspændinger, der dog er koblet til tværtøjningerne, men ikke entydigt.



Figur 37 Miyahara et al.s styrkereduktion som funktion af tværtøjningen.[88.4]

## Referencer

- [72.1] Shear transfer in reinforced concrete-recent research.  
A.H.Mattock og N.M.Hawkins.  
PCI Journal March-April 1972 pp.55-75.
- [80.1] Behavior of normal and lightweight aggregate beams with shear cracks.  
Y.D.Hamadi og P.E.Regan  
The Structural Engineer Vol.58B No.4 1980 pp.71-79.
- [80.2] Microcracking and engineering properties of high.strength concrete.  
R.L.Carrasquillo.  
Cornell University, Ph.D.Thesis 1980.
- [80.3] Behavior of high-strength concrete under sustained compressive stress.  
A.S.Ngab.  
Cornell University, Ph.D.Thesis 1980.
- [81.1] Properties of Concrete.  
A.M.Neville  
Pitman Books Limited 1981
- [81.2] Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain  
and reinforced concrete subjected to shear loading.  
J.C.Walraven og H.W.Reinhardt.  
Heron Vol.26 No.1A 1981.
- [82.1] The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal  
stresses.  
F.Vecchio og M.P.Collins.  
University of Toronto 1982.
- [83.1] Time-dependent behavior of high-strength concrete under high sustained  
compressive stresses.  
M.M.Smadi.  
Cornell University, Ph.D.Thesis 1983.

- [83.2] Zur druck-querzug-festigkeit des stahlbetons.  
J.Schlaich og K.Schäfer.  
Beton- und Stahlbetonbau 3/1983 pp.73-78.
- [86.1] The modified compression-field theory for reinforced concrete elements  
subjected to shear.  
F.J.Vecchio og M.P.Collins.  
ACI Journal March-April 1986 pp.219-231.
- [88.1.] Theoretical and experimental analysis of the behavior of cracked concrete  
under monotonic and cyclic shear loading.  
A.F.Pruijssers  
Heron Vol.33 no.4 1988.
- [88.2] Alkali-silica reaction in concrete.  
D.W.Hobbs  
Thomas Telford, London 1988
- [88.3] Effect of alkali-silica reaction on concrete engineering properties.  
Swamy og Al-Asali.  
ACI Materials Journal Vol.85 No.5 1988. pp.367-375
- [88.4] Nonlinear behavior of cracked reinforced concrete plate element under  
uniaxial compression.  
T.Miyahara, T.Kawakami og K.Maekawa.  
Concrete library of JSCE No.11 June 1988. pp.131-144.
- [88.5] Untersuchungen zur druckfestigkeit von bewehrtem beton bei gleichzeitig  
wirkendem querzug.  
J.Eibl og U.Neuroth.  
Universität Karlsruhe, Institut für massivbau und baustofftechnologie,  
Abteilung massivbau, 1988.
- [89.1] Behavior of reinforced concrete panels.  
Torbjørn Dyngeland.  
Doktor Ingeniøravhandling, Institutt for betongkonstruksjoner, Trond-  
heim 1989

- [90.1] The effects of alkali-silica reactions on the strength of prestressed concrete beams.  
N.Clayton, R.J.Currie og R.M.Moss.  
The Structural Engineer Vol.68 No.15/7 1990 pp. 287-292.
- [90.2] Bæreevnen af alkalikiselskadede konstruktionselementer.  
F.Bach  
Dansk Beton nr.4 1990 pp.20-25.
- [91.1] Effect of stresses on the ultrasonic pulse velocity in concrete.  
S.Popovics og J.S.Popovics.  
Materials and Structures 1991, Vol.24 pp.15-23.
- [91.2] Correlation of fracture process zone and tension softning behavior in concrete.  
N. Nomura, H. Mihashi og M. Izumi.  
Cement and Concrete Research, 1991, Vol.21, No.4 pp. 545-550.



AFDELINGEN FOR BÆRENDE KONSTRUKTIONER  
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

Department of Structural Engineering  
Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby

SERIE R  
(Tidligere: Rapporter)

- R 271. VILMANN, OLE: A Harmonic Half-Space Fundamental Solution. 1991.  
R 272. VILMANN, OLE: The Boundary Element Method applied in Mindlin Plate Bending Analysis. 1991.  
R 273. GANWAY, CHEN, ANDREASEN, B.S., NIELSEN, M.P.: Membrane Actions Tests of Reinforced Concrete Square Slabs. 1991.  
R 274. THOUGÅRD PEDERSEN, NIELS, AGERSKOV, H.: Fatigue Life Prediction of Offshore Steel Structures under Stochastic Loading. 1991.  
R 275. ANDREASEN, B.S., NIELSEN, M.P.: Arch Effect in Reinforced Concrete one-way Slabs. 1991.  
R 276. ASKEGAARD, VAGN: Prediction of Initial Crack Location in Welded Fatigue Test Specimens by the Thermoelastic Stress Analysis Technique. 1991.  
R 277. NIELSEN, KARSTEN: Analyse af Skråstagsbroers egenvægtstilstand, 1991.  
R 278. NIELSEN, LEIF OTTO: Continuummechanical Lagrangian finite elements. 1991.  
R 279. RIBERHOLT, H.: Limtræ af dansk træ, HQL-planker, Del 2.  
R 280. RIBERHOLT, H., ENQUIST, B., GUSTAFSSON, P.J., JENSEN, RALPH BO: Timber beams notches at the support, December 1991.  
R 281. RIBERHOLT, H., JOHANNESSEN, JOHANNES M.: Fingerskarrede ramme-hjørner i limtræ. 1992.  
R 282. DAHL, KAARE K.B.: Uniaxial Stress-Strain Curves for Normal and High Strength Concrete. 1992.  
R 283. DULEVSKI, DAVID ENCHO: Global Structural Analysis of Steel Box Girder Bridges. 1992.  
R 284. Resumeoversigt 1991 - Summaries of Papers 1991.  
R 285. DAHL, KAARE K.B.: The Calibration and Use of a Triaxial Cell. 1992.  
R 286. DAHL, KAARE K.B.: A Failure Criterion for Normal and High Strength Concrete. 1992.  
R 287. DAHL, KAARE K.B.: A Constitutive Model for Normal and High Strength Concrete. 1992.  
R 288. JENSEN, HENRIK ELGAARD: State-of-the-art Rapport for Højstyrkebetons Svind og Krybning. 1992.  
R 289. JENSEN, HENRIK ELGAARD: Creep and Shrinkage of High-Strength Concrete; A testreport. 1992.  
R 290. JENSEN, HENRIK ELGAARD: Creep and Shrinkage of High-Strength Concrete; A testreport; Appendix A. 1992.  
R 291. JENSEN, HENRIK ELGAARD: Creep and Shrinkage of High-Strength Concrete; A testreport; Appendix B. 1992.  
R 292. JENSEN, HENRIK ELGAARD: Creep and Shrinkage of High-Strength Concrete; A testreport; Appendix C. 1992.  
R 293. JENSEN, HENRIK ELGAARD: Creep and Shrinkage of High-Strength Concrete; A testreport; Appendix D. 1992.  
R 294. JENSEN, HENRIK ELGAARD: Creep and Shrinkage of High-Strength Concrete; An Analysis. 1992.  
R 295. JENSEN, HENRIK ELGAARD: State-of-the-art Rapport for Revnet Betons Styrke. 1992.  
R 296. IBSØ, JAN BEHRENDT & RASMUSSEN, LARS JUEL: Vridning af armerede normal- og højstyrkebetonbjælker. 1992.  
R 297. RIBERHOLT, HILMER, JOHANNESSEN, JOHANNES MORSING & RASMUSSEN, LARS JUEL: Rammehjørner med indlimede stålstænger i limtræ. 1992.

Abonnement 1.7.1992 - 30.6.1993 kr. 130,-  
Subscription rate 1.7.1992 - 30.6.1993 D.Kr. 130.-.

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that proper record-keeping is essential for the integrity of the financial system and for the ability to detect and prevent fraud. The text notes that without reliable records, it would be difficult to track the flow of funds and identify any irregularities.

2. The second part of the document outlines the various methods used to collect and analyze data. It describes how different types of information are gathered, including financial statements, audit reports, and other relevant documents. The text explains that this data is then processed and analyzed to identify trends, anomalies, and potential areas of concern. The goal is to provide a comprehensive overview of the financial situation and to highlight any risks or opportunities.

3. The third part of the document focuses on the role of the auditor in this process. It discusses the responsibilities of the auditor, including the need to maintain independence and objectivity. The text also describes the various techniques used by auditors to verify the accuracy of the records and to ensure that all transactions are properly accounted for. The auditor's role is crucial in providing an independent assessment of the financial information and in identifying any weaknesses or deficiencies in the internal control system.

4. The fourth part of the document discusses the importance of communication in this process. It emphasizes that clear and concise communication is essential for the effective exchange of information between the auditor and the management of the organization. The text notes that the auditor must be able to explain the findings of the audit and to provide recommendations for improvement. Management, in turn, must be open to receiving and acting on this feedback to ensure the continued integrity and reliability of the financial system.

5. The fifth part of the document concludes by summarizing the key points discussed throughout the document. It reiterates the importance of accurate record-keeping, the role of the auditor, and the need for effective communication. The text also emphasizes that these elements are all interconnected and that they all contribute to the overall goal of maintaining the integrity and reliability of the financial system.

6. The final part of the document provides a brief overview of the document's structure and content. It notes that the document is organized into five main sections, each of which addresses a different aspect of the financial reporting process. The text also provides a brief summary of the key findings and recommendations of the audit.

Hvis De ikke allerede modtager Afdelingens resumeoversigt ved udgivelsen, kan Afdelingen tilbyde at tilsende næste års resumeoversigt, når den udgives, dersom De udfylder og returnerer nedenstående kupon.

Returneres til  
Afdelingen for Bærende Konstruktioner  
Danmarks tekniske Højskole  
Bygning 118  
2800 Lyngby

Fremtidig tilsendelse af resumeoversigter udbedes af  
(bedes udfyldt med blokbogstaver):

Stilling og navn: .....  
Adresse: .....  
Postnr. og -distrikt: .....

The Department has pleasure in offering to send you a next year's list of summaries, free of charge. If you do not already receive it upon publication, kindly complete and return the coupon below.

To be returned to:  
Department of Structural Engineering  
Technical University of Denmark  
Building 118  
DK-2800 Lyngby, Denmark.

The undersigned wishes to receive the Department's

List of Summaries:

(Please complete in block letters)

Title and name .....  
Address.....  
Postal No. and district.....  
Country.....



1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that proper record-keeping is essential for the integrity of the financial system and for the ability to detect and prevent fraud.

2. The second part of the document outlines the various methods used to collect and analyze data. It describes the use of statistical techniques to identify trends and anomalies in the data, and the importance of using reliable sources of information.

3. The third part of the document discusses the role of the auditor in the financial reporting process. It highlights the auditor's responsibility to provide an independent and objective assessment of the financial statements, and the importance of maintaining a high level of professional skepticism.

4. The fourth part of the document discusses the importance of transparency and disclosure in financial reporting. It emphasizes that providing clear and concise information to investors and other stakeholders is essential for building trust and confidence in the financial system.

5. The fifth part of the document discusses the role of the regulatory body in overseeing the financial reporting process. It highlights the importance of having a strong and independent regulatory framework to ensure the integrity and reliability of the financial system.

6. The sixth part of the document discusses the importance of ongoing monitoring and evaluation of the financial reporting process. It emphasizes that the system should be regularly reviewed and updated to reflect changes in the business environment and to ensure that it remains effective and efficient.

7. The seventh part of the document discusses the importance of education and training for financial reporting professionals. It emphasizes that providing ongoing education and training is essential for ensuring that these professionals have the skills and knowledge needed to perform their duties effectively.